

无线 Ad Hoc 网络中双向传输容量的研究

陈昌海^{1,3}, 李娜娜², 王 静³, 李振锋³

(1. 电子科技大学 光互联网与移动信息网络研究中心, 四川 成都 611731; 2. 郑州轻工业学院 计算机与通信工程学院, 河南 郑州 450002; 3. 四川工程职业技术学院, 四川 德阳 618000)

摘 要: 目前对于基于双向传输信道的无线 Ad Hoc 网络传输容量的研究还很少, 主要原因是无法得到传输容量的闭合表达式, 无法准确地研究各种网络参数对传输容量的影响. 针对这一情况, 使用随机几何理论建立无线 Ad Hoc 网络双向传输模型, 并对瑞利衰落信道时双向传输成功概率和双向传输容量的闭合表达式进行了理论推导. 数值仿真结果表明: 单次传输的成功概率受多个网络参数的影响, 实际网络中通信密度的增加会导致通信成功概率的迅速下降; 双向传输容量主要受到网络允许的最大通信失败概率的影响, 当最大通信失败概率较小时, 双向传输容量随着最大通信失败概率的增加而显著增大, 但是此时通信质量也会下降, 因此需要选择合适的最大通信失败概率以便兼顾通信质量和双向传输容量.

关键词: Ad Hoc; 双向传输; 传输容量; 最大通信失败概率; 通信对

中图分类号: TN911. 22 **文献标志码:** A doi:10. 13705/j. issn. 1671-6833. 2017. 06. 002

0 引言

无线 Ad Hoc 网络的传输容量^[1] (TC, transmission capacity) 被定义为具有最大通信失败概率约束的最大成功通信密度, 也就是说, TC 实质上是在满足一定通信质量时网络能够在单位面积上实现的最大成功通信数量. 多年来, 人们试图从多个方面^[2] 对无线 Ad Hoc 网络的 TC 进行研究, 目前广泛为研究者们所认可的研究方法是, 使用随机几何理论^[3] 对网络中发送机 (TX, transmitter) 和接收机 (RX, receiver) 在网络中的位置分布进行建模. 使用这一方法, 研究者们从不同方面对 TC 进行了研究, 比如干扰消除^[4]、多天线^[5]、保护区域^[6] 等, 并取得了较为显著的研究成果.

前期的研究主要都是基于网络中的通信是单向传输^[7-8] 这一条件, 认为只要任意 TX 发送的信号到达对应的 RX 处的信干比 (SIR, signal-to-interference ratio) 大于 SIR 门限值就能够实现信号的成功传输^[9]. 但是实际上的通信系统往往是双向通信, 就算是单向通信的通信系统也需要反馈信号来进行信道初始化、信道反馈、接收确认和

路由信息传递等. 文献[10] 首次提出了在无线 Ad Hoc 网络 TC 的研究中使用双向信道, 并对双向信道对 TC 的影响进行了研究, 但是只给出了 TC 的上下界的范围, 没有得到 TC 的闭合表达式, 无法给出 TC 与网络参数之间的具体关系, 因此无法准确的描述各种网络参数变化对 TC 的影响. 针对这一问题, 笔者研究瑞利衰落信道情况下的无线 Ad Hoc 网络的双向传输容量 (BTC, bidirectional transmission capacity), 使用随机几何理论对无线 Ad Hoc 网络进行建模, 并推导 BTC 的闭合表达式. 在此网络中, 对于任意 TX 和 RX 构成的通信对来说, 一次成功的双向通信包括从 TX 到 RX 和 RX 到 TX 两次通信, 只有当这两次通信都成功时才能认为这次双向通信成功.

1 系统模型

使用随机几何理论对无线 Ad Hoc 网络进行建模, 网络处于二维平面上且没有规模限制, 在网络中存在两组通信终端, 一组为 TX, 另一组为 RX, 任意 TX 都有唯一的一个 RX 与之相对应, 并构成一个通信对. 根据随机几何理论, 网络中所有

TX_s (或 RX_s) 在网络中的位置服从密度为 λ 泊松点过程 (PPP, poisson point process)。

使用时隙 Aloha 随机接入协议^[11], 在任意时隙内, 任意通信对以概率 p 随机接入信道进行通信。根据随机几何理论中 PPP 具有平稳性^[12], 在任意时隙内, 所有进行通信的 TX (或 RX) 在网络中的位置服从密度为 $p\lambda$ 的 PPP。网络中所有的通信对使用频分双工进行双向通信, 即任意 TX 使用相同的频率 f_t 发送数据给对应的 RX , 并且任意 RX 使用相同的频率 f_r 发送数据给对应的 TX 。在任意时隙内, 随机选定一组通信对并用编号 0 来表示, 网络中的其他通信对用编号 i ($i = 1, 2, 3, \dots$) 来表示, 对编号为 0 的通信对的通信性能统计特性的研究结果将与其它通信对相同。

在某一时隙内, 任意 TX_0 与 RX_0 之间的距离为 d ; TX_i 与 RX_0 之间的距离用 $X_{t,i}$ 表示, 信道功率衰落系数用 $H_{t,i}$ 表示; RX_i 与 TX_0 之间的距离用 $X_{r,i}$ 表示, 信道功率衰落系数用 $H_{r,i}$ 表示。由于无线 Ad Hoc 网络是干扰受限系统^[13], 笔者不考虑随机噪声的影响, 定义信道为瑞利衰落, 信号功率衰减因子服从参数为 τ 的指数分布, 路径损耗因子为 α ($\alpha > 2$), 则 RX_0 处接收到的信号为

$$S_r = PH_{t,0}d^{-\alpha} + \sum_{i=1,2,3,\dots} PH_{t,i}X_{t,i}^{-\alpha}. \quad (1)$$

在 TX_0 处接收到的信号为

$$S_t = PH_{r,0}d^{-\alpha} + \sum_{i=1,2,3,\dots} PH_{r,i}X_{r,i}^{-\alpha}, \quad (2)$$

式中: P 为任意 TX (或 RX) 的发送信号功率。因此可以得到 RX_0 处的 SIR_r 为

$$SIR_r = \frac{H_{t,0}d^{-\alpha}}{\sum_{i=1,2,3,\dots} H_{t,i}X_{t,i}^{-\alpha}}. \quad (3)$$

TX_0 处的 SIR_t 为

$$SIR_t = \frac{H_{r,0}d^{-\alpha}}{\sum_{i=1,2,3,\dots} H_{r,i}X_{r,i}^{-\alpha}}. \quad (4)$$

定义 SIR 的最低门限值为 β , 在任意 TX 或 RX 处的 SIR 一旦低于 β 就会导致通信失败, 因此 RX_0 接收信号成功概率可以表示为

$$S_r = Pr(SIR_r \geq \beta). \quad (5)$$

TX_0 处接收信号成功概率可以表示为

$$S_t = Pr(SIR_t \geq \beta). \quad (6)$$

只有当 RX_0 和 TX_0 处都成功接收信号时, 编号为 0 的通信对 (TX_0 和 RX_0) 才成功地进行了一次双向通信, 因此双向通信失败概率为

$$Q = 1 - S_t S_r. \quad (7)$$

为了保证网络的通信质量, 一般要求双向通信

失败概率要控制在一个较小的值^[14], 定义 ε 为网络允许的最大通信失败概率, 则通过对 $Q = \varepsilon$ 进行求解可以得到对应的最大通信对密度 λ^ε 。参考单向传输网络 TC 的定义, 笔者定义 BTC 为

$$C_B = (1 - \varepsilon)p\lambda^\varepsilon, 0 < \varepsilon < 1. \quad (8)$$

2 双向传输的统计特性研究

根据 RX_0 处成功通信概率的定义 (5), 把式 (3) 代入公式 (5) 并进行整理可以得到:

$$S_r = Pr(H_{t,0} \geq \beta d^\alpha I_t), \quad (9)$$

式中,

$$I_t = \sum_{i=1,2,3,\dots} H_{t,i}X_{t,i}^{-\alpha}. \quad (10)$$

定义符号 $E(*)$ 为对随机参数求数学期望, 由于 $H_{t,0}$ 服从参数为 τ 的指数分布, 则公式 (9) 可以变为

$$S_r = E\left(\int_{\beta d^\alpha I_t}^{\infty} \tau e^{-\tau h} dh\right) = L_{I_t}(\tau \beta d^\alpha), \quad (11)$$

式中: $L_{I_t}(s)$ 表示随机变量 I_t 的拉普拉斯变换。

定理 1: 随机变量 $I_t = \sum_{i=1,2,3,\dots} H_{t,i}X_{t,i}^{-\alpha}$ 的拉普拉斯变换表达式为

$$L_{I_t}(s) = e^{-\lambda p \pi s \gamma E(H_{t,i}^\gamma) \Gamma(1-\gamma)}, \quad (12)$$

式中: $\gamma = 2/\alpha$; $\Gamma(x)$ 是伽玛函数。

证明: 为了能够推导随机变量 I_t 的拉普拉斯变换 $L_{I_t}(s)$, 首先把网络区域限制在以 RX_0 为圆心并且半径为 r 的圆形区域, 此时如果只有 k 个 TX 存在于此区域, 则 I_t 的拉普拉斯变换可以表示为

$$L_{I_t,k}(s) = E(e^{-s \sum_{i=1}^k H_{t,i}X_{t,i}^{-\alpha}}) = [E(e^{-s H_{t,i}X_{t,i}^{-\alpha}})]^k. \quad (13)$$

由于 TX_s 服从密度为 λp 的 PPP, 则在面积为 πr^2 的区域内存在 k 个 TX_s 的概率为

$$P(k, TX_s) = \frac{(\lambda p \pi r^2)^k}{k!} e^{-\lambda p \pi r^2}. \quad (14)$$

把式 (13) 与 (14) 结合在一起, 可以得到任意数量 TX 位于面积为 πr^2 的圆形区域内时的 I_t 的拉普拉斯变换的期望值为

$$\begin{aligned} L_{I_t}(s) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda p \pi r^2)^k}{k!} e^{-\lambda p \pi r^2} [E(e^{-s H_{t,i}X_{t,i}^{-\alpha}})]^k = \\ &= e^{\lambda p \pi r^2 [E(e^{-s H_{t,i}X_{t,i}^{-\alpha}}) - 1]} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda p \pi r^2 E(e^{-s H_{t,i}X_{t,i}^{-\alpha}}))^k}{k!} e^{-\lambda p \pi r^2 E(e^{-s H_{t,i}X_{t,i}^{-\alpha}})} = \\ &= e^{\lambda p \pi r^2 [E(e^{-s H_{t,i}X_{t,i}^{-\alpha}}) - 1]}. \end{aligned} \quad (15)$$

由于任意 TX_i 随机分布在此圆形区域内, $X_{t,i}$ 的概率密度函数为

$$f_X(x) = 2x/r^2, 0 \leq x \leq r. \quad (16)$$

把公式 (16) 代入式 (15) 可以得到:

$$L_{I_t}(s) = e^{\lambda p \pi [E(\int_0^{\infty} e^{-sH_{t,i}x} e^{-\alpha 2x} dx) - 1]}.$$
 (17)

当 $r \rightarrow \infty$ 时,公式(17)变为

$$L_{I_t}(s) = e^{-\lambda p \pi s \gamma E(H_{t,i}^\gamma) \Gamma(1-\gamma)}.$$
 (18)

定理 1 证明完毕.

定理 2:在双向对称传输信道系统模型中,无线 Ad Hoc 网络的双向传输容量为

$$C_B = \frac{-(1-\varepsilon)\ln(1-\varepsilon)}{2\gamma\beta^\gamma d^2 \pi^2 \csc(\gamma\pi)}.$$
 (19)

证明:由于 $H_{t,i}$ 服从参数为 τ 的指数分布,因此可以得到:

$$E(H_{t,i}^\gamma) = \int_0^\infty h^\gamma \tau e^{-\tau h} dh = \tau^{-\gamma} \Gamma(1+\gamma),$$
 (20)

把式(20)代入式(12)可以得到随机变量 $I_t =$

$\sum_{i=1,2,3,\dots} H_{t,i} X_{t,i}^{-\alpha}$ 的拉普拉斯变换表达式为

$$L_{I_t}(s) = e^{-\lambda p \pi s \gamma \tau^{-\gamma} \Gamma(1+\gamma) \Gamma(1-\gamma)}.$$
 (21)

由于

$$\Gamma(1+\gamma)\Gamma(1-\gamma) = \gamma\pi \csc(\gamma\pi).$$
 (22)

把式(22)代入式(21),则随机变量 $I_t =$

$\sum_{i=1,2,3,\dots} H_{t,i} X_{t,i}^{-\alpha}$ 的拉普拉斯变换表达式变为

$$L_{I_t}(s) = e^{-\lambda p \gamma \pi^2 \tau^{-\gamma} \csc(\gamma\pi) s^\gamma}.$$
 (23)

式(11)是单向传输成功概率的表达式,把式(23)代入式(11)可以得到单向传输成功接收信号的概率为

$$S_r = L_{I_t}(\tau\beta d^\alpha) = e^{-\lambda p \gamma \beta^\gamma d^2 \pi^2 \csc(\gamma\pi)}.$$
 (24)

由于网络中的 TX_s 和 RX_s 具有相同的分布,信道传输参数也具有相同的统计特性,因此使用与推导 RX_0 处成功接收信号概率相同的推导过程可以得到:

$$S_t = S_r = e^{-\lambda p \gamma \beta^\gamma d^2 \pi^2 \csc(\gamma\pi)}.$$
 (25)

把式(24)和式(25)代入双向传输失败概率定义式(7),可以得到双向通信失败概率为

$$Q = 1 - e^{-\lambda p \gamma \beta^\gamma d^2 \pi^2 \csc(\gamma\pi)}.$$
 (26)

令 $Q = \varepsilon$ 并对式(26)进行求解,可以得到对应于最大通信失败概率 ε 时的最大通信对密度 λ^ε 为

$$\lambda^\varepsilon = \frac{-\ln(1-\varepsilon)}{2p\gamma\beta^\gamma d^2 \pi^2 \csc(\gamma\pi)}.$$
 (27)

最后,把最大通信对密度 λ^ε 式(27)代入 BTC 的定义式(8),可以得到无线 Ad Hoc 网络的双向传输容量为

$$C_B = \frac{-(1-\varepsilon)\ln(1-\varepsilon)}{2\gamma\beta^\gamma d^2 \pi^2 \csc(\gamma\pi)}.$$
 (28)

定理 2 证明完毕.

3 分析和讨论

这一章将对前面推导的统计特性结果进行数值仿真分析,如果没有特别的说明,仿真参数如表 1 所示.

表 1 仿真参数

Tab.1 Simulation parameters

名称	符号	数值
随机接入概率	p	0.001
路径衰减因子	α	4
SIR 的最低门限值	β	10
TX_i 与 RX_i 之间的距离/m	d	20

由于 $S_t = S_r$, 可以认为单向传输成功通信概率与 RX_0 处成功接收信号概率相同. 参考 RX_0 处成功接收信号概率的式(20)可知,成功通信概率主要受通信对密度 λ 、SIR 最低门限值 β 、路径衰减因子 α 、随机接入概率 p 和通信对的传输距离 d 等参数影响. 如图 1 所示,单向传输的成功通信概率随着通信对密度 λ 的增大而迅速减少,这是因为通信对密度 λ 的增大使得同一时段内通信的通信对增多,由于使用相同的通信频率,通信对之间的干扰会显著增多,使得通信失败的概率迅速增大. 另外可以看到,单向传输的成功通信概率随着 SIR 的最低门限值的减少而增大,但是此时的通信质量也会随之降低.

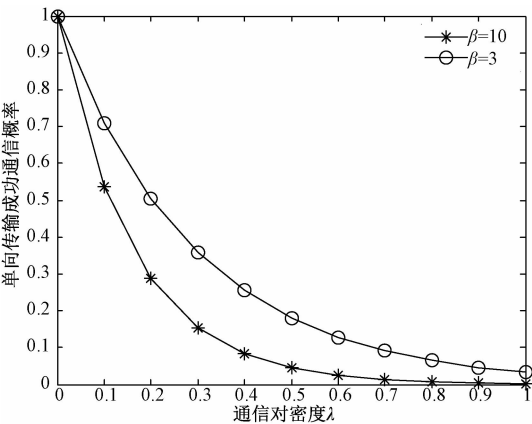


图 1 单向传输成功通信概率

Fig.1 Probability of successful single-way transmission

对于单向传输系统,使用笔者定义的网络模型和参数,可以得到单向传输系统的 TC 为

$$C_s = \frac{-(1-\varepsilon)\ln(1-\varepsilon)}{\gamma\beta^\gamma d^2 \pi^2 \csc(\gamma\pi)}.$$
 (29)

如图 2 所示,单向传输系统 TC 和双向传输系统 BTC 首先随着最大通信失败概率 ε 的增大而增大,后随着最大通信失败概率 ε 的增大而减少,并且存在一个最优 ε 使得网络的 TC 和 BTC 达到最

大值. 参考 BTC 的定义公式(8)可以知道,网络的 BTC 主要由最大通信对密度 λ^e 和成功通信概率 $1 - \varepsilon$ 的乘积决定. 当最大通信失败概率 ε 较小时, ε 的增大会使得 λ^e 有较为明显的增大,而此时成功通信概率 $1 - \varepsilon$ 的减小相对较少,最终使得网络的 BTC 增大. 这说明,适当的降低网络的通信质量对于提高网络的 BTC 有较为明显的作用. 当最大通信失败概率 ε 较大时, ε 的增大对 λ^e 变化的影响开始变得不明显,而此时成功通信概率 $1 - \varepsilon$ 的减小变得相对较大,最终使得网络的 BTC 减少. 这种情况说明降低网络的通信质量并不一定能够提高网络的 BTC,有时候会取得相反的效果.

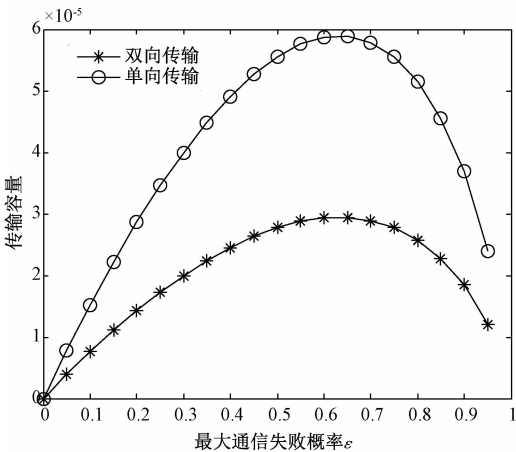


图 2 传输容量与最大通信失败概率的关系图

Fig.2 Transmission Capacity versus the maximum outage probability

从上面的分析可知,可以通过控制网络中的最大通信失败概率 ε 来实现对 BTC 的控制. 一般网络中, ε 往往是一个较小的值,此时增大 ε 会使得网络的 BTC 增加,但是会导致通信质量的下降,因此如果在保证通信质量和提高网络 BTC 之间权衡^[11]是实际网络参数设置时首先要考虑的.

另外从图 2 中可以看到,当最大通信失败概率 ε 保持不变时,最大双向传输的 BTC 要比单向传输的 TC 小,但是两者随 ε 变化的趋势是一致的. 这一结果说明,前期论文对网络参数与单向传输 TC 关系的研究结果对双向传输的 BTC 同样有用.

4 结论

对于无线 Ad Hoc 网络来说,双向传输系统模型比单向传输系统模型更加贴近实际网络,因此对于 BTC 的研究结果更加具有实际应用价值. 笔者的研究表明,无线 Ad Hoc 网络的 BTC 主

要受通信对密度和最大通信失败概率影响,适当的提高最大通信失败概率可以使得网络的 BTC 有较大的提高,代价则是通信质量会下降;但是当最大通信失败概率较大时,反而会使得网络的 BTC 减少,说明为了兼顾通信质量和 BTC 需要合理的设置最大通信失败概率. 本文的讨论仅仅局限于双向对称信道,而实际网络中有很多是非对称双向信道,此时双向传输的带宽和通信速率都会不同,网络参数对 BTC 的影响还有待于进一步研究.

参考文献:

[1] WEBER S, ANDREWS J G, JINDAL N. The effect of fading, channel inversion, and threshold scheduling on ad hoc networks[J]. IEEE transactions on information theory, 2007, 53(11): 4127 - 4149.

[2] LEE J, JEFFREY G A, HONG D. Spectrum-sharing transmission capacity with interference cancellation [J]. IEEE transactions on communications, 2014, 61 (1): 76 - 86.

[3] GAMAL A E, KIM Y H. Network information theory [M]. Cambridge: Cambridge University, 2012.

[4] HUANG S, RAMAMOORTHY A. On the multiple-unicast capacity of 3-source, 3-terminal directed acyclic networks[J]. IEEE/ACM transactions on networking, 2015, 22(1): 285 - 299.

[5] HUNTER A M, ANDREWS J G, WEBER S, et al. Capacity scaling of ad hoc networks with spatial diversity[J]. IEEE transactions on wireless communications, 2008, 7(12): 58 - 71.

[6] HASAN A, ANDREWS J G. The guard zone in wireless ad hoc networks[J]. IEEE transactions on wireless communications, 2007, 6(1): 897 - 906.

[7] KOYLUOGLU O, KOKSAL C E, GAMAL H E. On secrecy capacity scaling in wireless networks [J]. IEEE transactions on information theory, 2016, 58(1): 3000 - 3015.

[8] WEBER S, YANG X, ANDREWS J, et al. Transmission capacity of wireless ad hoc networks with outage constraints[J]. IEEE transactions on information theory, 2011, 51(12): 4091 - 4102.

[9] 陈昌海,钟伟,李振锋,等. 重叠无线 Ad Hoc 网络中进度密度的研究[J]. 科技通报, 2015, 31(5): 229 - 233.

[10] VAZE R, TRUONG K, HEATH R, et al. Two-way transmission capacity of wireless ad-hoc networks[J]. IEEE transactions on wireless communications, 2010, 10(6): 1966 - 1975.

[11] KIM D,PARK S,JU H, et al. Transmission capacity of full-duplex-based two-way ad hoc networks with ARQ protocol [J]. IEEE transactions on vehicular technology, 2015, 63(7):3167–3183.

[12] ALI O, CARDINAL C, GAGNON F. Performance of optimum combining in a poisson field of interferers and Rayleigh fading channels [J]. IEEE transactions on wireless communications, 2010, 9(8):2461–2467.

[13] 娄思佳,何俊,姬瑞龙. 对 Ad Hoc 网络通信干扰的可行性分析[J]. 火力与指挥控制, 2015, 40(6): 103–106.

[14] 李娜娜,陈昌海,甘勇,等. 分布式网络中进度密度的研究[J]. 郑州大学学报(工学版), 2014, 35(3): 51–54.

Bidirectional Transmission Capacity in Wireless Ad Hoc Networks

CHEN Changhai^{1,3}, LI Nana², WANG Jing³, LI Zhenfeng³

(1. Research Center of Optical Internet and Mobile Information Networks, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China; 2. School of Computer and Communication Engineering, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China; 3. Sichuan Engineering Technical College, Deyang 618000, China)

Abstract: The research of the transmission capacity in wireless Ad Hoc networks based on bidirectional channels grew slowly. The closed-form expression could not be obtained. As a result, the relationship between the transmission capacity and the network parameters could not be expressed exactly. To solve the problem, the system model of bidirectional transmission in wireless Ad Hoc networks, was proposed to redefine the bidirectional transmission capacity based on the symmetrical bidirectional transmission channel, and to derive the probability of successful transmission and transmission capacity for bidirectional transmission. Numerical results showed that, the probability of successful transmission for single transmission was affected by some network parameters, and was mainly determined by the density of transmission pair with which the probability of successful transmission would increase. The bidirectional transmission capacity was mainly determined by the maximum outage probability. When the maximum outage probability was a small value, the bidirectional transmission capacity would increase with maximum outage probability, while the quality of communication would reduce, so how to choose a suitable maximum outage probability was very important in real networks.

Key words: Ad Hoc; bidirectional transmission; transmission capacity; maximum outage probability; density of transmission pair