

文章编号:1671-6833(2015)01-0110-04

拟周期激励下非线性半车模型的混沌振动研究

杨智勇^{1,2}, 梁山¹, 周桐¹

(1. 重庆工程职业技术学院 信息工程学院, 重庆 402260; 2. 重庆大学 自动化学院, 重庆 400044)

摘要: 为了克服单一频率路面激励下车辆悬架模型不能真实反映实际车辆的非线性动力学特性问题,建立了双频拟周期动态路面激励函数,并构建了 4 自由度非线性 1/2 车辆悬架模型. 运用庞加莱图、相位图、功率谱密度分析了车辆 4 自由度非线性半主动悬架模型通过凹凸不平路面时的动力学特性,得到了系统发生混沌振动时的激励振幅和振动特性,即车辆通过凹凸不平路面时的振动特性为:拟周期→过渡态→混沌态. 同时通过调整弹簧刚度系数,有效抑制了混沌振动的发生. 研究结果表明:双频拟周期激励下的 4 自由度非线性半主动悬架模型模拟更能接近实际情况,这有助于汽车悬架的设计和路面铺装设计.

关键词: 拟周期;非线性车辆;半主动悬架;混沌振动

中图分类号: TP391.9 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-6833.2015.01.026

0 引言

由于车辆系统中悬架、轮胎、弹簧、阻尼元件存在非线性特性,因此当车辆通过凹凸不平的路面时,路面激励可能导致车辆内部发生复杂的非线性动力学现象,如分岔现象、混沌振动等^[1-2]. 这些非线性现象可能会导致车辆振动加剧,增大系统噪声,破坏周边环境,造成元器件磨损和道路早期疲劳损害,甚至威胁乘车舒适性和行车安全^[3-4]. 因此对车辆通过凹凸不平路面产生混沌振动的机理和抑制混沌振动的方法开展研究,对提高驾乘人员舒适性具有重要意义.

近年来,对汽车非线性悬架的混沌振动的机理研究,特别对路面不平度激励下非线性车辆悬架系统的混沌振动的研究已越来越受到人们的关注^[1-7]. 但是由于非线性系统的复杂性,目前模型多是简单的单自由度 1/4 车辆模型和两自由度 1/4 车辆模型. 1/4 车辆模型是一种极其简化的模型,它将汽车简化为一个车轮支撑的振动系统,只能研究车辆在垂直方向的振动,忽略了真实悬架系统很多重要的振动特性,很难提供足够反映悬架系统和车体的实际动态特性的信息,不能代表真实的车辆系统悬架特性^[3-6]. 而 4 自由度 1/2 车辆模型是一种相对接近实际悬架系统的模型,它

可用于研究车身的垂直运动和俯仰运动以及前后 2 车轮的垂直运动,并可研究前后两轮激励输入相位差对系统动态特性的影响. 由于随机路谱表示的路面激励不便于理论研究,因此,路面激励模型多以单一频率或双频的正弦或余弦来近似模拟路面激励,讨论路面位移激励对系统非线性特性的影响^[1-2,7]. 但是单一的正弦频率很难真实地表示路面的真实激励. 目前针对双频拟周期激励下多自由度非线性车辆悬架的混沌振动的研究还鲜见报道. 鉴于以上问题,笔者采用双频正弦拟周期激励来表示凹凸不平的路面,以 4 自由度非线性半车模型为研究对象,研究非线性车辆在路面双频拟周期激励下的混沌振动. 所谓拟周期是指当各个激励频率不可有理通约时称为拟周期^[7]. 笔者首先建立了车辆悬架和路面激励模型,通过分析 Poincaré 截面图、相位图、功率谱等,验证了模型的合理性和系统存在混沌的可能性.

1 车辆模型及运动微分方程

为了得到更具有价值的车辆非线性动力学特性,笔者将车辆看成左右对称的结构,由此建立 4 自由度非线性半车悬架系统模型,其模型力学结构如图 1 所示^[3-4]. 4 自由度非线性半车模型能对前后车轮、车身垂直和俯仰方向的非线性运动

收稿日期:2014-08-17;修订日期:2014-11-10

基金项目:中央高校基本科研业务基金项目(CDJXS12170002);重庆市科技项目基金资助项目(KJ112002)

作者简介:杨智勇(1979-),男,重庆忠县人,重庆工程职业技术学院副教授,博士,主要从事非线性控制理论研究,
E-mail:zy023@aliyun.com.

作较为完备的研究,同时研究车辆前后轮激励的时间差对车辆悬架的影响,具有较强的理论研究价值。

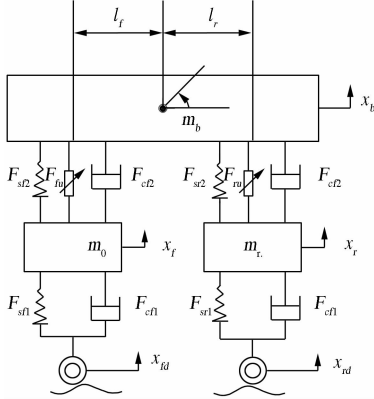


图1 4自由度非线性半主动半车悬架模型

Fig.1 Non-linear 4-DOF half-active half-vehicle suspension model

在图1中, m_b 为车身质量; m_f, m_r 为前后轮非簧载质量; x_f 为 m_f 的垂直位移; x_r 为 m_r 的垂直位移; x_{fd}, x_{rd} 为前后轮受到的外部激励; F_{sf1}, F_{sr1} 为前后轮悬架非线性阻尼力; F_{sf2}, F_{sr2} 为前后非线性悬架弹簧力; F_{cf1}, F_{cr1} 为前后非线性轮胎弹簧力; F_{cf2}, F_{cr2} 为前后悬架非线性阻尼力; F_{fu}, F_{ru} 为前后悬架主动控制力。

设汽车的簧载质量绕其轴的转动惯量为 J , 根据牛顿第二定律, 系统的运动方程可表示为

$$\begin{cases} m_b \ddot{x}_b = -F_{sf2} - F_{cf2} - F_{sr2} - F_{cr2} - m_b g - F_{fu} - F_{ru}; \\ J \ddot{\theta} = (F_{sf2} + F_{cf2} + F_{fu}) l_f \cos \theta - (F_{sr2} + F_{cr2} + F_{ru}) l_r \cos \theta; \\ m_f \ddot{x}_f = F_{sf2} + F_{cf2} - F_{sf1} - F_{cf1} - m_f g + F_{fu}; \\ m_r \ddot{x}_r = F_{sr2} + F_{cr2} - F_{sr1} - F_{cr1} - m_r g + F_{ru}. \end{cases} \quad (1)$$

弹簧的非线性特性分别被表示为

$$F_{sf1} = 100^{(n_{f1}-1)} k_{f1} \operatorname{sgn}(\Delta x_{f1}) |\Delta x_{f1}|^{n_{f1}}; \quad (2)$$

$$F_{sr1} = 100^{(n_{r1}-1)} k_{r1} \operatorname{sgn}(\Delta x_{r1}) |\Delta x_{r1}|^{n_{r1}}; \quad (3)$$

$$F_{sf2} = 100^{(n_{f2}-1)} k_{f2} \operatorname{sgn}(\Delta x_{f2}) |\Delta x_{f2}|^{n_{f2}}; \quad (4)$$

$$F_{sr2} = 100^{(n_{r2}-1)} k_{r2} \operatorname{sgn}(\Delta x_{r2}) |\Delta x_{r2}|^{n_{r2}}. \quad (5)$$

其中,

$$\Delta x_{f1} = x_f - x_{fd} - s_{f1}; \quad (6)$$

$$\Delta x_{f2} = x_b - x_f - s_{f2} - l_f \sin \theta; \quad (7)$$

$$\Delta x_{r1} = x_r - x_{rd} - s_{r1}; \quad (8)$$

$$\Delta x_{r2} = x_b - x_r - s_{r2} - l_r \sin \theta. \quad (9)$$

式中: s_{f1} 和 s_{r1} 分别表示前后车轮在无激励下的弹性形变; s_{f2} 和 s_{r2} 分别表示前后悬架在无激励下的弹性形变; k_{f1} 和 k_{r1} 分别表示前后轮胎的等效刚度; k_{f2} 和 k_{r2} 分别表示前后悬架的等效刚度。

阻尼器的非线性特性被表示为^[4-5]

$$F_{cf1} = c_{f1} \Delta \dot{x}_{f1}. \quad (10)$$

$$F_{cr1} = c_{r1} \Delta \dot{x}_{r1}. \quad (11)$$

$$F_{cf2} = c_{f2} \Delta \dot{x}_{f2}. \quad (12)$$

$$F_{cr2} = c_{r2} \Delta \dot{x}_{r2}. \quad (13)$$

式中: $\Delta \dot{x}_{f1} = \dot{x}_f - \dot{x}_{fd}$; $\Delta \dot{x}_{f2} = \dot{x}_b - \dot{x}_f - l_f \dot{\theta} \cos \theta$;

$\Delta \dot{x}_{r1} = \dot{x}_r - \dot{x}_{rd}$; $\Delta \dot{x}_{r2} = \dot{x}_b - \dot{x}_r + l_r \dot{\theta} \cos \theta$.

式中: c_{f1} 和 c_{r1} 表示前后轮胎的非线性阻尼因子; c_{f2} 和 c_{r2} 表示前后悬架的非线性阻尼因子, 表示为

$$c_{f2} = \begin{cases} c_{f2u}, & \Delta \dot{x}_{f2} \geq 0; \\ c_{f2d}, & \Delta \dot{x}_{f2} < 0. \end{cases} \quad (14)$$

$$c_{r2} = \begin{cases} c_{r2u}, & \Delta \dot{x}_{r2} \geq 0; \\ c_{r2d}, & \Delta \dot{x}_{r2} < 0. \end{cases} \quad (15)$$

式中: $\Delta \dot{x}$ 是阻尼器的相对速度; c_{i2u} ($i=f, r$) 和 c_{i2d} ($i=f, r$) 是阻尼器拉伸和压缩的阻尼因子。

主动控制力 F_{fu} 和 F_{ru} 表示为: $F_{fu} = c_{fu} \dot{x}_b$; $F_{ru} = c_{ru} \dot{x}_b$.

假设 $x_1 = x_b, x_2 = \dot{x}_b, x_3 = \theta, x_4 = \dot{\theta}, x_5 = x_f x_6 = \dot{x}_f, x_7 = x_r, x_8 = \dot{x}_r$, 则系统的状态方程组可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{m_b} (F_{sf2} + F_{cf2} + F_{sr2} + F_{fu} + F_{ru}) - g; \\ \dot{x}_3 = x_4; \\ \dot{x}_4 = \frac{\cos \theta}{J} [(F_{sf2} + F_{cf2} + F_{fu}) l_f - (F_{sr2} + F_{cr2} + F_{ru}) l_r]; \\ \dot{x}_5 = x_6; \\ \dot{x}_6 = \frac{1}{m_f} (F_{sf2} + F_{cf2} + F_{fu} - F_{sf1} - F_{cf1}) - g; \\ \dot{x}_7 = x_8; \\ \dot{x}_8 = \frac{1}{m_r} (F_{sr2} + F_{cr2} + F_{ru} - F_{sr1} - F_{cr1}) - g. \end{cases} \quad (16)$$

设 m_b 前后轴承承受的分质量, 分别为 m_{bf} 和 m_{br} , 可计算得

$$\begin{cases} m_{bf} = \frac{m_b l_r}{l_f + l_r}; \\ m_{br} = \frac{m_b l_f}{l_f + l_r}. \end{cases} \quad (17)$$

因此, 车辆悬架垂直方向的静态状态方程可表示为

$$\begin{cases} F_{s_{f1}} = 100^{(n_{f1}-1)} k_{f1} \operatorname{sgn}(s_{f1}) |s_{f1}|^{n_{f1}} = (m_{bf} + m_f) g; \\ F_{s_{r1}} = 100^{(n_{r1}-1)} k_{r1} \operatorname{sgn}(s_{r1}) |s_{r1}|^{n_{r1}} = (m_{br} + m_r) g; \\ F_{s_{f2}} = 100^{(n_{f2}-1)} k_{f2} \operatorname{sgn}(s_{f2}) |s_{f2}|^{n_{f2}} = m_{bf} g; \\ F_{s_{r2}} = 100^{(n_{r2}-1)} k_{r2} \operatorname{sgn}(s_{r2}) |s_{r2}|^{n_{r2}} = m_{br} g. \end{cases} \quad (18)$$

从式(18)可得

$$\begin{cases} s_{f1} = (m_{bf} + m_f g / 100^{(n_{f1}-1)} k_{f1})^{1/n_{f1}}; \\ s_{r1} = (m_{br} g + m_r g / 100^{(n_{r1}-1)} k_{r1})^{1/n_{r1}}; \\ s_{f2} = (m_{bf} g / 100^{(n_{f2}-1)} k_{f2})^{1/n_{f2}}; \\ s_{r2} = (m_{br} g / 100^{(n_{r2}-1)} k_{r2})^{1/n_{r2}}. \end{cases} \quad (19)$$

2 路面激励模型及车辆悬架混沌振动分析参数

笔者用双频正弦拟周期函数表示路面不平度激励,因此路面不平度可近似地用如下等式表示.

$$x_{fd} = A_1 \sin \omega_1 t + A_2 \sin \omega_2 t; \quad (20)$$

$$x_{rd} = A_1 \sin(w_1 t + \alpha) + A_2 \sin(w_2 t + \alpha). \quad (21)$$

式中: A_1 和 A_2 表示路面激励的振幅; ω_1 和 ω_2 分别表示两个正弦激励的角频率; α 表示激励对前后车辆的滞后延迟, α 的值约等于 $(l_f + l_r)/v$, l_f 和 l_r 是前后车轮和车辆中心位置的距离.

由于系统非线性微分方程的存在,故可采用定步长 4 阶 Runge-Kutta 算法进行仿真研究.数值仿真的汽车模型参数见表 1^[4, 6].

表 1 数值仿真参数

Tab.1 Parameters for numerical simulation

参数	参数值	参数	参数值
m_b/kg	1 180	$k_{f1}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	140 000
m_f/kg	50	$k_{r2}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	36 925
m_r/kg	45	$C_{f2u}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1})$	500
$J/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	633.615	$C_{f2d}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1})$	359.7
$C_{f1}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1})$	10	$C_{fu}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1})$	2000
$C_{r1}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1})$	10	$C_{ru}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1})$	2000
n_{f1}	1.75	n_{f2}	1.5
n_{r1}	1.75	n_{r2}	1.5
$k_{r1}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	140 000	$k_{r2}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	30 130
$C_{r2u}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1})$	500	$C_{r2d}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1})$	359.7
l_f/m	1.123	l_r/m	1.377

3 仿真分析

笔者通过庞加莱图、相位图、功率谱密度图分析车辆通过凹凸不平路面的混沌振动.在仿真分析中通过调整激励振幅的值进行对比分析.为了便于研究,假设 $A_1 = A_2 = A$. (其中, A_1 和 A_2 分别表示激励的振幅, ω_1 和 ω_2 分别表示正弦激励函数的角频率, ω_1 和 ω_2 不可有理通约.选取 $\omega_1 =$

$7.9, \omega_2 = 20.3 + \sqrt{10}^{[7]}$. 仿真研究中通过调整 $A_1、A_2$ 和 $n_{f1}、n_{f2}$ 的值研究车辆通过路面的混沌振动.

当 $A_1 = A_2 = 0.004, n_{f1} = n_{f2} = 1.75$ 时,车辆的运动状态为拟周期,如图 2 所示.

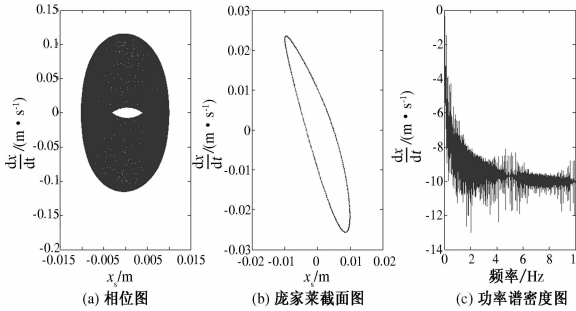


图 2 拟周期运动
Fig.2 Quasi periodic motion

当 $A_1 = A_2 = 0.038, n_{f1} = n_{f2} = 1.75$ 时,拟周期环破裂,有进入混沌运动状态的趋势,笔者将此状态称为过渡运动态,如图 3 所示.

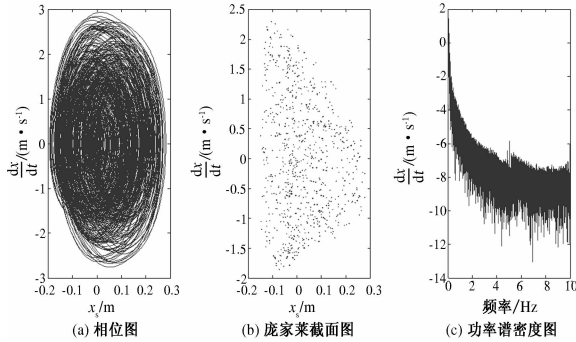


图 3 过渡态运动
Fig.3 The transition state of motion

当 $A_1 = A_2 = 0.04, n_{f1} = n_{f2} = 1.75$ 时,系统运动从过渡态进入到混沌状态,如图 4 所示.

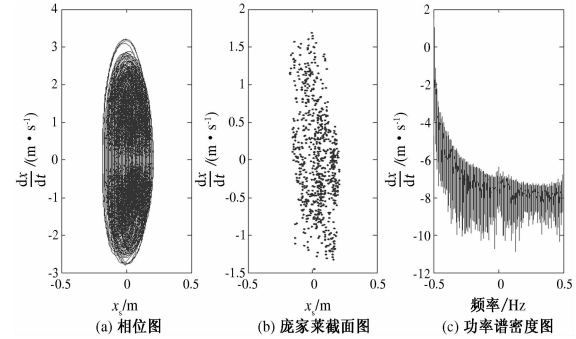


图 4 混沌运动状态
Fig.4 Chaotic motion

为了进一步研究引起车辆发生混沌振动的机理,为车辆悬架设计提供依据参考,论文通过调整

车辆前后悬架弹簧刚度系数进行对比研究. 悬架弹簧刚度系数 $n_{f1} = n_{f2} = 1.25$,路面激励振幅 A 分别为 0.004,0.038,0.04 时系统的运动特性如图 5~7 所示.

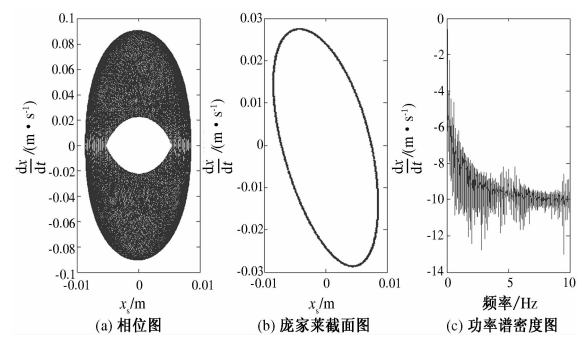


图 5 拟周期运动
Fig. 5 Quasi periodic motion

在路面相同振幅激励下,通过将前后悬架弹簧刚度系数从 1.75 调整为 1.25 后,车辆悬架原先的过渡态和混沌态不再存在,而是做拟周期运动,这说明了可以通过调整车辆悬架弹簧的刚度系数来改变车辆的运动状态,提高乘坐舒适性和行车安全性.

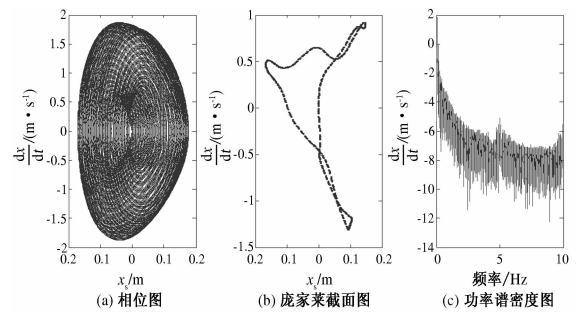


图 6 拟周期运动
Fig. 6 Quasi periodic motion

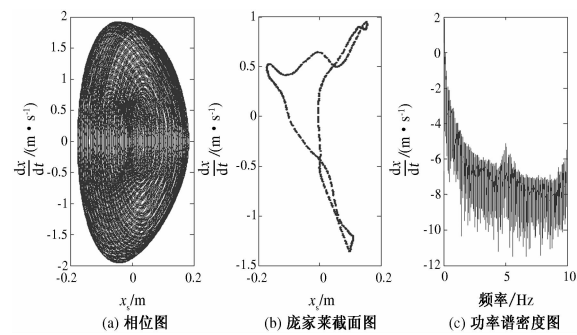


图 7 拟周期运动
Fig. 7 Quasi periodic motion

4 结论

笔者采用数值仿真方法分析了 4 自由度 1/2 非线性悬架模型在双频拟周期激励下的混沌振动. 采用庞加莱图、相位图和功率谱密度证实了系统发生混沌的可能,同时获得了系统发生混沌振动时激励的振幅. 仿真结果揭示了车辆悬架系统通过凹凸不平路面时的振动特性为拟周期→过渡态→混沌态. 同时在路面激励振幅不变的情况下,通过调整车辆前后悬架弹簧刚度系数,有效改变了车辆悬架的运动状态:车辆从混沌运动状态转变到了拟周期运动状态. 结果验证了可以通过调整悬架弹簧系数来有效避免混沌运动产生. 研究结果对车辆悬架设计和路面铺装具有重要参考意义. 下一步将通过理论方法对系统发生混沌的可能性和振动特性进行推导,通过对比分析理论推导和仿真分析结果,为悬架的动力学特性设计和道路路面铺装提供理论依据.

参考文献:

[1] LIANG Shan, LI Cong-gang, ZHU Qin. The influence of parameters of consecutive speed control humps on the chaotic vibration of a 2-DOF nonlinear vehicle model[J]. Journal of Vibroengineering, 2011, 13 (3): 406 - 413.

[2] LIU Fei, LIANG Shan, ZHU Qin, et al. Effects of the consecutive speed humps on chaotic vibration of a nonlinear vehicle model[J]. ICIC Express Letters, 2010, 4(5): 1657 - 1664.

[3] YANG Zhi-yong, LIANG Shan, ZHU Qin. Chaos of a nonlinear half-vehicles suspension system excited by the consecutive speed-control humps[J]. ICIC Express Letters, 2013, 7(11): 3163 - 3168.

[4] ZHU Qin, ISHITOBI M. Chaos and bifurcations in a nonlinear vehicle model[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 275(3): 1136 - 1146.

[5] 王威,李瑰贤,宋玉玲. 四轮激励含相位差的汽车高维非线性超混沌动力学特性研究[J]. 振动与冲击, 2009, 28(3): 102 - 202.

[6] ZHU Qin, ISHITOBI M. Chaotic vibration of a nonlinear full-vehicle model[J]. Journal of Solids and Structures, 2006, 43(3): 747 - 759.

[7] 李韶华,杨绍普. 拟周期激励下滞后非线性汽车悬架的混沌[J]. 振动与冲击, 2003, 22(3): 61 - 65.

(下转第 118 页)