

文章编号:1671-6833(2015)01-0097-04

基于改进的小波核主元分析故障检测

张端金, 汪爱娟

(郑州大学 信息工程学院, 河南 郑州 450001)

摘要: 研究了基于核主元分析的非线性系统故障检测问题. 提出了一种改进的小波核主元分析的故障检测方法. 该方法首先对数据进行小波去噪预处理, 然后再利用小波核函数, 将非线性的输入空间转换到线性特征空间. 在特征空间使用主元分析, 结合 SPE 统计量和 T^2 统计量对非线性系统进行故障检测. 仿真结果表明: 该方法能够提高故障检测性能.

关键词: 核主元分析; 小波核函数; 小波去噪; 故障检测

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-6833.2015.01.023

0 引言

随着现代工业和科学技术的飞速发展, 设备的结构变得复杂化. 系统的安全性和可靠性对人类社会产生巨大影响. 因而, 对这类系统进行故障检测设计具有重大的现实意义.

近年来, 多变量过程控制技术得到了很大的发展, 取得很多成果. Chan 等^[1]提出了基于特征值分解的改进 PCA 故障检测方法, 马贺贺等^[2]利用高阶统计量来获取过程信息, 提出了一种新的统计量核主元分析方法, 故障检测. 郭珂^[3]提出了一种小波核函数用于故障检测, 但是没有对采集数据进行预处理. 陈亮等^[4]采用多项式核函数对非线性系统故障进行检测, 对数据预先进行了小波去噪处理, 提高了故障检测性能. 倪国文^[5]提出了 PCA 本身就是一种去噪方法, 自身实现了数据预处理, 达到了很好的检测效果.

综上, 文献中还没有用到小波核函数和小波去噪结合起来进行故障检测的方法. 基于此, 笔者提出了一种新的非线性故障检测方法. 利用小波核函数和小波去噪相结合的方法进行故障检测. 并通过算例仿真, 验证了该方法的有效性.

1 小波分析

采集到的数据包含噪声, 直接利用这些受噪声干扰的数据进行故障检测, 必然会影响故障检

测的准确性. 因此, 在进行故障检测之前对数据进行去噪处理是必要的.

小波变换是时间和频率的局部变换, 因而能有效地从信号中提取信息. 通过伸缩和平移运算可对函数或信号进行多尺度的细化分析, 解决了傅里叶变换不能解决的许多困难问题.

2 基于小波核主元分析故障检测

小波核主元分析方法在故障检测中能够很好地提取系统中的非线性特征信息, 减少重要信息的丢失. 因此, 该方法可以提高故障检测的准确率, 大大减少误报和漏报率, 具有很好的非线性故障检测能力.

2.1 小波核主元分析

由 Scholkopf^[6]提出的核主元分析能够弥补主元分析在处理非线性系统方面的缺陷, 很好地捕捉非线性系统的特征信息.

已知采样数据 $X_{n \times m} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ ($x_i \in R^m, i = 1, 2, \dots, n$), n 为采样点数, m 为变量个数. 将采样数据通过非线性变换 φ , 影射到高维特空间征, 再利用主元分析法, 结合 SPE 统计量和 T^2 统计量进行故障检测.

在特征空间中, 假设 $\varphi(x_i), i = 1, 2, \dots, n$ 已经过中心化处理, 采样协方差矩阵可以表示为

$$C = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varphi(x_i) \varphi(x_i)^T. \quad (1)$$

收稿日期: 2014-08-07; 修订日期: 2014-11-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61471323); 河南省教育厅科学技术研究重点项目(14A120004)

作者简介: 张端金(1966-), 男, 湖北荆州人, 郑州大学教授, 博士, 研究方向为故障检测与估计, E-mail: djzhang@zzu.edu.cn.

通过确定 \mathbf{C} 的特征向量 \mathbf{v} 就可以获得特征空间中的主元。

$$\lambda \mathbf{v} = \mathbf{C} \mathbf{v}. \quad (2)$$

在 $\lambda \neq 0$ 的条件下, \mathbf{v} 的所有解都可以由 $\varphi(x_i), i=1, 2, \dots, n$ 表示, 即

$$\mathbf{v} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \varphi(x_i). \quad (3)$$

因此, 式(2)可以表示为

$$\lambda < \varphi(\mathbf{x}_k), \mathbf{v} > = < \varphi(\mathbf{x}_k), \mathbf{C} \mathbf{v} >. \quad (4)$$

由式(3)和式(4)得

$$\begin{aligned} \lambda \sum_{i=1}^n \alpha_i < \varphi(\mathbf{x}_k), \varphi(\mathbf{x}_i) > = \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_i < \varphi(\mathbf{x}_k), \sum_{j=1}^n \varphi(\mathbf{x}_j) > < \varphi(\mathbf{x}_j), \varphi(\mathbf{x}_i) >. \end{aligned} \quad (5)$$

小波函数如下所示:

$$\Phi(x) = \frac{2}{\pi^{1/4} \sqrt{3\alpha}} \left(1 - \frac{x^2}{\alpha^2}\right) \exp\left(-\frac{x^2}{2\alpha^2}\right). \quad (6)$$

把上式看做一个母小波, 如果 $x, x' \in \mathbb{R}^n$, 那么小波核函数为

$$\begin{aligned} K(x, y) &= \prod_{i=1}^n \Phi(x_i - y_i) = \prod_{i=1}^n \frac{2}{\pi^{1/4} \sqrt{3\alpha}} \cdot \\ &\left(1 - \frac{(x_i - y_i)^2}{\alpha^2}\right) \exp\left(-\frac{(x - y)^2}{2\alpha^2}\right) = \prod_{i=1}^n \frac{2}{\pi^{1/4} \sqrt{3\alpha}} \cdot \\ &\left(1 - \frac{(x_i - y_i)^2}{\alpha^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{(x - y)^2}{2\alpha^2}\right). \end{aligned} \quad (7)$$

具体的证明过程详见文献[2].

定义一个小波核矩阵 \mathbf{K} , 如下所示:

$$[\mathbf{K}]_{ij} = \mathbf{K}(x_i, x_j) = < \varphi(x_i), \varphi(x_j) >. \quad (8)$$

式中: $\mathbf{K}(x_i, x_j)$ 是在特征空间中利用核函数计算两个向量的内积。

把式(5)代入式(8)中, 可以得到

$$n\lambda \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{K} \boldsymbol{\alpha}. \quad (9)$$

其中, $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n]^T$, 式(9)的求解问题和在特征空间中进行主元分析是等价的。

令 $\lambda(\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n)$ 为 \mathbf{K} 的特征值, 那么 $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n]^T$ 为对应的特征向量. 对特征向量 \mathbf{v} 进行归一化

$$< \mathbf{v}^k, \mathbf{v}^k > = 1. \quad (10)$$

由式(3)可得

$$\lambda_k < \boldsymbol{\alpha}_k, \boldsymbol{\alpha}_k > = 1. \quad (11)$$

那么任何一个样本向量 x 在特征空间中的第 k 个主元计算为

$$t_k = < \mathbf{v}_k, \varphi(\mathbf{x}) > = \sum_{i=1}^n \alpha_i^k < \varphi(x_i), \varphi(\mathbf{x}) >. \quad (12)$$

在特征空间中进行主元分析之前, 先对矩阵 \mathbf{K} 进行标准化处理, 因为假设特征空间中数据的均值是零, 而实际运算用到的是核矩阵 \mathbf{K} , 所以要对它进行如下标准化处理. 具体推导过程详见文献[7].

$$\bar{\mathbf{K}} = \mathbf{K} - \mathbf{I}_n \mathbf{K} - \mathbf{K} \mathbf{I}_n + \mathbf{I}_n \mathbf{K} \mathbf{I}_n. \quad (13)$$

2.2 故障检测

T^2 统计量的定义为

$$T^2 = [\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \mathbf{t}_3 \dots \mathbf{t}_k] \mathbf{A}^{-1} [\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \mathbf{t}_3 \dots \mathbf{t}_k]^T. \quad (14)$$

如果样本的均值和协方差分别与建模样本的均值和协方差相等, 则 T^2 统计量服从自由度为 K 的 χ^2 分布. 如果给定显著性水平 α , 那么 T^2 统计量的控制限由下式计算

$$T_\alpha^2 = \chi^2(k). \quad (15)$$

如果样本的协方差未知, 而是通过建模样本的协方差矩阵来估计时, T^2 统计量服从自由度为 k 和 $n-k$ 的 F 分布, n 是样本点数. T^2 统计量的控制限由下式计算.

$$T_\alpha^2 = \frac{k(n^2-1)}{n(n-k)} F_\alpha(k, n-k). \quad (16)$$

在正常情况下, T^2 统计量的值应处于该控制限之内, 出现故障时, 统计量会超出控制限。

SPE 统计量的定义为

$$\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{t} \mathbf{p}_k^T = \mathbf{x}(\mathbf{I} - \mathbf{p}_k \mathbf{p}_k^T). \quad (17)$$

$$\text{SPE} = \mathbf{e} \mathbf{e}^T. \quad (18)$$

给定显著性水平为 α , 计算 SPE 统计量的控制限为

$$\text{SPE}_\alpha = \theta_1 \left[\frac{C_\alpha h_0 \sqrt{2\theta_2}}{\theta_1} + 1 + \frac{\theta_2 h_0 (h_0 - 1)}{\theta_1^2} \right]^{1/h_0}. \quad (19)$$

式中: $\theta_1 = \sum_{i=k+1}^m \lambda_i$; $\theta_2 = \sum_{i=k+1}^m \lambda_i^2$; $h_0 = 1 - \frac{2\theta_1 \theta_3}{3\theta_2}$; C_α 是置信限为 $(1-\alpha)\%$ 的高斯分布。

对新的采样数据进行故障检测时, 建立检测统计量指标进行假设检验, 通过计算检测统计量是否超过控制限, 来判断故障是否发生。

改进的算法步骤如下。

(1) 采样得到正常无故障样本 \mathbf{X} , 并标准化. 然后用 db5 小波对 \mathbf{X} 中的每一列数据去噪;

(2) 选择小波核函数做非线性映射, 计算核矩阵 $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{K}_{ij} = \mathbf{K}(x_i, x_j) = < \varphi(x_i), \varphi(x_j) >$, n 为采样点数;

(3) 对核矩阵进行中心化处理, $\bar{\mathbf{K}} = \mathbf{K} - \mathbf{I}_n \mathbf{K} - \mathbf{K} \mathbf{I}_n + \mathbf{I}_n \mathbf{K} \mathbf{I}_n$, 其中,

$$I_n = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix};$$

(4) 解方程 $\lambda \alpha = (1/n) \overline{K} \alpha$, 并归一化, 即 $\langle \alpha_k, \alpha_k \rangle = 1/\lambda_k$;

(5) 根据累计方程贡献率的方法, 确定核主元分析的个数, 即 $\eta_p = \sum_{i=1}^p \lambda_i / \sum_{i=1}^n \lambda_i$, 一般选择 $\eta_p \geq 85\%$;

(6) 计算 T^2 和 SPE 控制限;
以上步骤是正常无故障数据的建模模型.

(7) 对于采集的新测试数据 x_{new} , 先进行标准化, 然后进行小波去噪. 非线性主元的计算公式为

$$t_k = \langle \nu_k, \varphi(x_{new}) \rangle = \sum_{i=1}^n \alpha_i^k k_w(x_i, x_{new});$$

(8) 计算新的统计量, 检测是否超出控制限.

3 仿真研究

以如下典型的非线性系统^[8]为研究对象.

$$\begin{cases} x_1 = t + e_1; \\ x_2 = t^2 - 3t + e_2; \\ x_3 = -t^3 + 3t^2 + e_3. \end{cases} \quad (20)$$

其中, e_1, e_2 和 e_3 为服从均值为零, 方差为 0.01 的正态独立噪声变量, $t \in [0.01, 2]$. 取 400 个无故障数据采样点, 建立 KPCA 故障检测模型, 然后取 200 个有故障数据采样点, 在第 160 个采样点引入均值为 0.5 的偏差故障. 本仿真系统采用小波核函数, $k_w(x, x') = (1 - (\|x - x'\|^2/\alpha)) \exp(-(\|x - x'\|^2/\alpha))$, $\alpha = 45$. 所得结果如图 1 和图 2 所示, 结合 SPE 和 T^2 统计量, 横线代表 99% 的控制限, 超出红线为故障数据点, 横线以下为正常数据点. 据此, 能判断出系统是否发生故障.

在图 1 和图 2 中, T^2 统计量的仿真图形变化趋势基本一致, 在 1~159 个采样点之间均没有超出控制限制, 代表采样信号在主元空间没有发生偏移, 160~200 个采样点之间超出控制限制, 代表采样信号在主元空间发生了偏移, 出现了故障. 图 1 中, SPE 统计量的仿真图, 1~159 是正常数据点, 但超过 99% 控制限的数据点有 12 个, 误报率为 7.55%. 图 2 中, SPE 统计量的仿真图, 1~159 是正常数据点, 但超过 99% 控制限的数据点有 2 个, 误报率为 1.26%. 图 1 采用的是 marr 小波核,

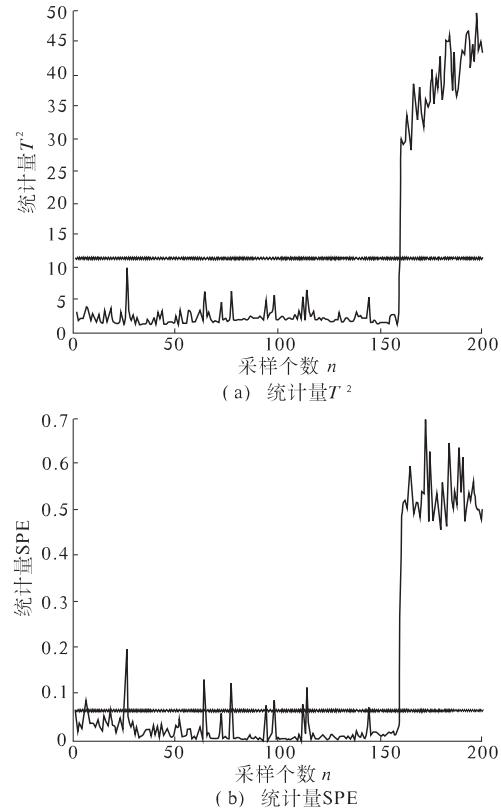


图 1 小波核主元分析检测结果
Fig.1 Detection results of wavelet kernel principal analysis

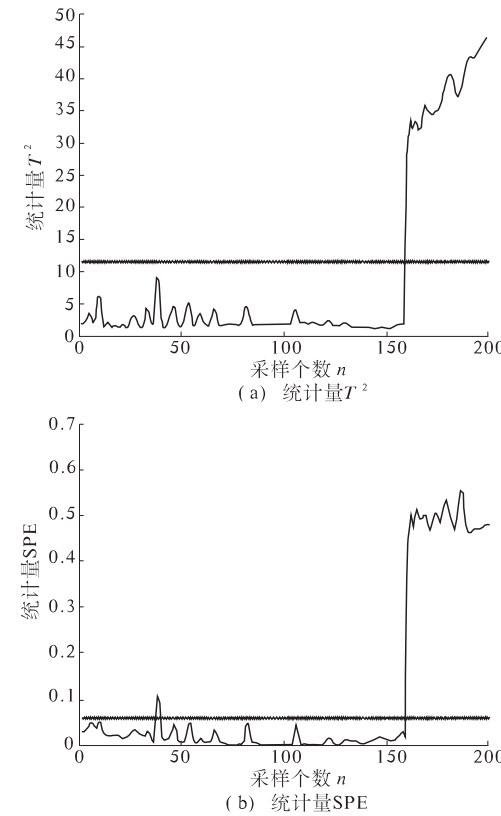


图 2 改进的小波核主元分析检测结果
Fig.2 Detection faults of the improved wavelet kernel principal analysis

没有进行去噪处理. 图 2 采用的是 marr 小波核, 小波去噪用的是 db5 小波. 核参数取 45. 图 1 比图 2 的误报率高, 原因是采集到的数据包含噪声, 直接利用这些受噪声干扰的数据进行故障检测, 必然会影响故障检测的准确性. 由此可见, 采用小波去噪对数据进行处理, 减小了噪声对故障检测的影响, 降低误报率, 提高检测性能.

4 结论

笔者给出了小波核函数和小波去噪相结合的故障检测方法. 首先, 对采样数据利用小波去噪进行预处理, 提高了建立模型的准确性. 然后利用小波核主元分析进行故障检测, 大大提高了故障检测率. 通过算例仿真, 验证了该方法的有效性.

参考文献:

- [1] CHAN S C, WU H C, TSUI K M. Robust recursive eigendecomposition and subspace-based algorithms with application to fault detection in wireless sensor networks[J]. IEEE Trans on Instrumentation and Measurement, 2012, 61(6): 1703 – 1718.
- [2] MA He-he, HU Yi, SHI Hong-bo. Statistics kernel principal component analysis for nonlinear process fault detection [C]//Proceedings of the 9th World Congress on Intelligent Control and Automation. Taipei, 2011: 431 – 436.
- [3] GUO Ke, SAN Ye, ZHU Yi. Nonlinear process monitoring using wavelet kernel principal component analysis [C]//Proceedings of International Conference on Systems and Informatics. Yantai, 2012: 432 – 438.
- [4] CHEN Liang, YU Yang, LUO Jie, et al. An improved fault detection algorithm based on wavelet analysis and kernel principal component analysis [C]//Proceedings of Chinese Control and Decision Conference. Xuzhou, 2010: 1723 – 1726.
- [5] 倪国文, 刘爱伦. 基于核主元分析的非线性故障检测研究 [J]. 仪器仪表学报, 2009, 30(6): 443 – 447.
- [6] SCHOLKOPF B, SMOLA A, MULLER K. Nonlinear component analysis as a kernel eigenvalue problem [J]. Neural Computation, 1998, 10(5): 1299 – 1319.
- [7] NOWICKI A, GROCHOWSKI M, DUZINKIEWICZ K. Data-driven models for fault detection using kernel PCA: A water distribution system case study [J]. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 2012, 22(4): 939 – 949.
- [8] LEE J M, YOO C K, CHOI S W, et al. Nonlinear process monitoring using kernel principal component analysis [J]. Chemical Engineering Science, 2004, 59(1): 223 – 234.

Fault Detection Based on Improved Wavelet Kernel Principal Component Analysis

ZHANG Duan-jin, WANG Ai-juan

(School of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: The problem of fault detection for a class of nonlinear systems based on kernel principal component analysis is studied. The improved wavelet kernel principal component analysis is proposed. Firstly, the proposed method is applied to denoise the data. Then, the preprocessed data is transformed by wavelet kernel function to map the nonlinear input space into linear characterization space. In the feature space, principal component analysis is applied to detect faults for nonlinear system, in combination with SPE statistic and T^2 statistic. Simulation results show that the method can improve the fault detection performance.

Key words: kernel principal component analysis; wavelet kernel function; wavelet denoising; fault detection