

文章编号:1671-6833(2021)01-0070-07

水下 FG 圆柱壳临界载荷和固有频率预测方法

李 戎, 杨 萌, 刘林霞, 梁 斌

(河南科技大学 土木工程学院, 河南 洛阳 471023)

摘 要:针对水下功能梯度(FG)圆柱壳振动预测方法的不足,提出了一种适用于水下 FG 圆柱壳的屈曲临界载荷和固有频率预测方法。采用 Flügge 理论和波动法建立静水压力下 FG 圆柱壳耦合振动特征方程,使用牛顿迭代法求出静水压力下 FG 圆柱壳的固有频率,进而得到 FG 圆柱壳固有频率的平方和静水压力呈线性关系这一重要结论。基于此结论,通过使用线性拟合方法,最少需 3 组固有频率数据即可在保证精确度的基础上快速建立静水压力下 FG 圆柱壳固有频率的趋势线方程,从而得到屈曲临界载荷预测值以及任意静水压力下固有频率预测值。通过多组算例对比分析,结果表明:该方法预测结果与实际结果几乎一致,预测精度高,计算量小,便于实际应用。

关键词:水下功能梯度圆柱壳;屈曲临界载荷;固有频率;静水压力;预测方法

中图分类号: TB535+1

文献标志码: A

doi:10.13705/j.issn.1671-6833.2020.03.009

0 引言

作为新型可设计性非均匀复合材料结构,功能梯度材料圆柱壳(以下简称 FG 圆柱壳)在船舶和海洋工程中有着广泛的应用,其力学行为已经成为复合材料力学的重要研究方向^[1]。由于功能梯度材料性质在厚度方向的连续性变化导致功能梯度材料结构表现出与均匀材料结构不同的特性^[2-3],在壳体几何参数、载荷工况以及边界条件等相同的情况下,FG 圆柱壳的振动、屈曲等宏观力学行为的分析要比相应各向同性圆柱壳更为复杂。

近年来,虽然已经有研究涉及水下圆柱壳这一领域,但是这些研究主要关注水下各向同性圆柱壳的宏观力学行为^[4-9],讨论各向同性圆柱壳的振动特性和稳定性,分析各向同性圆柱壳固有频率和屈曲临界载荷的影响因素^[4-6],以及针对各向同性圆柱壳进行临界载荷预测^[7-9]。关于非均匀材料圆柱壳方面的研究则主要集中在 FG 圆柱壳的振动特性和稳定性^[1,10]以及对传统复合材料和夹芯复合材料圆柱壳的振动特性以及屈曲研究上^[11-12],主要讨论非均匀材料的特殊性质、壳

体几何尺寸、载荷工况、边界条件等对非均匀材料圆柱壳力学行为的影响,而针对水下 FG 圆柱壳的振动频率和屈曲临界载荷预测方法的研究还十分有限。

为此,笔者基于水下 FG 圆柱壳固有频率和静水压力之间的关系,提出了一种适用于水下 FG 圆柱壳的屈曲临界载荷和固有频率预测方法。预测时,最少需 3 组固有频率数据便可在保证精确度的基础上快速建立静水压力下 FG 圆柱壳固有频率趋势线方程,进而得到水下 FG 圆柱壳屈曲临界载荷和固有频率的预测值。通过多组算例对比分析,验证了预测方法的可行性和准确性。

1 FG 圆柱壳的力学模型

假定 FG 圆柱壳力学模型如图 1 所示,壳体外表面材料为金属、内表面材料为陶瓷,平均半径为 R ,长度为 L ,壁厚为 h 。将正交坐标系 (x, θ, z) 建立在壳体中面上,其中 x 、 θ 和 z 分别表示壳体的轴向、周向和径向; u 、 v 和 w 表示壳体中面轴向、周向和径向位移。

由于功能梯度材料的结构和组成沿厚度方向

收稿日期:2019-12-08;修订日期:2020-01-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(U1604135, 11402077);河南省高等学校重点科研项目(20A130002);河南省科技攻关项目(202102210039)

作者简介:李戎(1986—),女,河北邯郸人,河南科技大学讲师,博士,主要从事工程结构强度、稳定性研究,E-mail: lironxib@163.com。

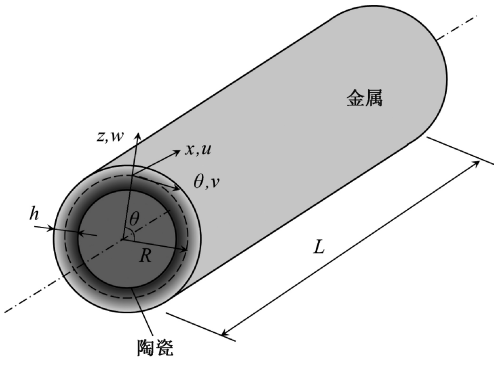


图1 FG 圆柱壳模型

Figure 1 Geometry of a FG cylindrical shell

呈梯度连续变化,其材料的力学性能由组分材料的体积分数比所控制。对于具有均匀厚度 h 的功能梯度圆柱壳,其体积比可表示为^[3]:

$$V_o = \left[\frac{z + \frac{h}{2}}{h} \right]^N = 1 - V_i. \quad (1)$$

式中: V_i 和 V_o 分别为功能梯度材料内外表面材料的体积百分比; N 为非负实数幂指数 ($0 \leq N < +\infty$), 当 $N = 0$ 时, 功能梯度材料退化为各向同性材料。

本文中, FG 圆柱壳内外表面材料参数分别为弹性模量 E_i, E_o , 泊松比 μ_i, μ_o , 质量密度 ρ_i, ρ_o , 则 FG 圆柱壳沿壳体厚度方向等效的弹性模量 E 、泊松比 μ 和质量密度 ρ 如下所示:

$$\begin{cases} E = (E_o - E_i) \left[\frac{z + h/2}{h} \right]^N + E_i; \\ \mu = (\mu_o - \mu_i) \left[\frac{z + h/2}{h} \right]^N + \mu_i; \\ \rho = (\rho_o - \rho_i) \left[\frac{z + h/2}{h} \right]^N + \rho_i. \end{cases} \quad (2)$$

2 理论推导

根据 Flügge^[13] 理论, 静水压力下圆柱壳的运动方程可以写成如下形式:

$$\begin{cases} R^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1+\mu}{2} R \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} + \mu R \frac{\partial w}{\partial x} + K \left(\frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - R^3 \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{1-\mu}{2} R \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial \theta^2} \right) + \\ T_1 R^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + T_2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - R \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \frac{\rho R^2 (1-\mu^2)}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0; \\ \frac{1+\mu}{2} R \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} + \frac{1-\mu}{2} R^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{\partial w}{\partial \theta} + K \left[\frac{3(1-\mu)}{2} R^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{3-\mu}{2} R^2 \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial \theta} \right] + \\ T_1 R^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + T_2 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) - \frac{\rho R^2 (1-\mu^2)}{E} R^2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0; \\ \mu R \frac{\partial u}{\partial x} - K R^3 \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + K \frac{1-\mu}{2} R \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta} - K \frac{3-\mu}{2} R^2 \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial \theta} + (1+K) w + K R^4 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \\ 2 K R^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial \theta^2} + K \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} + 2 K \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - T_1 R^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - T_2 \left(R \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) + \\ \frac{\rho R^2 (1-\mu^2)}{E} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = - \frac{R^2 (1-\mu^2)}{E h} \psi. \end{cases} \quad (3)$$

式中: ψ 为声压; T_1 和 T_2 分别为静水压力对壳体轴向和环向的影响因子, $T_1 = R(1-\mu^2)P_o/(2Eh)$, $T_2 = R(1-\mu^2)P_o/(Eh)$; P_o 为静水压力; $K = h^2/(12R^2)$ 。

假设流体介质为理想流体, 则圆柱壳外部声场满足柱坐标系 (x, θ, r) 下的 Helmholtz 方程^[14]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{C_f^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}. \quad (4)$$

式中: t 为时间; C_f 为流体声速; x 和 θ 与壳体对应坐标一致; r 坐标沿壳体 z 轴方向选取。

在壳体外壁与流体的接触面上, 流体径向位移与壳体径向位移必须相等。该耦合条件表达式为:

$$-\frac{1}{i\omega\rho_f} \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \Big|_{r=R} = \frac{\partial w}{\partial t} \Big|_{r=R}. \quad (5)$$

由式(4)、(5)可得到由于流体声场作用产生的流体载荷项:

$$F_L = \Omega^2 \frac{\rho_f}{\rho} \cdot \frac{R}{h} \cdot \frac{H_n^{(2)}(k_r R)}{(k_r R) H_n^{(2)'}(k_r R)}. \quad (6)$$

式中: ρ_f 为流体密度; k_r 为径向波数; $H_n^{(2)}(\cdot)$ 为第二类 n 阶 Hankel 函数, $H_n^{(2)'}(\cdot)$ 表示对变量 $k_r R$ 的导数; 径向波数 k_r 和轴向波数 k_m 之间满足关系式 $(k_r R)^2 = \Omega^2 (C_L/C_f)^2 - (k_m R)^2$, Ω 和 C_L 分别为无量纲频率参数以及圆柱壳声速。

圆柱壳方程的位移形态可以用含有轴向波数 k_m (与边界条件有关^[15]) 和环向波数 n 的波传播

形式表示:

$$\begin{cases} u = U_m \cos(n\theta) e^{(i\omega t - ik_m x)}; \\ v = V_m \sin(n\theta) e^{(i\omega t - ik_m x)}; \\ w = W_m \cos(n\theta) e^{(i\omega t - ik_m x)}. \end{cases} \quad (7)$$

式中: U_m 、 V_m 、 W_m 分别表示 x 、 θ 和 r 方向的波幅; ω 为固有角频率。

将式(7)代入式(3),结合方程(6)得到水下 FG 圆柱壳矩阵形式耦合系统的运动方程:

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{12} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} + F_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_m \\ V_m \\ W_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

求解方程(8),可以得到:

$$P_1(\omega) - P_2(\omega) F_L = 0. \quad (9)$$

式中, $P_1(\omega)$ 和 $P_2(\omega)$ 分别为关于未知数 ω 的多项式,固有频率 $f = \omega/2\pi$,通过使用牛顿迭代法即可得到给定静水压力下 FG 圆柱壳的固有频率值。当 $F_L = 0$ 、 $P_o = 0$ 时,即可还原为真空中 FG 圆柱壳的固有频率计算。

静水压力不变情况下,固有频率随模态改变而发生变化,固有频率最小值即为基频。当静水压力下 FG 圆柱壳的基频为 0 时,可认为此时的静水压力值即为圆柱壳屈曲临界载荷值^[8]。但是,由于水下 FG 圆柱壳固有频率计算过程较为复杂,合理有效且便于实际应用的屈

曲临界载荷和固有频率预测方法现在还很有限。为此,笔者基于水下 FG 圆柱壳固有频率的平方和静水压力之间的线性关系,提出了一种简便实用的水下 FG 圆柱壳屈曲临界载荷和固有频率预测方法。

3 算例与讨论

3.1 计算方法的正确性和有效性验证

表 1 计算了真空中 FG 圆柱壳的固有频率;表 2 则以水下各向同性圆柱壳作为研究对象,计算了不同边界条件下壳体的屈曲临界载荷值。通过与 Loy 等^[3]和 Zhu 等^[9]的分析结果进行对比,验证了本文关于静水压力下 FG 圆柱壳固有频率以及屈曲临界载荷计算方法的正确性和有效性。

3.2 屈曲临界载荷预测

本文算例中,FG 圆柱壳外表面材料为金属,内表面材料为陶瓷,材料参数(室温)见表 3^[16-17]。

为了能够对水下 FG 圆柱壳进行屈曲临界载荷预测,首先考察了水下 FG 圆柱壳基频与静水压力之间的关系,讨论了材料组分、壳体几何尺寸以及边界条件等对这两者关系的影响(见图 2~6)。计算结果显示,FG 圆柱壳基频与静水压力呈非线性关系,且越接近临界值($f = 0$)下降幅

表 1 真空中 I 型 FG 圆柱壳固有频率对比分析

Table 1 Comparison of natural frequencies for type I FG cylindrical shell in vacuum						Hz
<i>n</i>	<i>N</i> = 0.5 (<i>V_o</i> = 0.707 1)		<i>N</i> = 1 (<i>V_o</i> = 0.5)		<i>N</i> = 5 (<i>V_o</i> = 0.031 3)	
	Loy 方法 ^[3]	本文方法	Loy 方法 ^[3]	本文方法	Loy 方法 ^[3]	本文方法
1	13.321	13.348	13.211	13.211	12.998	12.913
2	4.517	4.522	4.480	4.475	4.407	4.373
3	4.191	4.190	4.157	4.145	4.089	4.048
4	7.097	7.103	7.038	7.027	6.925	6.860
5	11.336	11.353	11.241	11.230	11.061	10.962
6	16.594	16.624	16.455	16.444	16.192	16.053
7	22.826	22.872	22.635	22.624	22.273	22.086
8	30.023	30.087	29.771	29.761	29.296	29.052
9	38.181	38.266	37.862	37.851	37.257	36.951
10	47.301	47.408	46.905	46.894	46.155	45.778

表 2 不同边界时水下各向同性圆柱壳屈曲临界载荷
Table 2 The critical buckling pressures for a submerged cylindrical shell with different boundary conditions MPa

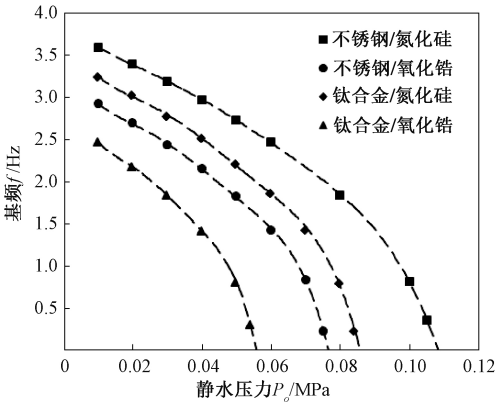
方法	SS-SS	C-C	C-F	C-SS
Zhu 方法 ^[9]	0.084	0.188	0.061	0.121
本文方法	0.084	0.188	0.059	0.121

注:本文中,SS-SS 为两端简支边界;C-C 为两端固定边界;C-F 为一端固定一端自由边界;C-SS 为一端固定一端简支边界。

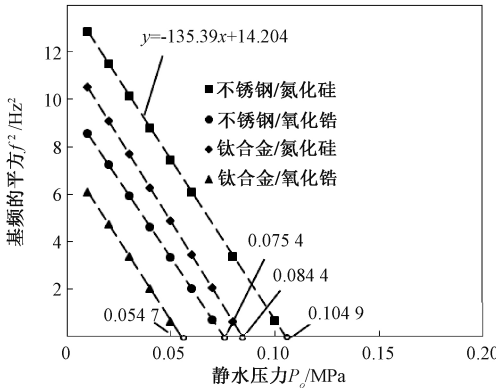
表 3 材料参数表

Table 3 Properties of materials			
材料	弹性模量 <i>E</i> / GPa	泊松比 μ	密度 ρ / ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)
不锈钢	207.79	0.317 8	8 166
钛合金	105.70	0.298 1	4 429
氮化硅	322.27	0.240 0	2 370
氧化锆	168.00	0.300 0	5 700

度越大,而基频的平方与静水压力却呈线性关系。通过进一步计算发现,任意模态固有频率的平方与静水压力均呈线性关系,验证了水下 FG 圆柱壳与相应均匀材料圆柱壳^[7-9]的基频变化规律之间呈现很强的相似性这一研究设想。以上结果说明,水下 FG 圆柱壳屈曲临界载荷的预测值可以通过线性拟合方法求得。因此,图 2(b)、图 3(b)、图 4(b)、图 5(b)、图 6(b)分别给出了采用该方法得到的不同情况下屈曲临界载荷的预测结果。



(a) 基频与静水压力的关系(N=1)

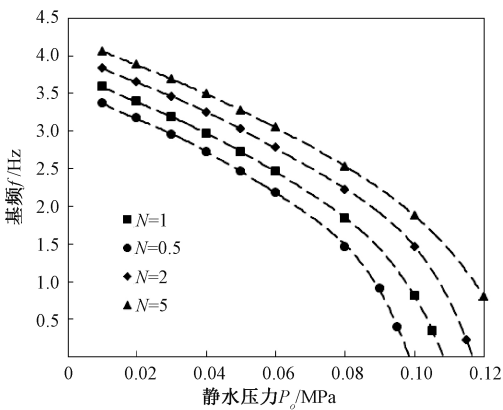


(b) 基频的平方与静水压力的关系及屈曲临界载荷预测(N=1)

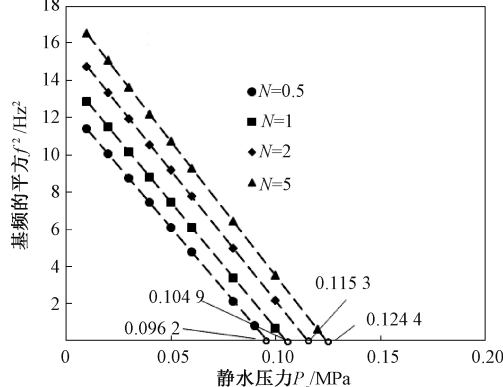
图 2 不同材料组分时 FG 圆柱壳屈曲临界载荷预测
Figure 2 The prediction of the critical pressure of FG cylindrical shell with different material components

首先以两端简支 FG 圆柱壳为例,给出了不同材料组分时 FG 圆柱壳的屈曲临界载荷预测值(见图 2(b))。图 2~4 中,壳体几何参数为: $h/R = 0.01$, $L/R = 20$ 。

以由不锈钢/氮化硅复合的 FG 圆柱壳为例,使用 Excel 软件拟合后得到的线性趋势线方程式为 $y = -135.39x + 14.204$ 。令 $y = 0$,则 $x = 0.1049$,即可得到临界载荷预测值 $P_{cr} = 0.1049$ MPa。且拟合时采用的最大静水压力不论是 0.03 MPa 还是 0.07 MPa,得到的临界载荷数值均相同。通过进一步计算发现,最少需 3 组数据便可以在保证精确度的基础上进行预测。例如,仅使用 $P_0 =$



(a) 基频与静水压力的关系(SS-SS)



(b) 基频的平方与静水压力的关系及屈曲临界载荷预测(SS-SS)

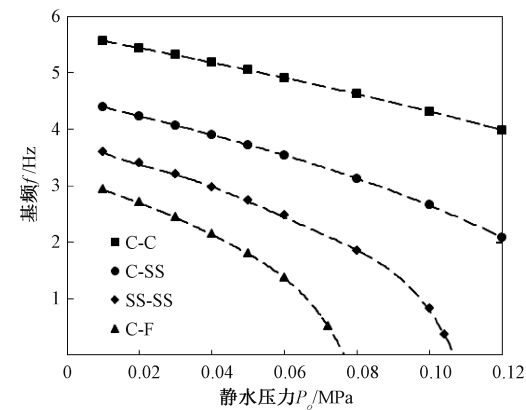
图 3 不同幂指数 N 时 FG 圆柱壳屈曲临界载荷预测
Figure 3 The prediction of the critical pressure of FG cylindrical shell with different power law index N

0.01、0.02、0.03 MPa 时的基频进行预测,同样可得到 $y = -135.39x + 14.204$, $P_{cr} = 0.1049$ MPa。

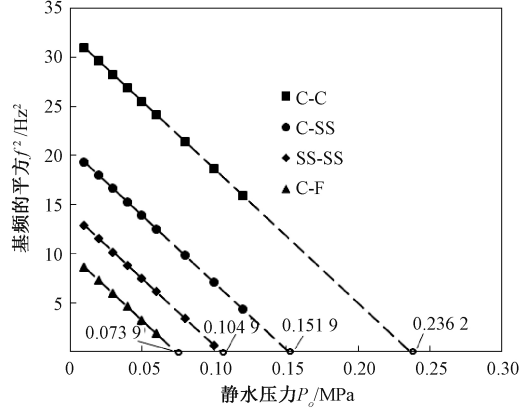
功能梯度材料的力学性能由组分材料的体积分数控制。图 3~6 中,FG 圆柱壳材料组合形式为不锈钢/氮化硅。如图 3 所示,FG 圆柱壳的基频数值与体积分数的幂指数 N 有关。当 N 发生变化,而壳体其余参数不变,通过使用图 2 所示拟合方法,可得到不同 N 时 FG 圆柱壳的屈曲临界载荷预测值(见图 3(b))。同理,可得到简支(SS)边界、固定(C)边界、自由(F)边界下 FG 圆柱壳的屈曲临界载荷预测值(见图 4)。

当 FG 圆柱壳壁厚半径比(h/R)和长度半径比(L/R)发生改变,而其余壳体参数不变时,同样可以由本文方法得到 FG 圆柱壳的屈曲临界载荷预测值(见图 5、图 6)。壳体参数为: $N=1$, SS-SS。由于静水压力可能改变结构的基频模态^[18],当静水压力增大到一定程度时, $L/R=5$ 和 $L/R=10$ 时的基频模态分别由(1,2)和(1,3)变为(1,3)和(1,4),因此图 5 中这两种情况仅分别给出(1,3)和(1,4)时的数据结果。

将线性拟合方法预测得到的屈曲临界载荷

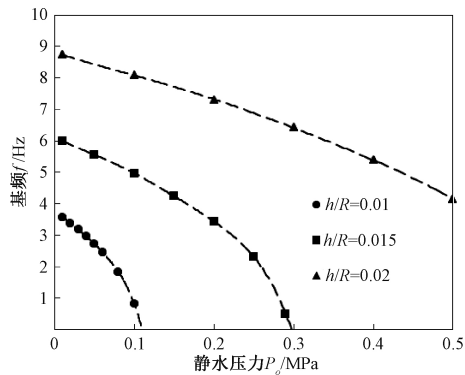


(a) 基频与静水压力的关系($N=1$)

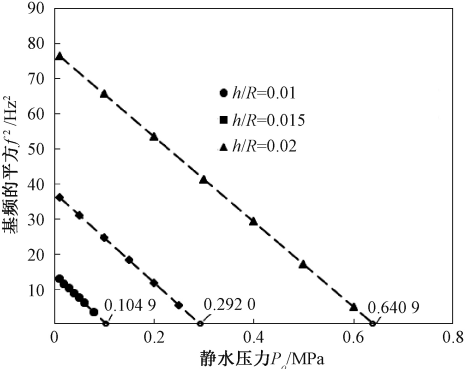


(b) 基频的平方与静水压力的关系及屈曲临界载荷预测($N=1$)

图 4 不同边界条件下 FG 圆柱壳屈曲临界载荷预测
Figure 4 The prediction of the critical pressure of FG cylindrical shell with different boundary conditions



(a) 基频与静水压力的关系($L/R=20$)



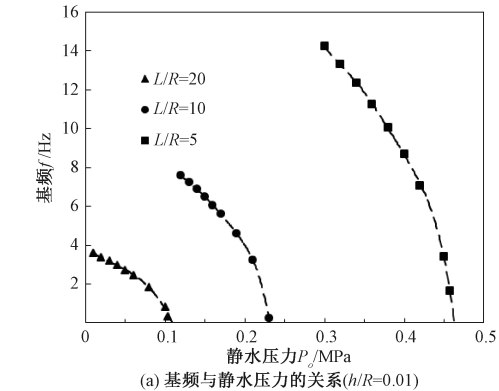
(b) 基频的平方与静水压力的关系及屈曲临界载荷预测($L/R=20$)

图 6 不同 h/R 时 FG 圆柱壳屈曲临界载荷预测
Figure 6 The prediction of the critical pressure of FG cylindrical shell with different h/R ratios

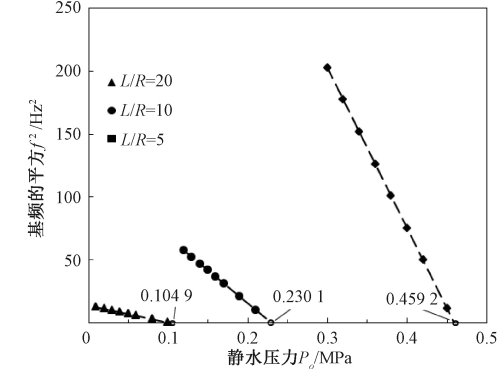
和由式(9)计算得到的屈曲临界载荷进行对比,发现预测结果和式(9)计算结果之间相对误差均小于 0.03%。以上结果表明,本文方法适用于水下 FG 圆柱壳的屈曲临界载荷预测,且预测精确高、计算量小。

3.3 固有频率预测

本文方法不仅可以预测屈曲临界载荷,还可预测任意模态的固有频率。作为算例,表 4 和表 5 分别给出了 4 种 FG 圆柱壳和刘佩等^[18]对圆柱壳的固有频率预测结果。表 4 中,选取 $P_0=0.01、0.02、0.03、0.04、0.05、0.06、0.07、0.08$ MPa 时的固有频率进行预测。壳体几何参数为: $h/R=0.01, L/R=20, m=1, n=2, SS-SS$ 。表 5 中选取相对深度(水深/半径)为 5、20、50、100、150、300、500 时的固有频率进行预测。壳体参数为: $L=1.284$ m, $R=0.180$ m, $h=0.003$ m, $E=206$ GPa, $\rho=7\ 850$ kg/m³, $\mu=0.3$ 。结果显示,表 4 中的固有频率预测误差均控制在 0.1% 以内;表 5 中的预测误差基本控制在 3% 以内,仅模态 (1, 3), 相对深度 = 300、500 时预测误差略大,误差原因与本文预测方法是基于理论分析方法,而刘佩等^[18]采用有限元分析方法有关,预测时将 FG 圆柱壳退化为各向同性圆柱壳也可能导致些许预测误差。



(a) 基频与静水压力的关系($h/R=0.01$)



(b) 基频的平方与静水压力的关系及屈曲临界载荷预测($h/R=0.01$)

图 5 不同 L/R 时 FG 圆柱壳屈曲临界载荷预测
Figure 5 The prediction of the critical pressure of FG cylindrical shell with different L/R ratios

表 4 FG 圆柱壳固有频率预测

Table 4 Prediction of natural frequency of FG cylindrical shell

Hz

P_o / MPa	不锈钢/氮化硅 ($P_{cr}=0.104\ 9\ \text{MPa}$)		不锈钢/氧化锆 ($P_{cr}=0.075\ 4\ \text{MPa}$)		钛合金/氮化硅 ($P_{cr}=0.084\ 4\ \text{MPa}$)		钛合金/氧化锆 ($P_{cr}=0.054\ 7\ \text{MPa}$)	
	$f=\sqrt{135.39P_o+14.204}$		$f=\sqrt{130.55P_o+9.840\ 9}$		$f=\sqrt{141.26P_o+11.918}$		$f=\sqrt{136.01P_o+7.433}$	
	公式(9)	预测值	公式(9)	预测值	公式(9)	预测值	公式(9)	预测值
0.01	3.599 5		2.921 5		3.241 2		2.464 3	
0.02	3.406 3		2.688 9		3.015 4		2.170 9	
0.03	3.201 4		2.434 0		2.771 3		1.831 0	
0.04	2.964 6	2.964 5	2.149 1	2.149 2	2.503 5	2.503 5	1.411 6	1.411 6
0.05	2.726 7	2.726 6	1.820 2	1.820 3	2.203 4	2.203 4	0.795 3	0.795 2
0.06	2.466 0	2.465 9	1.416 9	1.417 0	1.855 4	1.855 4		
0.07	2.174 2	2.174 1	0.837 9	0.838 1	1.424 7	1.424 7		
0.08	1.836 6	1.836 5			0.785 5	0.785 6		

表 5 各向同性圆柱壳固有频率预测

Table 5 Prediction of natural frequency of isotropic cylindrical shell

Hz

相对 深度	模态(1,2)		模态(1,3)		模态(1,4)		模态(2,3)		模态(2,4)	
	$f=\sqrt{-0.002\ 9P_o+9\ 721.1}$		$f=\sqrt{-0.010\ 9P_o+12\ 324}$		$f=\sqrt{-0.028\ 1P_o+42\ 674}$		$f=\sqrt{-0.014\ 2P_o+47\ 982}$		$f=\sqrt{-0.031\ P_o+61\ 010}$	
	刘佩 方法 ^[18]	本文 方法	刘佩 方法 ^[18]	本文 方法	刘佩 方法 ^[18]	本文 方法	刘佩 方法 ^[18]	本文 方法	刘佩 方法 ^[18]	本文 方法
5	98.614		110.951		206.570		219.130		247.065	
20	97.822		108.650		203.182		217.310		243.763	
50	97.313		106.701		200.653		216.292		241.583	
100	95.322	95.900	100.566	101.75	192.968	193.89	213.095	213.11	235.084	235.38
150	94.223	94.523	94.114	96.787	184.686	187.22	210.014	210.07	228.097	229.35
300	89.878	90.267	74.133	80.072	160.956	165.63	201.346	200.70	208.763	210.23
500	84.365	84.258	41.308	49.698	129.218	131.42	191.052	187.47	184.709	181.62

与传统临界载荷计算方法相比,本文预测方法计算量小,预测精度高,可以在数据有限的情况下快速获得屈曲临界载荷以及固有频率预测值。本文预测方法不仅适用于振动数值分析预测,还可用于振动试验预测,但是振动试验预测研究结果还很有限,后续将对此进行深入研究。

4 结论

基于水下 FG 圆柱壳固有频率的平方和静水压力之间呈线性关系这一重要结论,提出了一种适用于水下 FG 圆柱壳的屈曲临界载荷和频率预测方法。该方法能够在保证精确度的基础上快速得到水下 FG 圆柱壳屈曲临界载荷预测值以及任意静水压力下固有频率预测值,计算量小,且可以在数据有限的情况下进行预测。将预测结果与数值分析及数值模拟结果进行对比,表明本文预测方法精确度高,便于实际应用。

参考文献:

[1] BRISCHETTO S, TORNABENE F, FANTUZZI N, et al. 3D exact and 2D generalized differential quadrature models for free vibration analysis of functionally graded plates and cylinders[J]. Meccanica, 2016, 51 (9): 2059–2098.

[2] LI X, DU C C, LI Y H. Parametric instability of a functionally graded cylindrical thin shell subjected to both axial disturbance and thermal environment[J]. Thin-walled structures, 2018, 123: 25–35.

[3] LOY C T, LAM K Y, REDDY J N. Vibration of functionally graded cylindrical shells[J]. International journal of mechanical sciences, 1999, 41 (3): 309–324.

[4] 王鹏,李天匀,朱翔,等. 近水面状态有限长圆柱壳振动特性分析[J]. 振动工程学报, 2016, 29 (5): 772–778.

[5] ZHANG X M. Frequency analysis of submerged cylindrical shells with the wave propagation approach[J]. International journal of mechanical sciences, 2002, 44

(7): 1259-1273.

[6] ABRAMOVICH H, SINGER J, WELLER T. Repeated buckling and its influence on the geometrical imperfections of stiffened cylindrical shells under combined loading [J]. *International journal of non-linear mechanics*, 2002, 37(4/5): 577-588.

[7] 陈忱, 李天匀, 朱翔, 等. 基于波传播法的水下圆柱壳临界载荷-频率特性分析[J]. *中国造船*, 2012, 53(1): 130-136.

[8] PLAUT R H, VIRGIN L N. Use of frequency data to predict buckling [J]. *Journal of engineering mechanics*, 1990, 116 (10): 2330-2335.

[9] ZHU X, YE W B, LI T Y, et al. The elastic critical pressure prediction of submerged cylindrical shell using wave propagation method [J]. *Ocean engineering*, 2013, 58: 22-26.

[10] 梁斌, 陈金晓, 李戎, 等. 水下环肋功能梯度材料圆柱壳稳定性研究[J]. *振动与冲击*, 2017, 36 (13): 80-85, 121.

[11] 孟豪, 韩志军, 路国运. 复合材料圆柱壳非轴对称动力屈曲[J]. *振动与冲击*, 2017, 36 (11): 27-30, 78.

[12] 仝博, 朱锡, 任春雨, 等. 复合材料夹芯圆柱壳自由振动研究[J]. *海军工程大学学报*, 2017, 29 (5): 97-102.

[13] FLÜGGE W. *Stresses in shells*[M]. Berlin: Springer-verlag, 1960.

[14] MORSE P M, INGARD K U. *Theoretical acoustics* [M]. New York: McGraw-Hill Book Company, 1968.

[15] ZHANG X M, LIU G R, LAM K Y. Coupled vibration analysis of fluid-filled cylindrical shells using the wave propagation approach [J]. *Applied acoustics*, 2001, 62(3): 229-243.

[16] KIM Y W. Temperature dependent vibration analysis of functionally graded rectangular plates[J]. *Journal of sound and vibration*, 2005, 284(3/4/5): 531-549.

[17] KWAK M K, KOO J R, BAE C H. Free vibration analysis of a hung clamped-free cylindrical shell partially submerged in fluid[J]. *Journal of fluids and structures*, 2011, 27(2): 283-296.

[18] 刘佩, 刘书文, 黎胜. 潜深对水下圆柱壳振动声辐射特性的影响[J]. *舰船科学技术*, 2014, 36(5): 36-41, 48.

Prediction Method for Critical Buckling Pressure and Natural Frequency of Submerged Functionally Graded Cylindrical Shell

LI Rong, YANG Meng, LIU Linxia, LIANG Bin

(School of Civil Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471023, China)

Abstract: In order to overcome the lack of prediction method for the vibration of submerged functionally graded (FG) cylindrical shell, a prediction method for the critical buckling pressure and natural frequency of submerged FG cylindrical shell was presented. The coupled vibration characteristic equation of system was established based on the Flügge theory and wave propagation method. The data of natural frequencies under different hydrostatic pressures could be obtained by solving this equation. The results showed that the squared fundamental natural frequency of submerged FG cylindrical shell was linearly related to hydrostatic pressure. Based on this conclusion, the predicted values of critical buckling pressure could be obtained accurately by using three data values of natural frequencies. In addition, the data of natural frequency for FG cylindrical shell under any hydrostatic pressure could be easily got by using this linear fitting method. The calculation results indicated that the predicted results were consistent with the reference results. The validity and usefulness of the proposed method in engineering application were proved.

Key words: submerged functionally graded cylindrical shell; critical buckling pressure; natural frequency; hydrostatic pressure; prediction method