

文章编号:1671-6833(2015)03-0044-05

# 基于 LMD 和样本熵的齿轮故障特征提取方法研究

王洪明, 郝旺身, 韩捷, 董辛曼, 郝伟, 欧阳贺龙

(郑州大学 机械工程学院,河南 郑州 450001)

**摘要:**针对齿轮故障信号的非线性、非平稳特征,采用局部均值分解(LMD)结合样本熵的方法提取故障特征。采用滑动平均法构造均值函数与包络函数,将原始信号分解得到一系列的PF分量,通过剔出无意义的PF分量,筛选出反映真实状态信息的分量,然后计算筛选出的PF分量的样本熵。不同故障信号的PF分量的样本熵的大小不一,规律可寻,据此可以将样本熵的值作为元素构造故障特征向量。通过实验模拟齿轮正常、齿根裂纹、断齿和缺齿这4种状态,比较LMD-近似熵与LMD-样本熵的分类效果,实验表明:LMD-样本熵比LMD-近似熵有更好的区分效果。

**关键词:**非线性;LMD;样本熵;故障特征;齿轮

中图分类号: TH133

文献标志码: A

doi:10.3969/j.issn.1671-6833.2015.03.010

## 0 引言

齿轮在发生故障时引起结构的改变,其本身也具有非线性因素,信号在齿轮箱壳体间传递过程中又发生干扰与衰减,导致传感器最终采集的振动信息往往表现明显的非平稳与非线性特征,用传统的线性信号处理方法处理这类信号易增大误判率。1991年Pincus<sup>[1]</sup>引入近似熵(ApEn)算法用来表示系统的复杂度,但是用近似熵计算的结果稳定性较差。2000年Joshua S. Richman<sup>[2]</sup>在近似熵的基础上提出了一种新的算法用来表示系统的复杂度——样本熵(SampEn),并证明了样本熵相较于近似熵的统计精度有所增加,且样本熵降低了数据长度对计算结果的影响。2005年Jonathan S. Smith<sup>[3]</sup>提出了一种新的自适应信号分解方法——局部均值分解(LMD),其类似于经验模态分解(EMD),但是,EMD存在明显的模态混叠与端点效应,LMD改善了EMD的不足,特别适合用于具有多分量信息的非平稳信号的处理。国内外学者常将样本熵用于生物信号的处理,将其引入故障诊断领域是近几年新兴的课题。据此,笔者提出一种基于局部均值分解与样本熵的齿轮故障特征提取方法,该方法将LMD与SampEn结合起来,通过监测齿轮不同状态下振动信号的PF

分量样本熵的大小来区分各个状态。

## 1 LMD-样本熵方法

### 1.1 局部均值分解理论

原始信号为  $x(t)$ , 其具体分解过程如下:

Step1. 将原始信号  $x(t)$  的局部极值点  $n_i$  全部找出,求出两两相邻的局部极值点  $n_i$  和  $n_{i+1}$  的平均值  $m_i$ ,再用折线连接所有求得的平均值  $m_i$ ,构造初始均值函数<sup>[4]</sup>,采用滑动平均法对初始均值函数进行平滑处理<sup>[5]</sup>,得到一个局部平均值函数  $m_{11}(t)$ 。

Step2. 用找出的局部极值点  $n_i$ ,求得包络估计值  $a_i$  为

$$a_i = \frac{|n_i - n_{i+1}|}{2}. \quad (1)$$

用 Step1 中的相同手段处理包络估计值  $a_i$ ,得估计函数  $a_{11}(t)$ 。

Step3. 将局部平均值函数  $m_{11}(t)$  从  $x(t)$  分离出来,即

$$h_{11}(t) = x(t) - m_{11}(t). \quad (2)$$

Step4. 对函数  $h_{11}(t)$  进行解调,即

$$s_{11}(t) = \frac{h_{11}(t)}{a_{11}(t)}. \quad (3)$$

Step5. 由 Step3 和 Step4,得

收稿日期:2015-01-21;修订日期:2015-03-20

基金项目:河南省教育厅科学技术研究重点项目(13A460673)

通信作者:韩捷(1957-),男,河南安阳人,郑州大学教授,博士,博士生导师,主要研究方向为设备故障机理及智能诊断技术,E-mail:hj\_em@163.com.

$$\begin{cases} h_{11}(t) = x(t) - m_{11}(t); \\ h_{12}(t) = s_{11}(t) - m_{12}(t); \\ \vdots \\ h_{1n}(t) = s_{1(n-1)}(t) - m_{1n}(t). \end{cases} \quad (4)$$

终止条件为<sup>[6]</sup>

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_{1n}(t) = 1. \quad (5)$$

Step6. 将上述在迭代运算的过程中产生的各个包络估计函数  $a_{1q}(t)$  相乘, 得到的结果即为包络信号  $a_1(t)$ , 也即瞬时幅值:

$$a_1(t) = a_{11}(t)a_{12}(t)\cdots a_{1n}(t) = \prod_{q=1}^n a_{1q}(t). \quad (6)$$

Step7. 将上述计算过程中求得的纯调频信号  $s_{1n}(t)$  与包络信号  $a_1(t)$  相乘, 就得到信号  $x(t)$  的第一个 PF 分量:

$$PF_1(t) = a_1(t)s_{1n}(t). \quad (7)$$

Step8. 将原始信号  $x(t)$  的第一个 PF 分量  $PF_1(t)$  从其本身分离出来, 剩余部分作为一个新的信号  $u_1(t)$ , 再将  $u_1(t)$  作为原始信号, 重复 Step1 ~ Step7, 循环  $k$  次, 直到最后所得信号  $u_k$  单调时循环终止<sup>[7]</sup>, 即

$$\begin{cases} u_1(t) = x(t) - PF_1(t); \\ u_2(t) = u_1(t) - PF_2(t); \\ \vdots \\ u_k(t) = u_{k-1}(t) - PF_k(t). \end{cases} \quad (8)$$

原始信号  $x(t)$  经过 LMD 分解之后相当于  $k$  个被分离出来的 PF 分量和一个残余分量  $u_k$  之和<sup>[8]</sup>, 即

$$x(t) = \sum_{p=1}^k PF_p(t) + u_k(t). \quad (9)$$

## 1.2 样本熵理论

假设  $\{x(n)\} = x(1), x(2), \dots, x(N)$  是采集到的  $N$  点时域离散序列, 其样本熵计算过程如下.

Step1. 重构一组  $m$  维的向量.

$$X_m(1), \dots, X_m(N-m+1), \quad (10)$$

其中,

$$X_m(i) = \{x(i), x(i+1), \dots, x(i+m-1)\}, \quad 1 \leq i \leq N-m+1. \quad (11)$$

Step2. 定义向量  $X_m(i)$  和向量  $X_m(j)$  之间的距离  $d[X_m(i), X_m(j)]$  为两组向量中位置一一对应元素的最大差值的绝对值<sup>[9]</sup>. 即

$$d[X_m(i), X_m(j)] = \max_{k=0, \dots, m-1}(|x(i+k) - x(j+k)|). \quad (12)$$

Step3. 设定一个阈值  $r$ , 统计  $d[X_m(i), X_m(j)]$  小于和等于  $r$  的数量, 并记为  $B_i$ . 对于  $1 \leq$

$i \leq N-m+1$ , 定义:

$$B_i^m(r) = \frac{1}{N-m-1}B_i, \quad (13)$$

则

$$B^m(r) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=1}^{N-m+1} B_i^m(r). \quad (14)$$

Step4. 将向量增加到  $m+1$  维, 再统计  $X_{m+1}(i)$  与  $X_{m+1}(j)$  之间的距离小于和等于  $r$  的数量, 记为  $A_i$ . 定义<sup>[10]</sup>:

$$A_i^m(r) = \frac{1}{N-m-1}A_i, \quad (15)$$

则

$$A^m(r) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=1}^{N-m} A_i^m(r). \quad (16)$$

这样,  $B^m(r)$  即为两组向量的元素在容差  $r$  下能匹配  $m$  个点的概率; 而  $A^m(r)$  是能匹配  $m+1$  个点的概率. 样本熵如下定义:

$$\text{SampEn}(m, r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ -\ln \left[ \frac{A^m(r)}{B^m(r)} \right] \right\}. \quad (17)$$

实际应用中  $N$  长度有限, 通常取<sup>[11]</sup>:

$$\text{SampEn}(m, r, N) = -\ln \left[ \frac{A^m(r)}{B^m(r)} \right]. \quad (18)$$

显然  $m, r$  的大小直接关系到样本熵的结果. Pincus 指出, 当  $m=1$  或  $2, r=0.1\sigma \sim 0.25\sigma$  ( $\sigma$  为  $x(i), i=0, 1, N$  的标准差) 时, 样本熵才具有统计意义. 据此选择  $m=2, r=0.2\sigma$ .

为进一步理解样本熵的意义, 对样本熵进行仿真, 构造仿真信号如下:

$$f(t) = \begin{cases} 100\sin(2\pi t), & 0 \leq t \leq 0.25 \text{ 或 } 0.75 \leq t \leq 1; \\ 100\sin(40\pi t), & 0.25 \leq t \leq 0.5; \\ 100\sin(80\pi t), & 0.5 \leq t \leq 0.75. \end{cases}$$

采样频率 4 000 Hz, 采样时间 1 s, 即采样点数为 4 000. 选择样本熵嵌入维数  $m=2$ , 阈值  $r=14$ , 计算长度  $N=100$  的子序列的样本熵, 依次向后推移一个点, 直至推移到第 3 900 个点. 即相当于将原始信号分解为 40 个子信号, 得到 40 个样本熵值如图 1 所示.

对比仿真信号的频率变化可以看出: 样本熵整体上发生了 3 次明显的改变, 变化的时刻对应了仿真信号的 3 次频率突变, 显然, 样本熵的变化可以反映原始信号的频率变化. 据此可以将原始信号进行 LMD 分解, 再将得到的各个 PF 分量分别作为样本熵的输入序列, 计算不同状态下的振动信号经过 LMD 分解之后得到的 PF 分量的样本熵的大小.

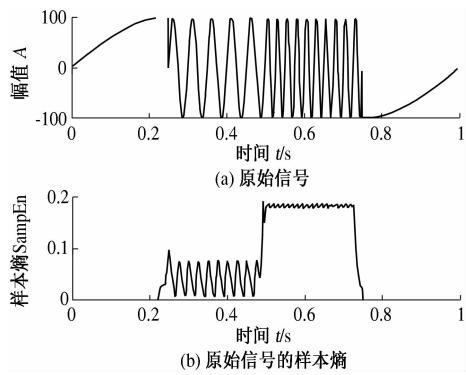


图 1 原始信号及其样本熵

Fig. 1 Original signal and the sample entropy

## 2 LMD – 样本熵应用仿真

设原始信号为

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t).$$

式中: $x_1(t)$  为调幅调频信号; $x_2(t)$  为调频信号.

$$\begin{aligned} x_1(t) &= (1 + \cos(8\pi t)) \cos(300\pi t + 3\cos(10\pi t)); \\ x_2(t) &= 2\sin(6\pi t) \sin(80\pi t). \end{aligned}$$

采样频率 1 024 Hz, 采样时长 1 s, 仿真信号及其 LMD 分解如图 2 所示.

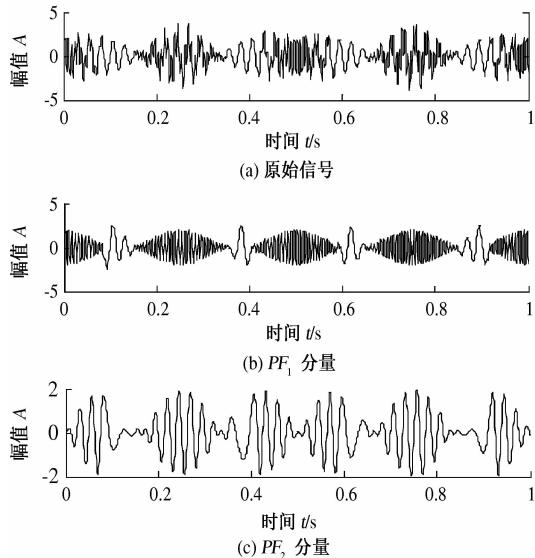


图 2 仿真信号的 LMD 分解

Fig. 2 The LMD decomposition of simulation signal

计算  $PF_1$  与  $PF_2$  的样本熵分别为 0.725 6 与 0.385 5, 从图 2 也可以看出,  $PF_1$  相对  $PF_2$  的复杂度更高, 故  $PF_1$  的样本熵大于  $PF_2$  的样本熵.

## 3 LMD-样本熵试验

试验采用美国 Spectra Quest 公司设计的可模拟风力涡轮机的动力传动故障诊断综合实验台(WTDS), 该系统主要由一个 2 级行星轴承箱, 一个由滚动轴承或套筒轴承支撑的 2 级平行轴轴

承箱, 1 个轴承径向负载和 1 个可编程的磁力制动器组成. 关于传感器的具体布点可参照 WTDS 的说明书<sup>[12]</sup>. 试验预先设置输入轴小齿轮的正常、齿根裂纹、断齿和缺齿 4 种状态, 电机转速 900, 1 800, 3 600 r/min, 采样频率 7 680 Hz, 采样点数 8 192.

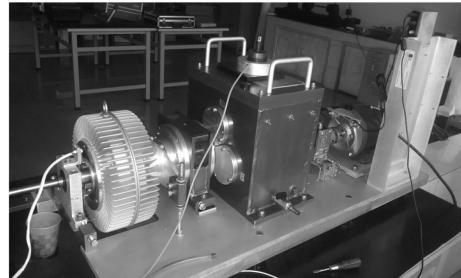


图 3 WTDS 试验台

Fig. 3 WTDS test bench

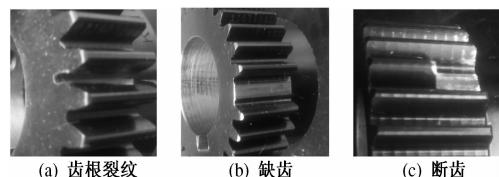


图 4 输入轴小齿轮 3 种故障

Fig. 4 Three kinds of fault of input shaft gear

取嵌入维数  $m = 2$ , 阈值(容限)  $r = 0.2\sigma$ , 分别计算电机转速 900, 1 800, 3 600 r/min 时输入轴小齿轮的 4 种状态的 LMD-样本熵与 LMD-近似熵, 取前 5 个  $PF$  分量(第 5 个分量以后已经没有意义). 3 种转速下每种状态均取 10 组数据, 4 种状态共 120 组数据. 篇幅所限, 只取 3 种转速下每种状态其中一组数据展示, 如表 1 所示.

图 5 是对 3 种转速下 4 种状态共 120 组数据各  $PF$  分量的样本熵和近似熵的平均值的统计结果. 从图 5 可以看出, 随着转速的升高, LMD-样本熵与 LMD-近似熵均有所增加, 这是因为随着转速的升高, 信号突变的速度更快, 复杂度明显增加. 对比 LMD-样本熵与 LMD-近似熵发现, 样本熵比近似熵拥有更好的区分能力, 与 Richman 的结论是一致的. 4 种状态的信号随着 LMD 分解层次的增加,  $PF$  分量的复杂度迅速降低, 对应的样本熵快速下降. 考察不同状态下的 LMD-样本熵, 齿根裂纹与正常状态的样本熵差别较小, 这是因为齿根裂纹的故障特征最不明显, 周期性冲击较弱. 缺齿状态的 LMD-样本熵最小, 是因为缺齿导致原始信号出现明显的周期性冲击, 这些周期性冲击“淹没”了原始信号的随机成分, 信号的自相似性升高, 故样本熵明显减小.

表1 齿轮各种状态下前5个PF分量的样本熵和近似熵

Tab.1 The SampEn of the gear in different conditions

状态	转速/ (r·min <sup>-1</sup> )	$PF_1$	$PF'_1$	$PF_2$	$PF'_2$	$PF_3$	$PF'_3$	$PF_4$	$PF'_4$	$PF_5$	$PF'_5$
正常	900	1.165 3	1.525 6	0.528 1	0.629 2	0.419 5	0.549 6	0.231 7	0.330 6	0.060 4	0.060 4
	1800	1.375 6	1.595 8	0.599 2	0.733 1	0.479 6	0.567 1	0.260 6	0.284 2	0.070 4	0.071 0
	3 600	1.592 2	1.674 1	0.709 1	0.811 0	0.511 8	0.617 7	0.268 8	0.113 8	0.068 4	0.070 2
齿根裂纹	900	1.253 7	1.532 8	0.600 9	0.700 7	0.467 1	0.606 9	0.269 7	0.368 8	0.073 3	0.073 1
	1 800	1.452 8	1.608 5	0.670 7	0.783 2	0.526 9	0.608 9	0.298 8	0.347 1	0.083 1	0.083 4
	3 600	1.650 2	1.668 0	0.716 5	0.830 6	0.555 2	0.570 2	0.305 4	0.323 0	0.075 0	0.081 0
断齿	900	1.014 4	1.313 5	0.496 1	0.603 1	0.386 0	0.503 0	0.167 8	0.265 1	0.053 1	0.056 5
	1 800	1.213 5	1.168 0	0.553 1	0.672 7	0.433 0	0.447 3	0.195 1	0.151 1	0.046 5	0.045 6
	3 600	1.218 0	1.308 7	0.658 2	0.736 8	0.476 7	0.431 8	0.182 4	0.204 9	0.067 9	0.069 3
缺齿	900	0.760 7	0.950 7	0.481 2	0.708 0	0.303 6	0.605 4	0.105 5	0.206 8	0.063 1	0.060 6
	1 800	0.950 7	1.661 1	0.500 8	0.747 8	0.355 4	0.555 7	0.136 8	0.198 8	0.070 6	0.077 3
	3 600	0.892 4	1.365 5	0.602 4	0.693 9	0.406 0	0.564 1	0.110 4	0.288 7	0.064 2	0.063 3

注:  $PF_1$ 、 $PF_2$ 、 $PF_3$ 、 $PF_4$ 、 $PF_5$  为样本熵;  $PF'_1$ 、 $PF'_2$ 、 $PF'_3$ 、 $PF'_4$ 、 $PF'_5$  为近似熵.

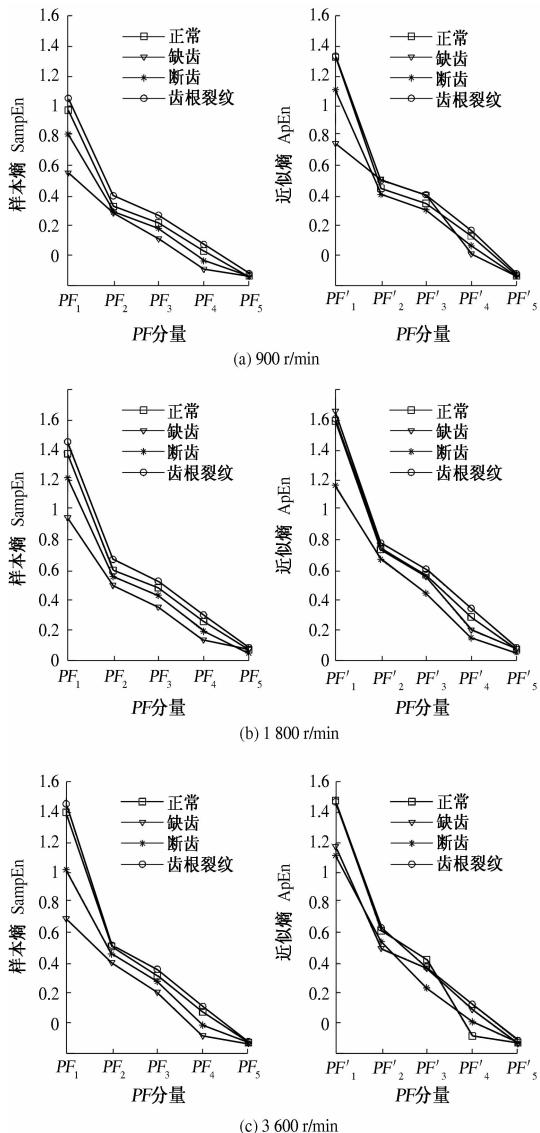


图5 不同转速下4种状态的样本熵与近似熵

Fig.5 Sample Entropy and approximate entropy of four states under different speeds

## 4 结论

(1) 样本熵算法作为一种对近似熵的改进算法,抗干扰能力比近似熵更强,能够更好表征信号的动力学突变,进而反映信号的复杂度,该算法通过结合齿轮不同故障的故障特征,比较LMD-样本熵的大小来定性地区分出齿轮的故障类别。

(2) 将局部均值分解(LMD)与样本熵结合起来,原始信号经LMD分解后筛选分量的过程实际上也是一个降噪的过程,减小了噪声的随机性对样本熵大小的影响。通过对比多分量的样本熵,结论也更为可靠。与LMD-近似熵的对比证明,LMD-样本熵拥有更好的区分能力,因此,采用LMD-样本熵进行齿轮的故障特征提取是可行的。

## 参考文献:

- [1] PINCUS S M. Approximate entropy as a measure of system complexity[J]. Proc Natl Acad Sci, 1991, 88(6):2297–2301.
- [2] RICHMAN J S, MOORMAN J R. Physiological time series analysis using approximate entropy and sample entropy[J]. Am J Physiol Heart Physiol, 2000, 278(3):2039–2049.
- [3] SMITH J S. The local mean decomposition and its application to EEG perception data[J]. Journal of the Royal Society Interface, 2005, 2(5):444–450.
- [4] 李志农,刘卫兵,肖尧先,等.基于局域均值分解包络谱和SVM的滚动轴承故障诊断方法研究[J].机械设计与制造,2011,11(11):170–172.
- [5] 张淑清,孙国秀,李亮,等.基于LMD近似熵和FCM聚类的机械故障诊断研究[J].仪器仪表学报,2013,34(3):714–720.

- [6] 程军圣,史美丽,杨宇.基于 LMD 与神经网络的滚动轴承故障诊断方法 [J].振动与冲击,2010,29(8):141–144.
- [7] 程军圣,张亢,杨宇,等.局部均值分解与经验模式分解的对比研究 [J].振动与冲击,2009,28(5):13–16.
- [8] 赵冠宇.基于 EMD 的结构时变模态参数识别研究 [D].上海:同济大学土木工程学院,2009.
- [9] 苏文胜,王奉涛,朱泓,等.基于小波包样本熵的滚动轴承故障特征提取 [J].振动、测试与诊断,2011,31(2):162–166.
- [10] 刘慧,和卫星,陈晓平.生物时间序列的近似熵和样本熵方法比较 [J].仪器仪表学报,2004,25(4):806–807.
- [11] 赵志宏,杨绍普.一种基于样本熵的轴承故障诊断方法 [J].振动与冲击,2012,31(6):136–140.
- [12] 吴普特.风力涡轮机动力传动故障诊断仿真器 (WTDS) [EB/OL]. [2014-12-11]. <http://www.haopute.com/p-998.html>.

## Research on Gear Fault Feature Extraction Based on LMD and Sample Entropy

WANG Hong-min, HAO Wang-shen, HAN Jie, DONG Xin-min, HAO Wei, OU YANG He-long

(Institute of Vibration Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** For the non-linear and the non-stationary characteristics of gear faults signal, this study adopts the local mean decomposition (LMD) combined with the sample entropy method to extract fault features. With the moving average method to construct the mean function and the envelope function, the original signal is decomposed into a series of components  $PF$ . Then by eliminating the meaningless components so that the components including real status information could be selected to calculate sample entropy. The sample entropy changed regularly with different fault signals'  $PF$ , and accordingly the sample entropy could be used as elements of fault feature vector. Through experiments simulated under gear normal, tooth root cracked, tooth broken and missing teeth conditions, then compared the classification results of LMD-approximate entropy with LMD-sample entropy, and eventually it is proved that the LMD-sample entropy is better than the LMD-approximate entropy in distinguishing these four typical conditions.

**Key words:** non-linear; LMD; sample entropy; fault feature; gear