

文章编号:1671-6833(2014)03-0116-04

滑移和掀起影响集中荷载作用下组合桁架掀起力推导

王俊立, 李 天

(郑州大学 土木工程学院, 河南 郑州 450001)

摘 要: 目前规范标准关于组合桁架的设计尚未考虑滑移和掀起效应, 直接导致栓钉设计内力不准确, 并且使组合桁架刚度偏大, 导致组合桁架挠度偏小, 从而使得设计结果偏于不安全. 同时考虑混凝土翼板和钢桁架之间的滑移和掀起效应, 推导出跨中集中荷载作用下简支组合桁架掀起力的六次线性齐次微分方程, 建立组合桁架轴力和掀起力的约束边界方程, 并给出了精确解和近似解的解法. 最后, 以一个简支组合桁架以数值算例, 给出了轴力和掀起力的精确解和近似解.

关键词: 组合桁架; 滑移; 掀起

中图分类号: TU398.9

文献标志码: A

doi:10.3969/j.issn.1671-6833.2014.03.028

0 引言

钢-混凝土组合桁架梁是由钢筋混凝土翼缘板和钢桁架通过连接件组合为一体, 能共同抵抗外部荷载作用的一种新型组合结构构件. 组合桁架中的桁架与混凝土翼板能够共同工作是由于抗剪连接件的连接作用, 当抗剪连接件采用刚性抗剪连接件时, 由于刚性抗剪连接件刚度足够大, 当其承受水平剪力和竖向掀起力时, 刚性连接件的水平滑移量和竖向掀起量非常小, 基本上可忽略不计, 即此时组合桁架中的钢桁架和混凝土翼板的变形曲率是一致的, 混凝土翼板和钢桁架之间的相互作用表现为完全共同工作. 实际工程中抗剪连接件多采用栓钉, 而栓钉是柔性连接件, 在水平剪力和竖向掀起力作用下栓钉产生剪切变形和轴向变形, 从而使钢桁架与混凝土翼板之间出现界面水平滑移和竖向掀起位移, 导致两者变形不协调, 曲率也不相同, 此时钢桁架与混凝土翼板之间的相互作用表现为不完全共同工作, 从而导致组合桁架截面刚度减小, 变形增大, 承载能力降低. 因此, 研究界面水平滑移和竖向掀起位移将有益于分析其对组合桁架梁刚度和变形的影响.

对组合桁架受力性能的研究较早, 早在上世纪六七十年代, 国外已经采用试验方法对组合桁架开展了研究^[1-3], 且取得部分研究成果, 但由于

试验成本高, 试件数量有限, 得出的结论也就受到限制; 我国在上世纪 90 年代开始研究组合桁架的受力性能, 并取得了部分研究成果^[4-12], 其中文献[10]和文献[11]采用理论推导的方法推导出考虑滑移和掀起效应影响关于轴力的六次线性齐次微分方程, 并给了精确求解边界条件, 但未给出详细求解方法, 而且由于公式涉及参数众多, 求解方法复杂, 工程应用价值不大. 笔者以简支组合桁架承受跨中集中荷载为背景, 建立了同时考虑界面滑移和竖向掀起效应影响的组合桁架界面单位长度掀起力 r 沿轴向长度的微分方程, 给出了该方程的精确解详细求解过程, 并给出了近似解.

1 掀起力理论计算公式

1.1 基本假定

承受跨中集中力荷载的组合桁架的力学微段模型如图 1 所示, 其中坐标系原点建立在构件简支梁中点即对称截面处.

为建立合理的计算分析模型, 引入部分基本假定来适当简化实际模型. 基本假定如下:

(1) 混凝土翼板与桁架之间的力完全由栓钉连接件传递, 即混凝土翼板和桁架之间的界面不存在混凝土直接传给桁架的压力和摩擦力;

(2) 栓钉抗剪连接件等效地用连续的弹性介质代替, 该夹层即组合桁架梁交界面上的竖向掀

收稿日期:2013-10-30; 修订日期:2013-12-19

基金项目: 浙江省自然科学基金资助项目(Y11000387); 浙江省建设科研计划项目(2012095)

作者简介: 王俊立(1982-), 男, 河南周口人, 郑州大学博士研究生, 主要从事组合结构研究, E-mail: 1612964074@qq.com.

起力正比于钢桁架上翼缘顶面与该处混凝土板底的相对挠度差,即竖向掀起量;

(3) 组合桁架交界面上的水平剪力正比于钢桁架与混凝土翼板的相对水平位移差,即水平相对滑移量;

(4) 组合桁架的钢桁架和混凝土翼板均为弹性体,荷载作用下,两部分截面分别符合平截面假定,弯曲曲率不同且各自满足基本弯曲理论。

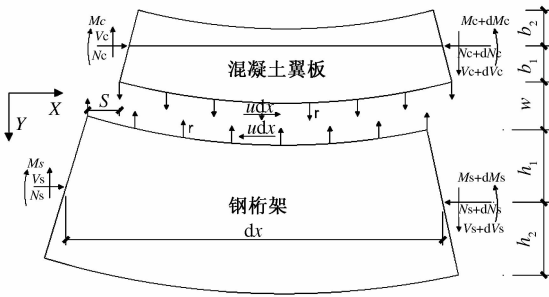


图1 组合桁架梁微段力学模型

Fig.1 Composite truss micro-segment mechanical model

1.2 微分方程推导

由基本计算假定(2),可得

$$R = pr = k_v(y_s - y_c) = k_v w. \quad (1)$$

对上式进行变换,并求其二阶导数,可得

$$\frac{d^2 r}{dx^2} = \frac{k_v}{p} \left(\frac{d^2 y_s}{dx^2} - \frac{d^2 y_c}{dx^2} \right). \quad (2)$$

由假定(4)可知,荷载作用下组合桁架的桁架和混凝土翼板各自满足基本弯曲理论,上式可变为

$$\frac{d^4 r}{dx^4} = \frac{k_v}{p} \left(\frac{M_c}{E_c I_c} \frac{d^2 M_c}{dx^2} - \frac{M_s}{E_s I_s} \frac{d^2 M_s}{dx^2} \right). \quad (3)$$

根据混凝土翼缘板和钢桁架弯矩和剪力之间的关系,上式可变为

$$\frac{d^4 r}{dx^4} = \frac{k_v}{p} \left(\frac{1}{E_c I_c} \left(-r - b_1 \frac{du}{dx} \right) - \frac{1}{E_s I_s} \left(r - h_1 \frac{du}{dx} \right) \right). \quad (4)$$

钢桁架水平方向上的力满足平衡条件:

$$N = -u dx + N + dN \quad (5)$$

对式(5)求导,并将其代入上式(4),得

$$\frac{d^4 r}{dx^4} = \frac{k_v}{p} \left(\frac{h_1}{E_s I_s} - \frac{b_1}{E_c I_c} \right) \frac{d^2 N}{dx^2} - \frac{k_v}{p} \left(\frac{1}{E_c I_c} + \frac{1}{E_s I_s} \right). \quad (6)$$

由前面的基本假定(3),可得

$$\frac{du}{dx} = \frac{kl}{p} \frac{dS}{dx}. \quad (7)$$

根据桁架和混凝土翼缘之间的变形协调条件,可得

$$\Delta \varepsilon = dS/dx = \varepsilon_s - \varepsilon_c. \quad (8)$$

对式(5)求导,联立式(6)和式(8),可得

$$\frac{d^2 N}{dx^2} = \frac{k_l}{p} (\varepsilon_s - \varepsilon_c). \quad (9)$$

根据翼板下纤维应变 ε_c 和桁架上弦杆上纤维 ε_s 与弯矩之间的关系,式(9)可变为

$$\frac{d^2 N}{dx^2} = \frac{k_l}{p} \left(\frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_s A_s} \right) N - \frac{k_l}{p} \left(\frac{M_s}{E_s I_s} h_1 + \frac{M_c}{E_c I_c} b_1 \right). \quad (10)$$

由组合桁架微段单元变形模型的整体内外弯矩平衡条件,可得

$$M_s + M_c = M - NH. \quad (11)$$

翼板曲率和桁架曲率之间存在下列关系:

$$\frac{M_c}{E_c I_c} - \frac{M_s}{E_s I_s} = \frac{p}{k_v} \frac{d^2 r}{dx^2}. \quad (12)$$

联立式(11)、(12)和(10),令

$$a = \frac{k_l}{p} \left(\frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_s A_s} + \frac{H^2}{E_c I_c + E_s I_s} \right); \quad (13)$$

$$f = \frac{k_l}{k_v} \left(\frac{E_s I_s b_1 - E_c I_c h_1}{E_c I_c + E_s I_s} \right); \quad (14)$$

$$g = \frac{k_l}{p} \left(\frac{H}{E_c I_c + E_s I_s} \right). \quad (15)$$

可得

$$\frac{d^2 N}{dx^2} = aN - f \frac{d^2 r}{dx^2} - gM. \quad (16)$$

联立公式(16)和公式(6),可得

$$\frac{d^6 r}{dx^6} - A \frac{d^4 r}{dx^4} + B \frac{d^2 r}{dx^2} - Cr = 0. \quad (17)$$

其中,

$$A = \frac{k_l}{p} \frac{(E_s I_s b_1 - E_c I_c h_1)^2}{(E_s I_s + E_c I_c) E_c I_c E_s I_s} + \frac{k_l}{p} \left(\frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_s A_s} + \frac{H^2}{E_c I_c + E_s I_s} \right); \quad (18)$$

$$B = \frac{k_v}{p} \left(\frac{1}{E_c I_c} + \frac{1}{E_s I_s} \right); \quad (19)$$

$$C = \frac{k_l k_v}{p^2} \left(\frac{1}{E_c I_c} + \frac{1}{E_s I_s} \right) \left(\frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_s A_s} + \frac{H^2}{E_c I_c + E_s I_s} \right). \quad (20)$$

2 掀起力求解

2.1 公式精确求解

由上述理论公式的推导过程可知,公式(17)是关于组合桁架掀起力的六阶常系数齐次微分方程,为得到六阶常系数齐次微分方程,首先必须求出该齐次微分方程对应的特征方程的根,齐次微分方程所对应的方程为

$$\lambda^6 - A\lambda^4 + B\lambda^2 - C = 0. \quad (21)$$

经计算分析,该六阶微分方程所对应的特征方程共有两个实根和两对共轭复数根,因此,共有 6 个未知参数. 由于组合桁架梁结构本身及所承受的荷载均具有对称性,只需确定 3 个未知参数. 简支组合桁架边界条件满足如下关系:

(1) 简支组合桁架梁的梁端支座处的混凝土翼板和钢桁架的轴向力均为零. 即

$$N|_{x=\frac{L}{2}} = 0. \quad (22)$$

(2) 组合桁架梁的混凝土翼板和桁架在梁端支座处的滑移应变为零,即

$$\left. \frac{d^2 N}{dx^2} \right|_{x=\frac{L}{2}} = 0. \quad (23)$$

(3) 由混凝土翼板竖向方向力平衡,可得

$$\int_0^{L/2} r(x) dx = -\frac{P}{2}. \quad (24)$$

通过上面 3 个公式(22)、(23) 和式(24),可以确定 3 个未知参数. 通过上述计算过程推导可知,组合桁架掀起力理论公式的未知参数完全可以通过解析方法获得,但由于公式复杂,且需要联立公式求得未知参数,计算工作量太大,笔者提出关于掀起力的近似解.

2.2 公式近似求解

公式(16) 中涉及 3 个参数,即 a 、 f 和 g ,根据实际桁架计算发现,存在如下关系:

$$f \rightarrow 0, \frac{f}{a} \rightarrow 0, \frac{f}{g} \rightarrow 0. \quad (25)$$

$\frac{d^2 N}{dx^2}$ 和 $\frac{d^2 r}{dx^2}$ 为同一量级,式(16) 近似为

$$\frac{d^2 N}{dx^2} = aN - gM. \quad (26)$$

式中, $N(x)$ 由的通解和特解组成,通解如下:

$$N_1(x) = C_1 e^{\sqrt{ax}} + C_2 e^{-\sqrt{ax}} \quad (27)$$

简支组合桁架特解如下:

$$N_2(x) = \frac{g}{a} M. \quad (28)$$

因此, $N(x)$ 的解可表达为

$$N(x) = C_1 e^{\sqrt{ax}} + C_2 e^{-\sqrt{ax}} + \frac{g}{a} M. \quad (29)$$

式中, C_1 和 C_2 为待定系数,可由约束条件确定. 利用对称性和边界约束条件,可得

$$N(x) = \frac{Pg \left(e^{\sqrt{ax} - \frac{L\sqrt{a}}{2}} - e^{\frac{L\sqrt{a}}{2} - \sqrt{ax}} \right)}{2a \sqrt{a} \left(e^{\frac{L\sqrt{a}}{2}} + e^{-\frac{L\sqrt{a}}{2}} \right)} + \frac{gP}{2a} \left(\frac{L}{2} - x \right). \quad (30)$$

求得混凝土翼板和钢桁架轴向力后,可通过公式(6) 求得掀起力 $r(x)$ 的解, $r(x)$ 的解由特解

和通解组成,其中,特解可表达如下,

$$r_1(x) = -\frac{n}{m+a^2} \frac{Pg \left(e^{\sqrt{ax} - \frac{L\sqrt{a}}{2}} - e^{\frac{L\sqrt{a}}{2} - \sqrt{ax}} \right)}{2\sqrt{a} \left(e^{\frac{L\sqrt{a}}{2}} + e^{-\frac{L\sqrt{a}}{2}} \right)}. \quad (31)$$

经计算特解可忽略不计,掀起力由通解组成,

$$r(x) = (C_1 \sin \beta x + C_2 \cos \beta x) e^{\alpha x} + (C_3 \sin \beta x + C_4 \cos \beta x) e^{-\alpha x}. \quad (32)$$

式中,

$$\alpha = \beta = \frac{\sqrt[4]{m}}{\sqrt{2}}. \quad (33)$$

由对称性及边界条件,可得

$$C_1 = -C_3 = -\frac{P\alpha \sin\left(\frac{L\alpha}{2}\right) \left(e^{\frac{L\alpha}{2}} - e^{-\frac{L\alpha}{2}} \right)}{2\sin(L\alpha) + e^{L\alpha} - e^{-L\alpha}}; \quad (34)$$

$$C_2 = C_4 = -\frac{P\alpha \cos\left(\frac{L\alpha}{2}\right) \left(e^{\frac{L\alpha}{2}} + e^{-\frac{L\alpha}{2}} \right)}{2\sin(L\alpha) + e^{L\alpha} - e^{-L\alpha}}. \quad (35)$$

3 数值算例

取一简支组合桁架作为算例,跨中受 10 kN 的集中荷载,组合桁架跨度为 4000 mm,钢桁架高度 500 mm,上弦杆横向跨度为 500 mm,纵向跨度为 400 mm,即由 10 个四角锥网格组成,上弦杆截面为 $\phi 42 \times 3$,下弦杆截面为 $\phi 70 \times 5$,腹杆截面为 $\phi 32 \times 4$,材质均为 Q345B;混凝土翼板厚度为 80 mm,混凝土强度等级为 C30;抗剪连接件选取直径为 10 mm 性能等级为 4.6 级的圆头栓钉,栓钉间距为 200 mm,共布置 42 个栓钉. 根据计算, $m = 305.27$, $n = 10.37$, $a = 2.5$, $f = 0.005$, $g = 6.6$. 轴向力 N 和掀起力 r 与坐标 x 位置之间的关系如图 2 和图 3 所示.

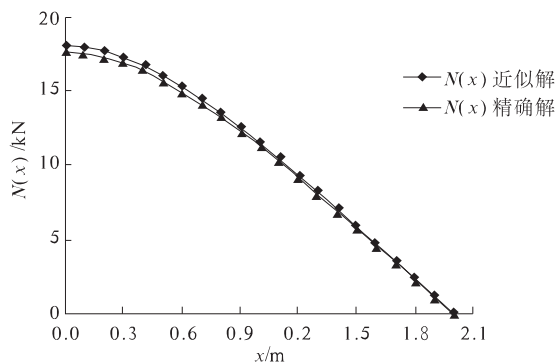


图 2 轴向力与坐标 x 关系图

Fig. 2 Diagram between axial force N and coordinate x

由图 2 和图 3 可知,精确数值解和近似解析解之间的误差较小,用近似解代替精确解可满足实际工程需要. 观察图 3 可知,跨中附近掀起力非常

小,支座附近掀起力由正值变为负值,说明支座附近的栓钉受压. 图 3 数据表明,栓钉掀起力较大,不可忽略,应该在设计中加以考虑.

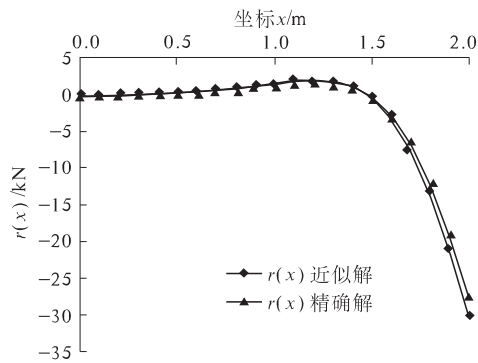


图 3 掀起力 r 与坐标 x 关系图

Fig. 3 Diagram between uplift r and coordinate x

4 结束语

以简支组合桁架承受跨中集中荷载为背景,建立了同时考虑界面滑移和竖向掀起效应影响的组合桁架界面单位长度掀起力 r 沿轴向长度的微分方程,给出了该方程的精确解详细求解过程,并给出了近似解求解公式. 数值算例结果表明,组合桁架梁栓钉掀起力较大,不可忽略,应该在设计中加以考虑.

参考文献:

[1] WANG P C, KALEY D J. Composite action of concrete slab and open web joist (without the use of shear connectors)[J]. AISC Engineering Journal, 1967(1):10-16.

[2] TIDE, GALAMBOS. Composite open-web joists[J]. Journal of the Structure, 1970, (7):22-26.

[3] AZMI M H. Composite open-web trusses with metal cellular floor[D]. Ontario:McMaster University, 1972.

[4] 周惟德,王晓毅. T 型连接件的格构式推出试验研究—关于钢-砼组合桁架系列研究之一[J]. 合肥工业大学学报:自然科学版, 1993, 16(3):79-85.

[5] 周惟德,王晓毅. 栓钉连接件的格构式推出试验研究—关于钢-砼组合桁架系列研究之二[J]. 合肥工业大学学报:自然科学版, 1993, 16(4):81-86.

[6] 周惟德,白凤,郑德尧,等. 反放弯筋连接件的格构式推出试验研究—关于钢-砼组合桁架系列研究之三[J]. 合肥工业大学学报:自然科学版, 1994, 17(1):81-86.

[7] 马泽峰,陆洲导. 无锡大剧院钢桁架组合梁屋面设计[J]. 结构工程师, 2011, 27(3):13-18.

[8] 王连广,李立新. 组合梁滑移及掀起的空间计算分析[J]. 东北大学学报, 2000, 21(4):439-442.

[9] 彭桂平,马军,赵才其. 大跨度钢桁架-混凝土组合楼盖整体模型试验研究[J]. 建筑结构, 2012, 42(7):60-63.

[10] 金建新. 钢-砼组合桁架部分交互作用理论分析[J]. 南昌大学学报, 1999, 21(2):31-34.

[11] 周惟德,金建新. 组合桁架中同时考虑滑移和掀起影响的理论分析——关于钢-砼组合桁架系列研究之七[J]. 合肥工业大学学报:自然科学版, 1995, 18(4):127-133.

[12] 周惟德,陈辉求. 钢-混凝土组合桁架有限元计算模型[J]. 工业建筑, 1996, 26(7):14-19.

Theoretical Analysis on the Uplifting Force of Composite Truss under Concentrated Load Considering Interfacial Slip and Uplift

WANG Jun-li, LI Tian

(School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: Considering the interfacial slip and uplift between concrete flange and steel truss, a sixth linear homogeneous differential equation is derived to calculate the uplifting force of the simply supported composite beam under concentrated load. The boundary constraint equations of axial force and uplifting force are established, and both methods obtaining exact and approximate solutions of the equations are proposed. Finally, a numerical calculation of a simply supported composite beam is carried out to obtain the approximate solution of the axial and uplifting forces using the proposed method.

Key words: composite truss; interface slip; uplift