

文章编号:1671-6833(2018)04-0058-06

基于特征值的单机无穷大电力系统随机稳定性分析

张 振, 刘艳红

(郑州大学 电气工程学院, 河南 郑州 450001)

摘 要: 考虑系统参数与随机扰动强度以及两者之间的约束关系, 分析了随机扰动下单机无穷大电力系统的稳定性. 根据系统系数矩阵特征值的3种不同情况, 讨论了随机系统均值稳定和均方稳定性, 证明了如果无随机扰动电力系统渐近稳定, 则在随机小扰动下系统均值稳定和均方稳定, 并给出了系统均值均方差的界与随机扰动强度及系统参数之间的关系式. 最后, 对随机扰动作用下的单机无穷大电力系统进行仿真分析, 验证了结论的正确性.

关键词: 随机扰动; 单机无穷大电力系统; 矩阵特征值; 均值稳定; 均方稳定

中图分类号: TM712 **文献标志码:** A **doi:**10.13705/j.issn.1671-6833.2018.04.001

0 引言

电力系统的短路故障和控制等是研究人员长期关注的研究课题^[1-2]. 电力系统在运行过程中不可避免地受到负荷波动、控制回路噪声、电网谐波、随机故障等随机扰动的影响. 随着现代电力网络规模不断扩大, 新能源发电与并网以及电动汽车的使用, 使得电力系统受到的不确定随机扰动进一步增加, 对系统稳定性和电能质量造成的影响不容忽视^[3-5].

电力系统中的随机因素可概括为3类: ①外部随机扰动; ②系统初值的随机性; ③系统参数的随机性. 文献[6-7]考虑外部随机扰动下系统建模与稳定分析, 针对随机扰动下的电力系统的稳定性分析问题, 建立了系统的随机动态模型, 结合随机系统 p 阶矩稳定性理论, 通过求解显示解分析了系统的均值稳定、均方稳定性. 多机电力系统的随机小扰动稳定性问题与单机系统类似, 但要考虑系统之间的相互影响^[8-9]. 基于电力系统动态模型对电力系统小扰动概率稳定性分析, 可以得到随机扰动下系统关键特征根位于左半平面的概率^[10-11]. 但上述研究结果均未给出随机扰动与无扰动系统稳定性之间的定量关系, 无法准确估计在给定随机扰动强度条件下系统响应的均

值均方差的界, 也没有讨论扰动强度和系统参数对均值均方差界的影响.

笔者研究了随机扰动下单机无穷大电力系统的随机稳定性. 首先建立了单机无穷大系统的随机动态模型, 采用随机微分理论^[12]和矩阵论^[13]相关知识给出了系统均值均方稳定的条件, 分析了系统均值均方差的界与随机扰动强度之间的关系, 并讨论了系统矩阵特征值和系统参数对系统均值和均方差的界的影响, 最后, 通过对随机扰动下的电力系统进行仿真分析, 验证了所得结论的正确性.

1 电力系统随机动态模型

图1所示为单机无穷大系统.

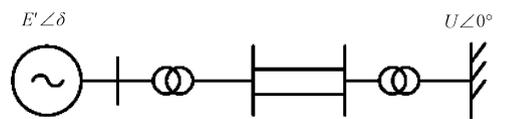


图1 单机无穷大系统

Fig.1 Single machine infinite bus system

无随机扰动下系统的动态模型表示为^[14]:

$$\begin{cases} \dot{\delta} = \omega - \omega_0; \\ \dot{\omega} = -\frac{D}{M}(\omega - \omega_0) - \frac{P_m}{M} + \frac{P_c}{M}, \end{cases} \quad (1)$$

式中: D 为阻尼系数; M 为惯性时间常数; δ 为发电

收稿日期:2017-10-15; 修订日期:2017-11-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61473265;61603345), 河南省自然科学基金资助项目(162300410260), 河南省高校科技创新团队支持计划资助项目(17IRTSTHN013)

通信作者:刘艳红(1970—), 女, 河南孟州人, 郑州大学教授, 主要从事复杂非线性系统分析与控制、电力系统分析与控制等研究, E-mail:liuyh@zzu.edu.cn.

机功角; ω 为转子角速度; ω_0 为同步角速度; P_m 为发电机输入机械功率; P_e 为发电机输出的电磁功率,且

$$P_m = \frac{E'U\sin\delta_0}{X_\Sigma}; \quad (2)$$

$$P_e = \frac{E'U\sin\delta}{X_\Sigma}, \quad (3)$$

式中: E' 为发电机内电势; U 为无穷大母线电压; X_Σ 表示总电抗, δ_0 为系统平衡状态对应的功角。

考虑新能源发电、电动汽车等对电力系统所产生的随机扰动,并将其近似看作高斯过程^[7],电力系统的随机动态模型表示为:

$$\begin{cases} \dot{\delta} = \omega - \omega_0; \\ \dot{\omega} = -\frac{D}{M}(\omega - \omega_0) - \frac{P_m}{M} + \frac{P_e}{M} + \frac{\sigma}{M}W(t), \end{cases} \quad (4)$$

式中: $W(t)$ 为高斯过程; σ 为随机扰动强度。

将系统在平衡点处线性化,并注意到:

$$\begin{cases} \Delta\dot{\delta} = \Delta\omega; \\ \Delta\dot{\omega} = -\frac{E'U\cos\delta_0\Delta\delta}{MX_\Sigma} - \frac{D}{M}\Delta\omega + \frac{\sigma}{M}W(t). \end{cases} \quad (5)$$

电力系统动态模型可表示为下面标准随机系统:

$$dx(t) = Ax(t)dt + A'dB(t), \quad (6)$$

其中, $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a & b \end{bmatrix}$, $a = -\frac{E'U}{MX_\Sigma}\cos\delta_0$, $b = -\frac{D}{M}$;

$$A' = \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma \\ M \end{bmatrix}; x(t) = [\Delta\delta, \Delta\omega]^T.$$

2 随机电力系统均值均方稳定性

本节讨论电力系统的均值和均方稳定性,并建立系统均值和均方差的界与随机扰动强度及系统参数之间的关系。

定义 1:对于系统(6),若其解过程 $x(t)$ 满足:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E \|x(t)\|_2^p < \varepsilon, \quad (7)$$

式中: ε 是正常数,则系统是 p 阶矩稳定;特殊的, p 等于1、2时,称系统是均值、均方稳定;当 $\varepsilon \rightarrow 0$ 时,称系统是 p 阶矩渐近稳定。

下面首先基于矩阵 A 的特征值,对 $\|e^A\|_2$ 进行分析;令 $|\lambda I - A| = 0$,得 $\lambda_{1,2}(A) = \frac{b \pm \sqrt{b^2 + 4a}}{2}$, I 为单位向量;因为 $b^2 + 4a$ 的不确定性,将矩阵 A 的特征方程的根分为3类:①重根;②无重根为实数;③无重根为复数。假设特征值实部均为负。有如下结论。

定理 1:若矩阵 A 的特征方程的根为重根,则

$$\|e^A\| \leq 1.618 \gamma_1 e^{\frac{b}{2}}; \quad (8)$$

若矩阵 A 的特征方程无重根且为实数,则

$$\|e^A\| \leq 2\gamma_2 e^{(b + \sqrt{b^2 + 4a})/2}; \quad (9)$$

若矩阵 A 的特征方程无重根且为复数,则

$$\|e^A\| \leq 2\gamma_3 \cos\left(\frac{\sqrt{-(b^2 + 4a)}}{2}\right) e^{\frac{b}{2}}, \quad (10)$$

式中: $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ 是关于 a, b 的量。

证明:(1)若矩阵 A 的特征方程的根为重根,

则有 $\lambda_{1,2}(A) = \frac{b}{2} < 0$ 。 A 相似于约旦矩阵 R ,即

$$R = \begin{bmatrix} \frac{b}{2} & 1 \\ 0 & \frac{b}{2} \end{bmatrix} = \frac{b}{2}I + H, H = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, H^2 = 0.$$

由函数 $f(x)$ 在 λ_i 处可展开表示为:

$$\begin{aligned} f(x) &= f(\lambda_i) + f'(\lambda_i)(x - \lambda_i) + \frac{1}{2!}f''(\lambda_i) \cdot \\ &(x - \lambda_i)^2 + \dots + \frac{1}{n!}f^{(n)}(\lambda_i)(x - \lambda_i)^n + \dots, \end{aligned} \quad (11)$$

式中: $i = 1, 2$ 。将 R 代入上式得:

$$f(R) = f\left(\frac{b}{2}\right)I + f'\left(\frac{b}{2}\right)H. \quad (12)$$

令 $f(x) = e^x$,有

$$e^R = e^{\frac{b}{2}} \left[I + H + \frac{1}{2!}H^2 + \dots \right] = e^{\frac{b}{2}}B, \quad (13)$$

其中, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,且 $A \sim R$,即存在可逆矩阵 Q

使得 $A = QRQ^{-1}$ 。令 $\gamma_1 = \|Q\|_2 \|Q^{-1}\|_2$,由 $\|B\|_2 = 1.618$,有

$$\|e^A\|_2 = \|Qe^RQ^{-1}\|_2 \leq$$

$$\|Q\|_2 \|Q^{-1}\|_2 \|e^R\|_2 =$$

$$\|Q\|_2 \|Q^{-1}\|_2 \|B\|_2 e^{\frac{b}{2}} = 1.618 \gamma_1 e^{\frac{b}{2}}.$$

(2)若矩阵 A 的特征方程无重根且为实数,有

$$\lambda_{1,2}(A) = \frac{b \pm \sqrt{b^2 + 4a}}{2} < 0.$$

同理,存在可逆矩阵 Q_1 满足 $A = Q_1R_1Q_1^{-1}$,即

$$R_1 = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 \\ 0 & R_{12} \end{bmatrix}, R_{1i} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 + 4a}}{2},$$

$$(i = 1, 2), H = 0.$$

将 R_{1i} 带入 $f(x)$,令 $f(x) = e^x$,整理得:

$$e^{R_{1i}} = e^{\lambda_i(A)}. \quad (14)$$

取 $\gamma_2 = \|Q_1\|_2 \|Q_1^{-1}\|_2$,有

$$\|e^A\|_2 = \|\mathbf{Q}_1 e^{R_1} \mathbf{Q}_1^{-1}\|_2 \leq$$

$$\|\mathbf{Q}_1\|_2 \|\mathbf{Q}_1^{-1}\|_2 \|e^{R_1}\|_2 =$$

$$\|\mathbf{Q}_1\|_2 \|\mathbf{Q}_1^{-1}\|_2 [e^{\lambda_1(A)} + e^{\lambda_2(A)}] \leq 2\gamma_2 e^{\frac{b+\sqrt{b^2+4a}}{2}}.$$

(3) 若矩阵 \mathbf{A} 的特征方程无重根且为复数, 即:

$$\lambda_{1,2}(\mathbf{A}) = \frac{b \pm j \sqrt{-(b^2 + 4a)}}{2}, \left(\frac{b}{2} < 0\right)$$

$$\text{则有 } \gamma_3 = \|\mathbf{Q}_2\|_2 \|\mathbf{Q}_2^{-1}\|_2,$$

$$\|e^A\|_2 = \|\mathbf{Q}_2 e^{R_2} \mathbf{Q}_2^{-1}\|_2 \leq$$

$$\|\mathbf{Q}_2\|_2 \|\mathbf{Q}_2^{-1}\|_2 \|e^{R_2}\|_2 =$$

$$\|\mathbf{Q}_2\|_2 \|\mathbf{Q}_2^{-1}\|_2 \left[e^{\frac{b+j\sqrt{-(b^2+4a)}}{2}} + e^{\frac{b-j\sqrt{-(b^2+4a)}}{2}} \right] =$$

$$\|\mathbf{Q}_2\|_2 \|\mathbf{Q}_2^{-1}\|_2 e^{\frac{b}{2}} \left[\cos \frac{\sqrt{-(b^2+4a)}}{2} + \right. \\ \left. j \sin \frac{\sqrt{-(b^2+4a)}}{2} + \cos \frac{-\sqrt{-(b^2+4a)}}{2} + \right. \\ \left. j \sin \frac{-\sqrt{-(b^2+4a)}}{2} \right] =$$

$$2\gamma_3 \cos \frac{\sqrt{-(b^2+4a)}}{2} e^{\frac{b}{2}}.$$

定理 2: 对随机电力系统(6), 若 $\text{Re}\{\lambda_{1,2}(\mathbf{A})\} < 0$, 那么系统是均值稳定的, 且满足:

(i) 矩阵 \mathbf{A} 的特征方程有重根, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E \|\mathbf{x}(t)\|_2 \leq \frac{1.618 \gamma_1 \sigma}{M \sqrt{-b}}. \quad (15)$$

(ii) 矩阵 \mathbf{A} 的特征方程无重根且为实数, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E \|\mathbf{x}(t)\|_2 \leq \frac{2\gamma_2 \sigma}{M \sqrt{-b - \sqrt{b^2 + 4a}}}. \quad (16)$$

(iii) 矩阵 \mathbf{A} 的特征方程无重根且为负数, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E \|\mathbf{x}(t)\|_2 \leq \frac{2\gamma_3 \sigma}{M \sqrt{-b}} \cos \left(\frac{\sqrt{-(b^2 + 4a)}}{2} \right). \quad (17)$$

证明: 对于系统(6)的解的显式表达式为:

$$\mathbf{x}(t) = e^{At} \mathbf{x}_0 + \int_0^t e^{A(t-s)} \mathbf{A}' dB(s). \quad (18)$$

有

$$E[\mathbf{x}^T(t)\mathbf{x}(t)] = E[(e^{At}\mathbf{x}_0)^T e^{At}\mathbf{x}_0] + \\ E[(e^{At}\mathbf{x}_0)^T \int_0^t e^{A(t-s)} \mathbf{A}' dB(s)] + \\ E\left[\left(\int_0^t e^{A(t-s)} \mathbf{A}' dB(s)\right)^T e^{At}\mathbf{x}_0\right] + \\ E\left[\left(\int_0^t \mathbf{A}'^T e^{A^T(t-s)} dB(s)\right) \int_0^t e^{A(t-s)} \mathbf{A}' dB(s)\right]. \quad (19)$$

非随机变量的期望等于本身, 有

$$E[(e^{At}\mathbf{x}_0)^T e^{At}\mathbf{x}_0] = \|e^{At}\mathbf{x}_0\|_2^2. \quad (20)$$

根据维纳性质, 有

$$E[(e^{At}\mathbf{x}_0)^T \int_0^t e^{A(t-s)} \mathbf{A}' dB(s)] = 0. \quad (21)$$

$$E\left[\left(\int_0^t e^{A(t-s)} \mathbf{A}' dB(s)\right)^T e^{At}\mathbf{x}_0\right] = 0. \quad (22)$$

对式(19)等号右边第四项根据维纳过程的随机积分性质, 有

$$E\left[\left(\int_0^t \mathbf{A}'^T e^{A^T(t-s)} dB(s)\right) \int_0^t e^{A(t-s)} \mathbf{A}' dB(s)\right] = \\ E\left[\int_0^t \mathbf{A}'^T e^{A^T(t-s)} dB(s) \int_0^t e^{A(t-s)} \mathbf{A}' dB(s)\right] = \\ \int_0^t \mathbf{A}'^T e^{A^T(t-s)} e^{A(t-s)} \mathbf{A}' ds = \\ \int_0^t \|e^{A(t-s)} \mathbf{A}'\|_2^2 ds. \quad (23)$$

把式(20)~(23)带入式(19)得

$$E[\mathbf{x}^T(t)\mathbf{x}(t)] = \|e^{At}\mathbf{x}_0\|_2^2 + \int_0^t \|e^{A(t-s)} \mathbf{A}'\|_2^2 ds. \quad (24)$$

(i) 若矩阵 \mathbf{A} 的特征方程有重根, 有

$$\|e^{At}\mathbf{x}_0\|_2^2 \leq \|e^{At}\|_2^2 \|\mathbf{x}_0\|_2^2 \leq \\ 1.618^2 \gamma_1^2 e^{bt} \|\mathbf{x}_0\|_2^2; \\ \int_0^t \|e^{A(t-s)} \mathbf{A}'\|_2^2 ds \leq \int_0^t \|e^{A(t-s)}\|_2^2 \|\mathbf{A}'\|_2^2 ds \leq \\ 1.618^2 \gamma_1^2 \frac{\sigma^2}{M^2} \int_0^t e^{b(t-s)} ds = \frac{1.618^2 \gamma_1^2 \sigma^2}{-bM^2} (1 - e^{bt}),$$

有

$$E[\mathbf{x}^T(t)\mathbf{x}(t)] \leq 1.618^2 \gamma_1^2 e^{bt} \|\mathbf{x}_0\|_2^2 + \\ \frac{1.618^2 \gamma_1^2 \sigma^2}{-bM^2} (1 - e^{bt}),$$

故

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E[\mathbf{x}^T(t)\mathbf{x}(t)] \leq \frac{1.618^2 \gamma_1^2 \sigma^2}{-bM^2}. \quad (25)$$

根据 Cauchy-Schwarz 不等式

$$(E \|\mathbf{x}(t)\|_2)^2 \leq E \|\mathbf{x}(t)\|_2^2 = E[\mathbf{x}^T(t)\mathbf{x}(t)],$$

则

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E \|\mathbf{x}(t)\|_2 \leq \frac{1.618 \gamma_1 \sigma}{M \sqrt{-b}}. \quad (26)$$

(ii) 矩阵 \mathbf{A} 的特征方程无重根且为实数, 同理可得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E \|\mathbf{x}(t)\|_2 \leq \frac{2\gamma_2 \sigma}{M \sqrt{-b - \sqrt{b^2 + 4a}}}. \quad (27)$$

(iii) 矩阵 \mathbf{A} 的特征方程无重根且为实数, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E \|\mathbf{x}(t)\|_2 \leq \frac{2\gamma_3 \sigma}{M \sqrt{-b}} \cos \left(\frac{\sqrt{-(b^2 + 4a)}}{2} \right). \quad (28)$$

综上,存在

$$\varepsilon_1 > \left\{ \frac{1.618 \gamma_1 \sigma}{M \sqrt{-b}}, \frac{2\gamma_2 \sigma}{M \sqrt{-b - \sqrt{b^2 + 4a}}}, \frac{2\gamma_3 \sigma}{M \sqrt{-b}} \right\}$$

满足:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E \| \mathbf{x}(t) \|_2 < \varepsilon_1, \quad (29)$$

则系统(6)是均值稳定的。

定理3:对随机电力系统(6),若 $\text{Re}\{\lambda_{1,2}(\mathbf{A})\} < 0$, 那么系统是均方稳定的,且满足:

(i) 矩阵 \mathbf{A} 的特征方程有重根,有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E \| \mathbf{x}(t) \|_2^2 \leq \frac{2.618 \gamma_1^2 \sigma^2}{-bM^2}. \quad (30)$$

(ii) 矩阵 \mathbf{A} 的特征方程无重根且为实数,有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E \| \mathbf{x}(t) \|_2^2 \leq \frac{4\gamma_2^2 \sigma^2}{-(b + \sqrt{b^2 + 4a})M^2}. \quad (31)$$

(iii) 矩阵 \mathbf{A} 的特征方程无重根且为负数,有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E \| \mathbf{x}(t) \|_2^2 \leq \frac{4\gamma_3^2 \sigma^2}{-bM^2} \cos^2 \left(\frac{\sqrt{-(b^2 + 4a)}}{2} \right). \quad (32)$$

证明:由定理1知

$$(E \| \mathbf{x}(t) \|_2)^2 \leq E \| \mathbf{x}(t) \|_2^2 = E[\mathbf{x}^T(t)\mathbf{x}(t)].$$

(i) 矩阵 \mathbf{A} 的特征方程有重根,有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E \| \mathbf{x}(t) \|_2^2 = \lim_{t \rightarrow \infty} E[\mathbf{x}^T(t)\mathbf{x}(t)] \leq \frac{2.618 \gamma_1^2 \sigma^2}{-bM^2}.$$

(ii) 矩阵 \mathbf{A} 的特征方程无重根且为实数,有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E \| \mathbf{x}(t) \|_2^2 = \lim_{t \rightarrow \infty} E[\mathbf{x}^T(t)\mathbf{x}(t)] \leq \frac{4\gamma_2^2 \sigma^2}{-(b + \sqrt{b^2 + 4a})M^2}.$$

(iii) 矩阵 \mathbf{A} 的特征方程无重根且为负数,有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E \| \mathbf{x}(t) \|_2^2 \leq \frac{4\gamma_3^2 \sigma^2}{-bM^2} \cos^2 \left(\frac{\sqrt{-(b^2 + 4a)}}{2} \right),$$

取 $\varepsilon_2 = \varepsilon_1^2$, 满足:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E \| \mathbf{x}(t) \|_2^2 < \varepsilon_2, \quad (33)$$

则系统(6)是均方稳定的。

注1:定理2所得结果可推广到 n 维随机电力系统. 具体地,将 n 维随机电力系统化为方程(6)所示标准随机动态系统形式,由定理2的证明过程知方程(24)仍成立. 进一步,根据矩阵特征值分析方法得到 $\|e^{\mathbf{A}t}\|_2$ 以及 $\|\mathbf{A}'\|_2$ 的表达式,并根据矩阵 \mathbf{A} 特征值的不同取值情况得到方程(24)的不同表达式,与定理2类似可判断系统的均值均方稳定性。

3 仿真算例

本节对图1所示单机无穷大电力系统在不同

随机扰动下的稳定性进行仿真分析. 仿真中选取的参数如下:升压变压器电抗 $x_{T1} = 0.138$ p. u., 降压变压器电抗 $x_{T2} = 0.122$ p. u., 发电机暂态电抗 $x'_d = 0.295$ p. u., 阻尼系数 $D = 2.0$ p. u., 内电势 $E' = 1.41$ p. u., 无穷大母线电压 $U = 1.0$ p. u., 总电抗 $X_{\Sigma} = 0.8$ p. u., 负荷有功功率和无功功率分别为 $P_0 = 1.0$ p. u., $Q_0 = 0.2$ p. u.. 系统初始状态 $\omega_0 = 1, \delta_0 = 34.46^\circ$; 电压基准值 $U_{B(220)} = 209$ kV, 功率基准值 $S_B = 220$ MVA.

系统的系数矩阵为:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.0005669 & -0.0007783 \end{bmatrix};$$

$$\lambda_{1,2}(\mathbf{A}) = -0.0004 \pm 0.0238j;$$

$$\mathbf{R}_2 =$$

$$\begin{bmatrix} -0.0004 + 0.0238j & 0 \\ 0 & -0.0004 - 0.0238j \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{Q}_2 =$$

$$\begin{bmatrix} 0.9997 & 0.9997 \\ -0.0004 + 0.0238j & -0.0004 - 0.0238j \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{Q}_2^{-1} = \begin{bmatrix} 0.5002 - 0.0084j & -21.0084j \\ 0.5002 + 0.0084j & 21.0084j \end{bmatrix};$$

$$\gamma_3 = \|\mathbf{Q}_2\| \|\mathbf{Q}_2^{-1}\| = 42.00456.$$

综上知 $\text{Re}\{\lambda_{1,2}(\mathbf{A})\} < 0$, 则系统(6)在无扰动下是局部渐近稳定,在随机小扰动下是均值、均方稳定。

下面对不同随机扰动强度作用下系统的稳定性进行仿真. 系统状态均值和均方差的界如表1所示,显然随着 σ 的增加,系统均值和均方差的上界也增加. 不同扰动强度下的仿真结果如图2~7所示。

表1 均值均方差的界

Tab.1 The bounds of mean and mean square error

随机扰动强度 σ	均值均方差的界	
	$\lim_{t \rightarrow \infty} E \ \mathbf{x}(t) \ _2$	$\lim_{t \rightarrow \infty} E \ \mathbf{x}(t) \ _2^2$
0.02	0.02344	0.00055
0.04	0.04687	0.00220
1.50	1.75768	3.08947

从图2~5可以看出,当取 $\sigma = 0.02, \sigma = 0.04$,即系统在较小随机扰动作用下,功角及角速度变化量很小,能够稳定运行在扰动前的平衡状态,但图4中系统功角的变化峰值较图2有比较明显的增大,图5所示角速度变化量较图3也有明显的增大,表明随着随机扰动强度的增大,系统状态的波动增加. 由仿真结果图6和图7可知,

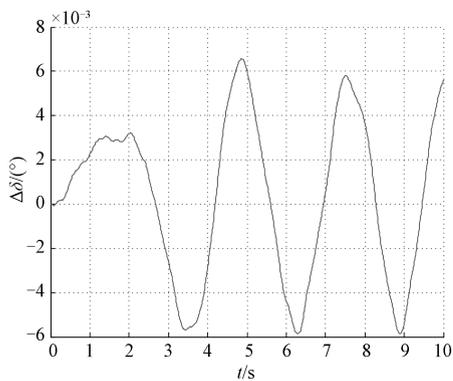


图2 $\sigma=0.02$ 时的 $\Delta\delta$ 响应曲线

Fig. 2 Response of $\Delta\delta$ with $\sigma=0.02$

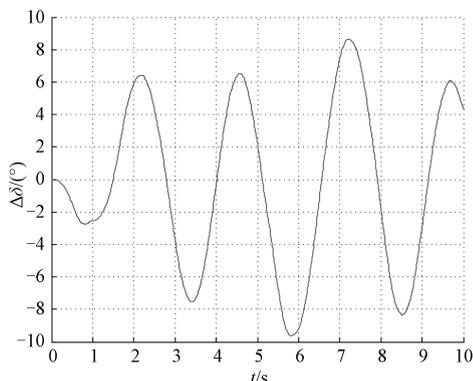


图6 $\sigma=1.50$ 时的 $\Delta\delta$ 响应曲线

Fig. 6 Response of $\Delta\delta$ with $\sigma=1.50$

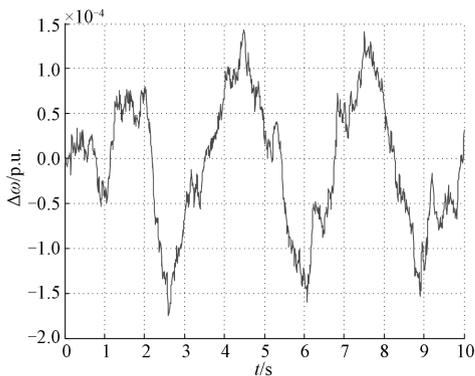


图3 $\sigma=0.02$ 时的 $\Delta\omega$ 响应曲线

Fig. 3 Response of $\Delta\omega$ with $\sigma=0.02$

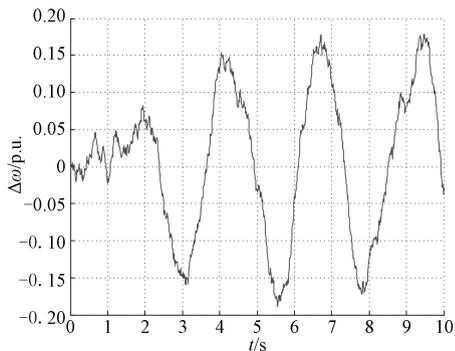


图7 $\sigma=1.50$ 时的 $\Delta\omega$ 响应曲线

Fig. 7 Response of $\Delta\omega$ with $\sigma=1.50$

当 $\sigma = 1.50$, 即在较大随机扰动作用下, 系统功角、角速度的波动明显增大, 扰动后系统运行点无法稳定在扰动前的平衡状态, 系统失稳.

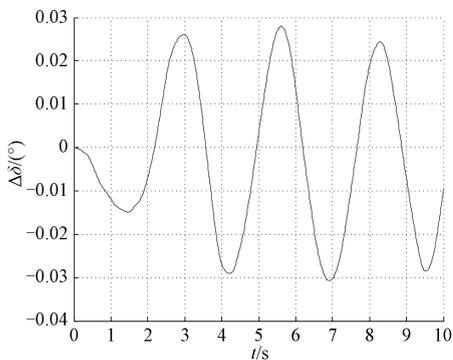


图4 $\sigma=0.04$ 时的 $\Delta\delta$ 响应曲线

Fig. 4 Response of $\Delta\delta$ with $\sigma=0.04$

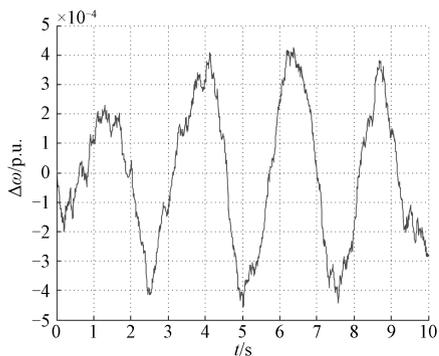


图5 $\sigma=0.04$ 时的 $\Delta\omega$ 响应曲线

Fig. 5 Response of $\Delta\omega$ with $\sigma=0.04$

4 结论

笔者对高斯随机小扰动下电力系统的稳定性进行分析. 建立了系统的高斯随机小扰动随机动态模型, 研究了电力系统随机小扰动稳定性, 给出了系统的均值均方稳定性的条件, 通过对系统矩阵特征值的3种不同情况进行分析, 给出了系统均值均方差的界与随机扰动强度以及系统参数之间的关系, 并在不同随机扰动强度下对系统进行仿真分析. 研究表明: 随机小扰动不会影响系统的稳定性, 但会影响系统均值均方差的界; 大扰动不仅会影响系统均值均方差的界, 而且会造成系统不稳定. 笔者所提出的分析方法同样适用于高阶随机电力系统的小扰动稳定性分析, 且能够准确估计随机扰动和系统参数对系统状态稳定性的影响.

参考文献:

[1] 齐歌, 白左霞, 刘宪林, 等. 双三项永磁同步电动机一相绕组短路故障性能分析[J]. 郑州大学学报

- (工学版), 2015, 36(1): 24-27.
- [2] 刘艳红,赵景隆. 混永磁直驱风力发电系统最大风能捕获滑模控制[J]. 郑州大学学报(工学版), 2016, 37(4): 1-5.
- [3] 谷玉宝,宋墩文,李月乔,等. 风电并网对电力系统小干扰稳定性的影响综述[J]. 智能电网, 2016, 4(2): 157-165.
- [4] 彭云建,邓飞其. 电力系统随机稳定性分析与控制问题综述[J]. 电工电能新技术, 2007, 26(3): 52-58.
- [5] CHEN L C, ZHU W Q. First passage failure of dynamical power systems under random perturbations [J]. Sci China Tech Sci, 2010, 53(9): 2495-2500.
- [6] YUAN B, ZHOU M, LI G Y, et al. Stochastic small-signal stability of power systems with wind power generation[J]. IEEE transaction on power systems, 2015, 30(4): 1680-1689.
- [7] ZHANG J Y, JU P, YU Y P, et al. Responses and stability of power system under small Gauss type random excitation [J]. Sci China Tech Sci, 2012, 55(7): 1873-1880.
- [8] 许文碧,王杰. 非线性电力系统随机小干扰稳定性分析[J]. 电网技术, 2014, 38(10): 2735-2740.
- [9] 王芮,王杰,弥潇. 计及随机小扰动影响下的多机系统稳定性分析[J]. 电力自动化设备, 2017, 37(2): 164-170.
- [10] 杜文娟,卜思齐,王海风. 考虑并网风电随机波动的电力系统小干扰概率稳定性分析[J]. 中国电机工程学报, 2011, 31(S1): 7-11.
- [11] 边晓燕,耿艳,李学武,等. 风电并网系统小干扰概率稳定性分析与改善[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(20): 1-7.
- [12] 徐仲,张凯院,陆全,等. 矩阵论简明教程[M]. 北京:清华大学出版社, 2001.
- [13] MAO X R. Stochastic differential equations and applications[M]. UK: Horwood Press, 2007.
- [14] 韩祯祥. 电力系统分析[M]. 杭州:浙江大学出版社, 2013.

Stochastic Small Signal Stability of Single Machine Infinite Bus Power Systems Based on Matrix Eigenvalue Analysis

ZHANG Zhen, LIU Yanhong

(School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: The stochastic small signal stability of single machine infinite bus power systems was investigated with consideration of the relationship between the system parameters and the stochastic disturbance in this paper. Firstly, according to the three different characteristics of the eigenvalues of the system coefficient matrix, the mean stability and mean square stability were discussed. It was shown that if the power system was asymptotically stable under no stochastic disturbance, its mean stable and mean square were square stable under small stochastic disturbance. The function of the bound of mean and mean square value with respect to the variance and random perturbation relation between stochastic intensity and system parameters was given. Finally, the power system was simulated under different stochastic intensity and the correctness of the proposed results was verified.

Key words: stochastic disturbance ; single machine infinite bus power system; eigenvalues; mean stability; mean square stability