

文章编号:1671-6833(2013)02-0121-04

机器人运动学操作性能研究

葛洪央¹, 葛新锋², 赵大旭³

(1. 许昌职业技术学院 信息工程系, 河南 许昌 461000; 2. 许昌学院 电气信息工程学院, 河南 许昌 461000;

3. 浙江农林大学 工程学院, 浙江 杭州 311300)

摘 要:通过对串联冗余度自动铺丝机器人的操作空间进行研究, 得出了机器人操作空间的体积越大, 机器人操作性能越好的结论, 提出了基于体积元的冗余度机器人运动学操作性能指标. n 自由度的串联机器人的操作空间是 n 维 Riemannian 流形, 采用活动标架和外积定义对 n 维 Riemannian 流形的体积进行计算, 得出了机器人操作空间的体积, 和已知文献中求得的操作空间的体积进行比较, 可知采用体积元作为衡量机器人运动学操作性能指标是可行的.

关键词:操作性能; Riemannian 流形; 体积元; 外微分

中图分类号: TP241.2 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-6833.2013.02.030

0 引言

机器人的操作性能度量是对机器人向各个方向运动能力的综合度量, 是用来衡量冗余机器人总体灵活性的主要性能指标之一, 所以在对冗余机器人的运动学研究中, 操作性能度量指标的研究一直是众多研究者研究的主要内容之一. Yoshikawa^[1]提出了用可操作度 w 作为冗余机器人总体灵活性的度量指标, 定义 $w = [\det(JJ^T)]^{1/2}$, 并得出 w 越大冗余机器人的总体灵活性越好的结论; Salisbury 提出了条件数^[2]、Angle 提出了最小条件数^[3]、Klein 提出了最小奇异值^[4]等可操作性度量的性能指标, 并将其运用到冗余机器人设计与控制中.

但以上几个可操作性度量指标都是基于 Jacobian 矩阵的性质, 其中部分度量依赖于 $R^6 \cong se(3)$ 上的欧氏度量, 但欧氏度量随坐标系的改变而变化, 即对于不同的末端坐标系, 其对应的 Jacobian 矩阵的最小奇异值点不同, 这说明基于 Jacobian 矩阵的最小奇异值得出的可操作性的度量指标是病态的. 对于条件数和最小条件数, 也有类似结论^[5]. 基于这种情况要寻找一种可操作性度量指标, 使其对于坐标系的变化没有影响, 作者提出了一种可操作性度量指标——体积元. 它是坐

标变化的不变量, 根据微分几何中体积元的几何意义, 该体积元素反映了机器人末端的操作能力.

1 机器人的运动学可操作性度量指标—体积元

体积元实质上是机器人工作空间的几何描述, 反映了机器人末端执行器的运动密度. 对其进行积分, 得到机器人的定量工作空间, 它反映了机器人端执行器的运动能力^[6]. 设自由度为 n 的串联冗余度机器人的第 i 个关节空间为 C_i , 则该机器人的构形空间 C 可表示为 n 个独立的 C_i 积空间, 即

$$C = C_1 \times C_2 \times \cdots \times C_n$$

机器人关节的作用相当于数学函数的作用, 它把关节的运动映射到末端执行器上^[7]. 可以证明, 机器人的关节构形空间构成了一个 n 维 Riemannian 流形^[8].

设 (M, g) 为 n 维 Riemann 流形, $(U; u^i)$ 为 M 的局部坐标系, 则 $*$ (Hodge 星算子)^[9] 有下列对应

$$\begin{aligned} & * (du^{i_1} \wedge \cdots \wedge du^{i_r}) \\ &= \frac{\sqrt{G}}{(n-r)!_{k_1, \dots, k_n}} g^{i_1 k_1} \cdots g^{i_r k_r} \delta_{k_1, \dots, k_n}^{1, \dots, n} du^{k_{r+1}} \wedge \cdots \wedge du^{k_n}, \end{aligned} \quad (1)$$

收稿日期: 2012-10-27; 修订日期: 2012-12-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51275479)

作者简介: 葛洪央(1967-), 男, 河南许昌人, 许昌职业技术学院副教授, 主要从事计算机技术, 机器人性能的研究,

E-mail: geyang88@126.com.

g^{ij} 是 g_{ij} 的逆矩阵, 且 $g_{ij} = g\left(\frac{\partial}{\partial u^i}, \frac{\partial}{\partial u^j}\right)$, $G = \det(g_{ij})$. 则 (M, g) 的体积元素在局部坐标系 $(U; u^i)$ 下的表达式为

$$d\sigma = G^{1/2} du^1 \wedge \cdots \wedge du^n. \quad (2)$$

2 算例

2.1 自动铺丝机器人的结构及参数

笔者以南京航空航天大学开发的自动铺丝机器人为例, 其结构如图 1 所示. 从结构上看, 是一 6 自由度的铺丝机械手加上 1 个自由度的旋转芯模. 在应用体积元素计算机器人工作空间时可进行如下等效变换: 芯模看成固定不动的, 并将固定在芯模上的坐标系与基坐标系重合, 把铺丝机器人的基座与芯模主轴以一个虚拟的旋转关节连在一起, 将芯模主轴的旋转运动等效于机器人绕芯模主轴的旋转运动. 这样 6 自由度的铺丝机械手加上 1 个自由度的旋转芯模就变成了一个 7 自由度的冗余机器人. 其肩部有一个转动关节、肘部有 3 个移动关节、腕部有 3 个转动关节. 腕部的 3 个转动关节轴线交与一点, 其等效后的自动铺丝机器人的拓扑结构如图 2 所示. 按照 $D-H$ 标准建立坐标系, 其参数如表 1 所示.

2.2 自动铺丝机器人的体积元素

虽然该铺丝机器人根据等效运动的原理可以看成是 7 自由度的冗余度机器人, 但是等效运动以后, 虚拟的转动关节的转动范围没有限制, 而没有限制的虚拟转动关节不影响机器人的工作空间,

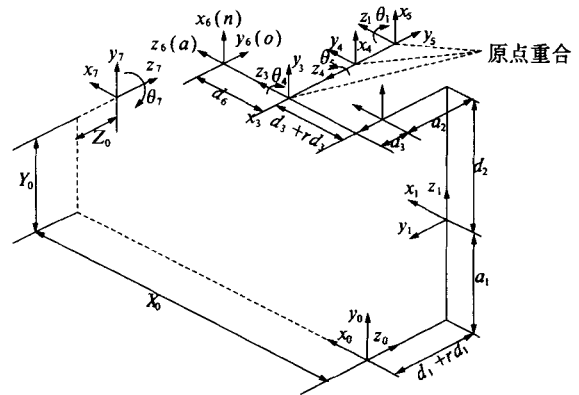


图 1 自动铺丝机器人结构简图

Fig. 1 The automated fiber placement robotic manipulator's structure

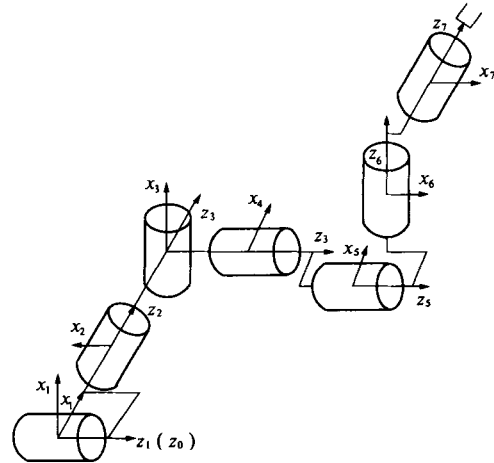


图 2 等效运动后的自动铺丝机器人拓扑结构图

Fig. 2 The automated fiber placement robotic manipulator's topology

表 1 自动铺丝机器人的连杆参数

Tab. 1 The automated fiber placement robotic manipulator's link parameters

关节 i	1	2	3	4	5	6	7
连杆 a_{i-1}/mm	a_0	0	0	a_3	0	0	0
扭角 $\alpha_{i-1}/(^{\circ})$	0	0	90	90	0	90	-90
偏置 d_i/mm	0	d_2	d_3	d_4	c	0	0
转角 $\theta_i/(^{\circ})$	θ_1	0	-90	0	θ_5	θ_6	θ_7
变化范围	-180	-150	-110	-100	-90	-120	-270
	-180	-150	-110	-100	-90	-120	-270

所以在运用外微分计算自动铺丝机器人的工作空间时, 本质上还当成 6 自由度的机器人来计算.

为了研究机器人的运动学操作性能, 在机器人的末端执行器上建立活动标架. 随着机器人的运动, 该活动标架的运动集合就是机器人的工作空间. 此工作空间即微分几何学中的微分流形, 活动标架的相对分量构成了微分流形的切空间. 在切空间内定义机器人的体积元素, 它是坐标变换下的不变量. 在机器人连杆末端的下一个关节上建立活动标架 $\{r; e_1, e_2, e_3\}$, 以 l_i 表示第 i 个连杆的杆长, a_i 表示偏距, $\alpha_{i,i+1}$ 表示关节 i 和关节 $i+1$

的扭角, 其活动标架的递推公式如下

$$\begin{cases} r_i = r_{i-1} + [l_i \cos \theta_i + a_{i+1} \sin \alpha_{i,i+1} \sin \theta_i] e_1^{(i-1)} + \\ [l_i \cos \theta_i - a_{i+1} \sin \alpha_{i,i+1} \cos \theta_i] e_2^{(i-1)} + a_{i+1} \cos \alpha_{i,i+1} e_3^{(i-1)} \\ e_1^{(i)} = \cos \theta_i e_1^{(i-1)} + \sin \theta_i e_2^{(i-1)} \\ e_2^{(i)} = -\cos \alpha_{i,i+1} \sin \theta_i e_1^{(i-1)} + \cos \alpha_{i,i+1} \cos \theta_i e_2^{(i-1)} + \\ \sin \alpha_{i,i+1} e_3^{(i-1)} \\ e_3^{(i)} = \sin \alpha_{i,i+1} \sin \theta_i e_1^{(i-1)} - \sin \alpha_{i,i+1} \cos \theta_i e_2^{(i-1)} + \\ \cos \alpha_{i,i+1} e_3^{(i-1)}. \end{cases}$$

(3)

表示成矩阵形式为:

对于转动关节

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\cos\alpha_{i,i+1}\sin\theta_i & \sin\alpha_{i,i+1}\sin\theta_i & l_i\cos\theta_i + a_{i+1}\sin\alpha_{i,i+1}\sin\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\alpha_{i,i+1}\cos\theta_i & -\sin\alpha_{i,i+1}\cos\theta_i & l_i\sin\theta_i - a_{i+1}\sin\alpha_{i,i+1}\cos\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_{i,i+1} & \cos\alpha_{i,i+1} & a_{i+1}\cos\alpha_{i,i+1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4)$$

对于移动关节

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_i \\ 0 & \cos\alpha_{i,i+1} & -\sin\alpha_{i,i+1} & -a_{i+1}\sin\alpha_{i,i+1} \\ 0 & \sin\alpha_{i,i+1} & \cos\alpha_{i,i+1} & d_i + a_{i+1}\cos\alpha_{i,i+1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

则机器人末端执行器的位姿为

$$\{r; e_1, e_2, e_3\} = {}^0T_1(\theta_1) {}^1T_2(\theta_2) {}^2T_3(\theta_3) {}^3T_4(\theta_4) {}^4T_5(\theta_5) {}^5T_6(\theta_6) \quad (6)$$

把表1中自动铺丝机器人的连杆参数代入式(6),通过 Matlab^[10]编程求解,得

$$\begin{cases} e_1 = (-\sin\theta_5\cos\theta_6)i + (-\sin\theta_4\cos\theta_5\cos\theta_6 - \cos\theta_4\sin\theta_6)j + (\sin\theta_4\sin\theta_6 - \cos\theta_4\cos\theta_5\cos\theta_6)k \\ e_2 = (\sin\theta_5\sin\theta_6)i + (\sin\theta_4\cos\theta_5\sin\theta_6 - \cos\theta_4\cos\theta_6)j + (\cos\theta_4\cos\theta_5\sin\theta_6 + \sin\theta_4\cos\theta_6)k \\ e_3 = (-\cos\theta_5)i + (\sin\theta_4\sin\theta_5)j + (\cos\theta_4\sin\theta_5)k \\ r = (-c - d_3)i + (-d_2)j + (d_1 - a_2)k. \end{cases} \quad (7)$$

假设机器人末端执行器的广义速度为

$$V = [u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_{23} \quad u_{31} \quad u_{12}]^T. \quad (8)$$

根据活动标架的运动方程和圆矢量函数的性质^[11],

$$\begin{cases} u_i = dr \cdot e_i \\ u_{ij} = de_i \cdot e_j. \end{cases} \quad (9)$$

把表1中自动铺丝机器人的参数代入式(3)和(9),得

$$\begin{cases} u_1 = \sin\theta_5\cos\theta_6 dd_3 + (\sin\theta_4\cos\theta_5\cos\theta_6 + \cos\theta_4\sin\theta_6) dd_2 + (\sin\theta_4\sin\theta_6 - \cos\theta_4\cos\theta_5\cos\theta_6) dd_1 \\ u_2 = -\sin\theta_5\sin\theta_6 dd_3 - (\sin\theta_4\cos\theta_5\sin\theta_6 - \cos\theta_4\cos\theta_6) dd_2 + (\cos\theta_4\cos\theta_5\sin\theta_6 + \sin\theta_4\cos\theta_6) dd_1 \\ u_3 = \cos\theta_5 dd_3 - \sin\theta_4\sin\theta_5 dd_2 + \cos\theta_4\sin\theta_5 dd_1 \\ u_{23} = \sin\theta_5\cos\theta_6 d\theta_4 - \sin\theta_6 d\theta_5 \\ u_{31} = \sin\theta_5\sin\theta_6 d\theta_4 - \cos\theta_6 d\theta_5 \\ u_{12} = \cos\theta_5 d\theta_4 + 7\theta_6. \end{cases} \quad (10)$$

$u_1, u_2, u_3, u_{23}, u_{31}, u_{12}$ 为机器人末端执行器上活

动标架的相对分量,这些分量的外积构成了机器人的体积元素 dV ,即

$$dV = u_1 \wedge u_2 \wedge u_3 \wedge u_{23} \wedge u_{31} \wedge u_{12}.$$

机器人的平移体积

$$dT = u_1 \wedge u_2 \wedge u_3.$$

机器人的旋转体积

$$dR = u_1 \wedge u_2 \wedge u_3.$$

则机器人的总体积元素为

$$V = \int |dT \wedge dR| = 8\pi^2 |(-c - d_3)(-d_2)(d_1 - a_2)|.$$

与采用文献[12]中的方法得到的结果相同.但在文献[12]中,用欧拉角表示机器人的空间运动,用内积行列式的方法,经过复杂的运算得到此结果.笔者运用基于活动标架的体积元素得到相同的计算结果,但计算过程明显简单.

3 结论

应用活动标架与外积结合提出了衡量机器人末端执行器运动学可操作性度量的性能指标——体积元素,给出了体积元素的几何意义.以南京航空航天大学研制的自动铺丝机器人为例,给出了计算体积元素的详细过程,和已知文献中求得的结果对比可知,采用体积及元素的方法作为衡量机器人运动学可操作性度量的性能指标是可行的.并且采用外积的形式,几何意义明确,计算过程简单,计算量小.

参考文献:

- [1] TSUNEO YOSHIKAWA. Analysis and control of robot manipulators with redundancy [C]. In Proc 1st Int Symp of Robotics Research. Cambridge, MA: MIT press, 1984: 735 - 748.
- [2] SALISBYRY J K, CRAIG J. Articulated hands: kinematics and force control issues[J]. Inter J of Robotics Research, 1982, 1(1): 4 - 17.
- [3] ANGELES J, ROJAS A A. Manipulator inverse kinematics via condition number minimization and constitution [J]. Inter J Robotics and Automation, 1987, 2(2): 61 - 69.
- [4] KLEIN C A, BLAHO B E. Dexterity measures for the design and control of kinematically redundant manipulators[J]. Inter J of Robotics Research, 1987, 6(2): 72 - 83.
- [5] RICHAD M, 李泽湘, SHANKAR S. 机器人操作的数学导论[M]. 北京:机械工业出版社,1998.
- [6] 张连东. 基于微分几何学的机器人操作性能研究[D]. 大连:大连理工大学机械工程学院,2004.

- [7] 赵建文,杜志江,孙立宁. 7 自由度冗余手臂的自运动流形[J]. 机械工程学报, 2007, 43(9): 132 - 137.
- [8] 陈维桓. 微分流形初步[M]. 北京:高等教育出版社, 2001.
- [9] 陈维桓. 微分几何[M]. 北京:北京大学出版社, 2006.
- [10] 王家文,王皓,刘海. MATLAB 7.0 编程基础[M]. 北京:机械工业出版社, 2005.
- [11] 周凯红,周晓艳. 点啮合齿面 CNC 制造技术的曲面包络逼近法[J]. 中国机械工程, 2010, 21(20): 2438 - 2444.
- [12] UDAI BASAVARAJ, DUFFY J. End-effector motion capabilities of serial manipulators [J]. Int. J. Robotics Research, 1993, 12(2): 132 - 145.

Study of Robotic Manipulators' Kinematics Manipulability

GE Hong-yang¹, GE Xin-feng², ZHAO Da-xu³

(1. College of Electrical & Information Engineering Xuchang University, Xuchang 461000, China; 2. Information Engineering Department, Xuchang Vocational and Technology College, Xuchang 461000, China; 3. School of Engineering Zhejiang A & F University, Hangzhou 311300, China)

Abstract: the conclusion that the greater of the robotic manipulator's operation space volume, the better of the robotic manipulator's manipulability is drawn by studying the series redundant automatic fiber placement robotic manipulator's operation space, and the redundant robotic manipulator's kinematics performance index that based on volume element is proposed. n -DOF serial robotic manipulator's operation space is n -dimensional Riemannian manifold, the n -dimensional Riemannian manifold volume is calculated using the moving coordinate system and the exterior product definition, and the robotic manipulator's operation space volume is obtained, and compared the obtained results with the operation space volume in the literature, it shows that the volume element as a kinematics performance index is feasible.

Key words: manipulability; Riemannian manifold; volume element; exterior differential

(上接第 111 页)

Study on the Dynamic Characteristics of Exhaust Valve Forced Opening Mechanism

ZHANG Zhi-feng, ZHOU Li, YANG Jian-hui

(1. Chang'an University Key Laboratory for Highway Construction Technology and Equipment of Ministry of Education, Chang'an University, Xi'an 710064, China; 2. Zoomlion Heavy Industry Science and Technology Co., Ltd., Changsha 410000, China)

Abstract: The dynamic characteristics of exhaust valve forced opening mechanism affect the engine light load fuel-efficient valve timing mechanism's working performance and reliability directly. The paper builds the valve timing mechanism multi-body kinetics model in Adams, and analyzes the dynamic characteristics of exhaust valve forced opening mechanism through simulation. The analysis results of simulation show that the forced opening force of exhaust valve is about 518.7 N, which is approximate to the test value 556 N, and the piston rod can enter into the groove smoothly nearby the maximum opening stroke of exhaust valve and open the exhaust valve forcedly.

Key words: automotive engineering; exhaust valve; opening mechanism; valve timing mechanism