

文章编号:1671-6833(2017)02-0083-05

变截面波形钢腹板组合箱梁剪应力及剪力传递效率分析

武海鹏, 李 杰, 陈 淮

(郑州大学 土木工程学院,河南 郑州 450001)

摘 要: 依据变截面波形钢腹板组合箱梁特点,考虑梁高、底板厚度的变化,从弹性微元段的受力平衡出发,推导钢腹板剪应力计算公式,结果表明,箱梁剪力由混凝土顶、底板和波形钢腹板共同承担,变截面波形钢腹板梁中的剪应力除了由截面剪力引起外,还包括有截面弯矩和轴力引起的附加剪应力;通过与等截面计算公式和有限元数值计算结果对比验证,表明笔者给出的计算公式具有较高计算精度;最后在此基础上考虑 3 种荷载工况,给出一变截面波形钢腹板箱梁的剪力传递效率。

关键词: 变截面;波形钢腹板;组合箱梁;剪应力;剪力传递效率

中图分类号: U442.5 文献标志码: A doi:10.13705/j.issn.1671-6833.2017.02.018

0 引言

波形钢腹板组合箱梁采用波形钢板置换混凝土腹板,使箱梁成为由钢筋混凝土和波形钢腹板组成的组合结构,其最显著的特点是用波折形钢板取代混凝土腹板.波形钢腹板组合箱梁是一种经济、合理、高效的桥梁结构形式<sup>[1]</sup>.从已有的研究可知,在与钢板梁桥类似的波形钢腹板组合桥中,弯曲剪切力大部分由钢腹板负担<sup>[2-3]</sup>,一般做法是认为波形钢腹板承担全部弯曲剪力,通过比较设计剪力与设计剪切抗力进行截面设计和验算<sup>[4]</sup>,这其中可能存在不合理、不经济.大量的试验和数值分析证明了波形钢腹板与混凝土顶、底板共同承担剪力<sup>[5-8]</sup>,相关研究表明混凝土顶板和底板承担大部分弯矩,波形钢腹板主要承担剪力,且剪力沿波形板高度方向均匀分布<sup>[9]</sup>;一些研究针对波形钢腹板组合结构在预应力作用下的加载效率规律进行了模型梁测试,并利用空间有限元分析方法进行对比验证,此外在这些研究中明确了波形钢腹板对截面轴向刚度和抗弯刚度的贡献可以忽略,弯曲正应变分布符合“拟平截面假定”<sup>[10]</sup>,而且变截面梁的剪应力分布规律与等截面梁之间存在较大差异<sup>[11]</sup>.

笔者依据变截面波形钢腹板组合箱梁特点,考虑梁高、底板厚度的变化(顶板厚度一般不发

生变化),从弹性微元段的受力平衡出发,计入弯矩和轴力引起的附加剪应力,推导变截面波形钢腹板组合箱梁的腹板剪应力计算公式,通过与等截面计算公式(又分为考虑混凝土顶、底板与否)和有限元数值分析对所推导的公式进行验证对比,说明变截面梁和等截面梁在腹板剪应力计算定量上的差异,并为工程应用提出实用计算方法,在此基础上进一步分析波形钢腹板的剪力传递效率。

1 计算公式推导

1.1 忽略顶、底板承剪的腹板剪应力

传统的波形钢腹板组合箱梁桥的腹板剪应力计算假定钢腹板承担所有剪力且剪应力沿腹板高均匀分布,该计算方法简单却偏于保守.具体计算时可根据截面所承担的实际剪力,直接除以波形钢腹板的剪切面积,得到钢腹板上的平均竖向剪应力,即:

τ = Q / A\_w = Q / (n t\_w h) = Q / (b h) . (1)

式中:τ 为波形钢腹板的竖向平均剪应力;Q 为截面上钢腹板和混凝土共同承受的竖向剪力;A\_w 为波形钢腹板承剪面积;n 为截面上波形钢腹板的数量;t\_w 为波形钢腹板的厚度;h 为混凝土顶、底板之间波形钢腹板的净高度;b 为截面上波形钢

收稿日期:2016-05-25;修订日期:2016-10-20  
基金项目:河南省基础与前沿技术研究项目(162300410264)  
通讯作者:李杰(1974—),男,陕西宝鸡人,郑州大学副教授,博士,主要从事桥梁结构理论研究,E-mail:lijie2007@zzu.edu.cn.

腹板总的厚度,计算波形钢腹板剪应力时有  
 $b = nt_w$ .

## 1.2 考虑混凝土顶、底板承剪的等截面梁腹板剪应力计算

忽略轴力作用,考虑混凝土顶、底板参与抗剪,等截面波形钢腹板组合箱梁的剪应力为:

$$\tau = \frac{QS_a}{bI} = \frac{Q'}{A_w} = \frac{Q'}{bh}. \quad (2)$$

式中: $Q$ 为截面总的剪力; $Q'$ 为截面上波形钢腹板承担的剪力; $S_a$ 为混凝土顶板(或底板)面积 $A_a$ 对形心轴的静矩; $I$ 为截面的惯性矩.计算 $S_a$ 时忽略了波形钢腹板的面积矩,计算 $I$ 时忽略了波形钢腹板的纵桥向抗弯惯性矩.

## 1.3 考虑顶、底板承剪的等截面梁腹板剪应力

考虑混凝土顶、底板承剪时,将剪力传递效率定义为波形钢腹板承担的剪力比例 $\zeta$ ,则 $\zeta$ 为式(2)和式(1)的比值.

$$\zeta = \frac{Q'}{Q} = \frac{S_a h}{I}. \quad (3)$$

在一般的等截面箱梁设计中,波形钢腹板组合箱梁的剪力传递效率 $\zeta$ 一般为0.75左右,即波形钢腹板承剪比例为75%左右,混凝土承剪比例为25%左右<sup>[7]</sup>.

## 1.4 考虑顶、底板承剪的变截面梁腹板剪应力

### 1.4.1 公式推导

取波形钢腹板箱梁剪应力计算典型截面,如图1所示. $b_1$ 、 $t_1$ 分别表示混凝土顶板的宽度和厚度, $b_2$ 、 $t_2$ 分别表示混凝土底板的宽度和厚度,这里由于要对变截面梁的剪应力计算公式进行推导,混凝土底板沿着纵桥向为变厚度,故将 $t_2$ 用变量 $t$ 来表示.

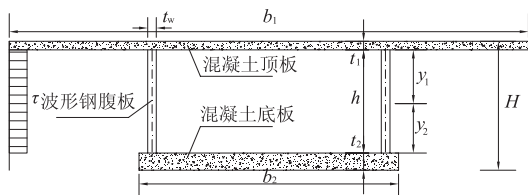


图1 波形钢腹板箱梁剪应力计算典型截面

Fig.1 Shear stress calculation of box girder with corrugated steel webs typical sections

取变截面梁的一个长为 $dx$ 的微段来进行分析,如图2所示.微段的两端受力如图2(a)所示,在截面的两端分别受到弯矩 $M$ ,竖向剪力 $Q$ 以及水平轴力 $N$ 的作用, $\alpha$ 为变截面形心连线上 $x$ 处形心的倾角; $\beta_1$ 为混凝土底板截面形心连线上 $x$ 处形心的倾角; $\beta_2$ 为底板厚度的变化角; $d$ 表示微

段上截面特性的增量或力的增量.

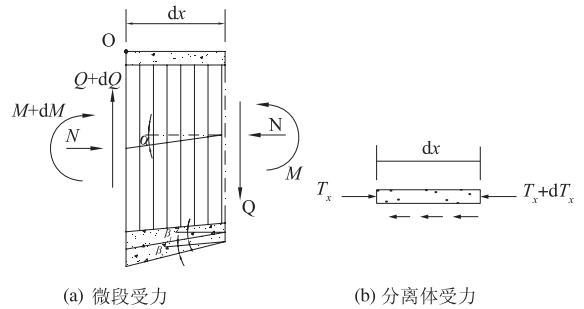


图2 变截面波形钢腹板剪应力计算

Fig.2 Shear stress analysis of variable cross-section with corrugated steel webs

由材料力学知识可知,截面上距梁顶 $y$ 位置处的正应力为:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M}{I}(y_c - y), \quad (4)$$

式中: $A$ 为截面面积; $I$ 为截面惯性矩; $y$ 为截面形心到梁顶的距离;由于波形钢腹板截面积较小,计算 $A$ 时只计入混凝土顶板和底板的截面积,同时由于波形钢腹板的“手风琴效应”,计算 $I$ 时也只计入顶、底板的抗弯贡献.为了计算波形钢腹板上的剪应力,先求任意位置处的水平剪应力,取微段上与腹板相连顶板的分离体进行受力分析,如图2(b)所示.由水平方向受力平衡条件可得:

$$\tau = -\frac{1}{b} \frac{dT_x}{dx}, \quad (5)$$

式中: $T_x$ 为水平剪应力计算点以上部分的水平合力,由于波形钢腹板几乎不承受轴力,因此在图2(b)中将 $T_x$ 的作用点直接作用在顶板分离体截面中心处,其值为:

$$T_x = \int_0^y \sigma_x b(y) dy, \quad (6)$$

将式(4)代入式(6),不妨将剪应力计算点取在波形钢腹板和混凝土顶板交界处,则 $b(y)$ 为混凝土顶板宽度 $b_1$ , $y$ 为混凝土顶板厚度 $t_1$ ,则上式变为:

$$\begin{aligned} T_x &= \frac{N}{A} \int_0^{t_1} b_1 dy + \frac{M}{I} \int_0^{t_1} (y_c - y) b_1 dy \\ &= \frac{NA_a}{A} + \frac{MS_a}{I}. \end{aligned} \quad (7)$$

式中: $A_a$ 为混凝土顶板(或底板)的面积; $S_a$ 为 $A_a$ 对形心轴的静矩.在图2(a)所示的微元段中,对 $O$ 点取矩,由力矩平衡可得:

$$\frac{dM}{dx} = -Q + N \tan \alpha. \quad (8)$$

将式(7)代入式(5)得:

$$\begin{aligned}\tau &= -\frac{1}{b} \cdot \frac{dT_x}{dx} = -\frac{1}{b} \left[ N \left( \frac{1}{A} \cdot \frac{dA_a}{dx} - \frac{A_a}{A^2} \cdot \frac{dA}{dx} \right) + \right. \\ &M \left( \frac{1}{I} \cdot \frac{dS_a}{dx} - \frac{S_a}{I^2} \cdot \frac{dI}{dx} \right) + \frac{S_a}{I} \cdot \frac{dM}{dx} \left. \right], \text{代入式(8)} \\ \tau &= \frac{QS_a}{bI} - \frac{M}{b} \left( \frac{1}{I} \cdot \frac{dS_a}{dx} - \frac{S_a}{I^2} \cdot \frac{dI}{dx} \right) - \frac{N}{b} \left( \frac{1}{A} \cdot \frac{dA_a}{dx} - \right. \\ &\left. \frac{A_a}{A^2} \cdot \frac{dA}{dx} + \frac{S_a}{I} \tan \alpha \right). \quad (9)\end{aligned}$$

式(9)即为变截面波形钢腹板剪应力计算公式,可以看出,在变截面波形钢腹板梁中,剪应力除了由截面剪力  $Q$  引起外,还包括有截面弯矩  $M$  和轴力  $N$  引起的附加剪应力。

#### 1.4.2 变截面几何参数的微分表达式

式(9)中剪应力的表达式中含有4个微分项,分别是  $\frac{dA}{dx}$ 、 $\frac{dI}{dx}$ 、 $\frac{dA_a}{dx}$ 、 $\frac{dS_a}{dx}$ ,由图2(a)所示的微元段几何参数尺寸,分别给出它们的表达式。截面积  $A$  沿纵桥向的变化率为:

$$\frac{dA}{dx} = \frac{d}{dx} (b_1 t_1 + b_2 t) = 0 + b_2 \frac{dt}{dx} = b_2 \frac{dt}{dx}, \quad (10)$$

其中  $\frac{dt}{dx} = \tan \beta_2$ 。

截面惯性矩  $I$  沿纵桥向的变化率为:

$$\begin{aligned}\frac{dI}{dx} &= \frac{d}{dx} \left[ \frac{1}{12} b_1 t_1^3 + b_1 t_1 \left( y_c - \frac{1}{2} t_1 \right)^2 + \frac{1}{12} b_2 t^3 + b_2 t \right. \\ &\left. (H - y_c - \frac{1}{2} t)^2 \right] = a_1 \frac{dy_c}{dx} + a_2 \frac{dt}{dx} + a_3 \frac{dH}{dx}. \quad (11)\end{aligned}$$

其中:

$$a_1 = 2b_1 t_1 \left( y_c - \frac{1}{2} t_1 \right) - 2b_2 t \left( H - y_c - \frac{1}{2} t \right);$$

$$a_2 = b_2 \left[ \frac{1}{4} t^2 + \left( H - y_c - \frac{1}{2} t \right) \left( H - y_c - \frac{3}{2} t \right) \right];$$

$$a_3 = 2b_2 t \left( H - y_c - \frac{1}{2} t \right); \frac{dH}{dx} = \tan \beta_1;$$

$$\frac{dy_c}{dx} = \frac{1}{A} \left[ b_2 (H - y_c - t) \right] \frac{dt}{dx} + \frac{b_2 t dH}{A dx} = \tan \alpha,$$

也即有

$$\begin{aligned}\frac{dI}{dx} &= a_1 \frac{dy_c}{dx} + a_2 \frac{dt}{dx} + a_3 \frac{dH}{dx} = a_1 \tan \alpha + a_2 \tan \beta_2 + \\ &a_3 \tan \beta_1. \quad (12)\end{aligned}$$

在计算腹板剪应力的时候,剪应力计算点取

在腹板上,此时

$$\begin{aligned}A_a &= b_1 t_1; \quad \frac{dA_a}{dx} = 0; \\ S_a &= A_a \left( y_c - \frac{1}{2} t_1 \right); \quad \frac{dS_a}{dx} = b_1 t_1 \frac{dy_c}{dx} = b_1 t_1 \tan \alpha. \quad (13)\end{aligned}$$

#### 1.4.3 变截面几何参数的微分表达式

对于工程中遇到的变截面波形钢腹板组合箱梁结构,梁底曲线多为1.5~2.0次抛物线;底板厚度根据受力要求变化,一般设计为某一节段过渡,也可以设计为线性或非线性渐变;波形钢腹板依据梁底曲线变高;顶板厚度一般不变化。由于箱梁截面结构尺寸的变化,公式(9)的应用存在一定困难,考虑到工程结构建造特点,特别是悬臂浇筑施工的每一梁段是通过整块模板的调整形成最终的截面和成桥线形,因此在剪应力计算公式(9)的具体应用时,可先求出  $i$  截面的  $I$ 、 $S_a$ 、 $A_a$ 、 $A$ 、 $y_c$  具体数值,然后分别求出  $i-1$ 、 $i+1$  两个截面与  $i$  截面对应物理量的线性变化率,再取二者平均值作为该截面的各参数微分值。

## 2 公式验证及剪力传递效率

下面以桃花峪黄河大桥跨大堤桥为例进行波形钢腹板剪应力计算。该桥跨径布置为75+135+75 m,一个主墩采用墩梁固结的刚构墩,另一主墩为设置支座的连续墩。主梁为单箱单室,波形钢腹板为直腹板,箱梁根部梁高为7.5 m,跨中梁高为3.5 m。

#### 2.1 变截面波形钢腹板剪应力计算公式验证

为了验证波形钢腹板剪应力实用计算方法的准确性和可靠性,采用板单元、实体单元等建立大桥精细有限元模型,选择连续墩跨的中跨和边跨截面  $C'-C'$ 、 $D'-D'$ 、 $E'-E'$ 、 $F'-F'$ 、 $G'-G'$ 、 $H'-H'$  (如图3所示)。限于篇幅,以下仅给出自重作用下腹板剪应力计算结果的验证对比,如表1所示。由表1可以看出,笔者给出的波形钢腹板剪应力公式(9)与有限元计算结果基本一致,误差最大3.7%,具有较高的计算精度,而且简化后的实用计算方法非常方便工程应用。

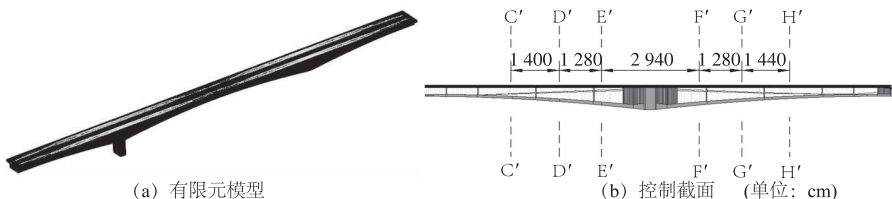


图3 有限元模型及控制截面

Fig. 3 Finite element model and control section

表 1 截面剪应力验证

Tab.1 Shear stress test of each section

计算方法及验证截面	C' - C'	D' - D'	E' - E'	F' - F'	G' - G'	H' - H'
式(9)计算	52.7	51.6	50.6	-42.1	-39.2	-34.7
有限元数值分析	54.7	53.4	51.1	-42.2	-40.3	-35.8
误差/%	3.7	3.4	1.0	0.2	2.7	3.1

2.2 变截面波形钢腹板组合箱梁剪力传递效率

为了分析变截面波形钢腹板剪力传递效率,分别按照忽略顶、底板承剪式(1)、考虑顶、底板承剪按照等截面计算抗剪式(2)、考虑顶、底板承剪按照变截面计算抗剪式(9)和有限元方法,对该实桥算例的剪力传递效率进行分析,其中波形钢腹板组合箱梁的剪力传递效率定义见式(3).采用以上4种方法,图4给出了自重作用下C' - C'、D' - D'、E' - E、F' - F'、G' - G'、H' - H'截面的剪力传递效率.

利用4种方法求各控制截面剪力传递效率,从图4可以看出,按照等截面公式计算的剪力传递效率相对较大,忽略顶、底板承剪时的计算结果总是最大,且过于保守.剪力传递效率与截面位置有关系,在C' - C'截面处,考虑顶、底板承剪时的等截面公式计算结果比变截面公式和FEA结果要小.这是由于自重作用下C' - C'截面和D' - D'截面剪力同号,而弯矩异号.C' - C'截面和D' - D'截面弯矩异号引起的附加剪应力不同,造成C' - C'截面处等截面公式和FEA剪应力结果较大,这也进一步说明按照等截面公式计算的结果不可靠,而按照计入变截面效应考虑混凝土承剪的变截面公式具有较好的适用性.此外,从图4还可以看出,在自重作用下连续墩跨的波形钢腹板组合箱梁各控制截面的剪力传递效率介于55% ~ 82%之间,这与目前设计中的偏保守认为波形钢腹板承担全部剪力的认识有较大差异.在自重、自重+预应力、满布活载3种工况下,考虑变截面效应和混凝土分担剪力,该波形钢腹板组合箱梁的剪力传递效率见表2.

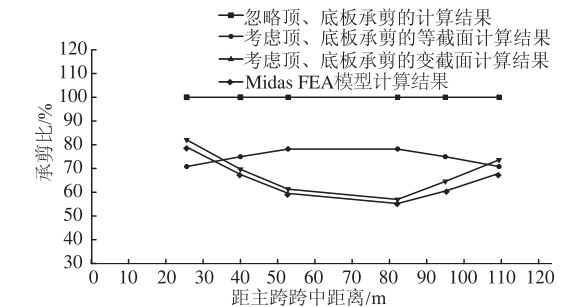


图 4 4 种计算方法下各个截面剪力传递效率

Fig.4 Each section shear transfer efficiency under four calculation methods

表 2 3 种工况下剪力传递效率

Tab.2 Shear transfer efficiency of three load cases

截面	剪力传递效率/%		
	自重	自重 + 预应力	满布活载
C' - C'	82.1	53.2	76.0
D' - D'	69.0	58.1	65.4
E' - E'	60.1	52.3	54.5
F' - F'	55.3	49.2	43.4
G' - G'	62.1	52.4	50.5
H' - H'	70.1	52.6	54.4

通过表2可以进一步看出,剪力传递效率与所选取的截面位置、荷载作用方式和大小有关系,在进行波形钢腹板组合梁桥的剪力计算时,如果只是简单地认为剪力完全由波形钢腹板承担的做法偏于保守,不适合变截面波形钢腹板连续体系组合箱梁桥的剪力计算.实际上混凝土顶、底板也要承受一定的剪力,尤其在变截面连续体系组合箱梁桥中分担剪力更为显著.考虑到波形钢腹板箱梁的剪应力分布受梁高变化的影响,通常设计中随着梁高的增加,波形钢腹板的厚度会相应增加,以便于钢腹板能够承担更多的剪力,但即使这样,截面上的剪力还是会分担一部分到混凝土顶、底板上,从而使得波形钢腹板所承担的剪力减小.

3 结论

(1)变截面波形钢腹板组合箱梁的剪力由混凝土顶、底板和波形钢腹板共同承担,且变截面波形钢腹板组合箱梁与等截面波形钢腹板组合箱梁的剪应力计算公式存在较大差异,变截面波形钢腹板梁中的剪应力除了由截面剪力 $Q$ 引起外,还包括有截面弯矩 $M$ 和轴力 $N$ 引起的附加剪应力.

(2)通过与精细有限元模型的分析结果验证,笔者所推导的公式(9)具有较高的精度;考虑到实际结构悬臂浇筑施工中每一梁段是通过整块模板的调整形成最终的截面和成桥线形,在公式(9)的具体应用时,可先求出 $i$ 截面的 $I$ 、 $S_a$ 、 $A_a$ 、 $A$ 、 $y_c$ 具体数值,然后分别求出 $i-1$ 、 $i+1$ 两个截面与 $i$ 截面对应物理量的线性变化率,再取二者平均值作为该截面的各参数微分值,具体应用时还可以编制小程序以提高计算效率.

(3)按照等截面公式计算的剪力传递效率相对较大,且忽略顶、底板承剪时的计算结果过于保守;剪力传递效率与截面位置有关系,弯矩、剪力等内力异号会引起附加剪应力不同,进而使得等截面公式计算出的结果不可靠。

(4)剪力传递效率与所选取的截面位置、荷载作用方式和大小有关,简单地认为剪力完全由波形钢腹板承担的做法偏于保守,算例连续墩跨3种荷载工况作用下的波形钢腹板组合箱梁各控制截面的剪力传递效率介于43%~82%之间,这与目前设计中的偏保守认为波形钢腹板承担全部剪力的认识有较大差异,因此对于变截面波形钢腹板组合箱梁的精细设计或设计优化应考虑剪力传递效率问题。

#### 参考文献:

- [1] 王东炜,张奇伟,王用中. 基于模态分析的郾城黄河公路大桥优化设计[J]. 郑州大学学报(工学版),2010,31(6):1-5.
- [2] 陈宝春,牟廷敏,陈宜言,等. 我国钢-混凝土组合结构桥梁研究进展及工程应用[J]. 建筑结构学报,2013,34(S1):1-10.
- [3] 万水,李淑琴,马磊. 波形钢腹板预应力混凝土组合箱梁结构在中国桥梁工程中的应用[J]. 建筑科学与工程学报,2009,26(2):15-20.
- [4] 陈宜言,王用中. 波形钢腹板预应力混凝土桥设计与施工[M]. 北京:人民交通出版社,2009.
- [5] 刘志才. 波形钢腹板组合箱梁抗剪及抗弯分析[D]. 长沙:湖南大学土木工程学院,2007.
- [6] 聂建国,李法雄. 考虑腹板剪切行为的波形钢腹板梁理论模型[J]. 中国公路学报,2011,24(6):40-48.
- [7] 李准华,董萌,崔冰. 考虑混凝土承剪和变截面效应的波纹钢腹板剪应力计算[J]. 土木工程学报,2012,45(2):85-89.
- [8] 周绪红,孔祥福,侯健,等. 波形钢腹板组合箱梁的抗剪受力性能[J]. 中国公路学报,2007,20(2):77-82.
- [9] 李立峰,刘志才,王芳. 波形钢腹板PC组合箱梁抗弯承载力的理论与试验研究[J]. 工程力学,2009,26(7):89-96.
- [10] 苏俭,刘钊. 波形钢腹板箱梁桥考虑剪切变形影响的挠度计算方法[J]. 中外公路,2010,30(3):143-147.
- [11] 苏俭,刘钊. 变截面波形钢腹板组合箱梁剪应力计算及分布规律研究[J]. 结构工程师,2010,26(6):32-36.

## Analysis of Shear Behavior and Transfer Efficiency of Variable Cross-section Composite Box Girder with Corrugated Steel Webs

WU Haipeng, LI Jie, CHEN Huai

(School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** Based on characteristics of the variable cross-section box girder with corrugated steel webs, considering girder height and bottom plate from the force equilibrium of thickness, the elastic element, the web's shear stress formula was derived. It was shown that shear stress of variable cross-section composite box girder with corrugated steel webs was sheared by top and bottom concrete plate and corrugated steel webs. It was concluded that the variable cross-section composite box girder's shear was caused by the section's shear force, in addition, also including additional shear stress which was produced by bending moment and axial force. Through comparing of the formula solutions section and variable's formula and FEA results of constant section, it is indicated that the shear stress calculation formula has higher calculation precision. Finally, based on testing the formula, taking into account three load cases, variable cross-section box girder with corrugated steel webs shear force transfer efficiency was given.

**Key words:** variable cross-section; composite box girder; corrugated steel webs; shear stress; shear transfer efficiency