

文章编号:1671-6833(2013)01-0066-04

基于加四项 Nuttall 窗递推 DFT 插值算法的高精度测频方法研究

许 珉¹, 刘晓辉¹, 王 玺², 许 辉³, 王 奕³, 曹苑芊⁴

(1. 郑州大学 电气工程学院, 河南 郑州 450001; 2. 商丘供电公司, 河南 商丘 476000; 3. 中电投河南开封发电分公司, 河南 开封 475000; 4. 东华大学 信息科学与技术学院, 上海 201620)

摘 要: 为了提高电力系统频率计算的精度, 提出了一种基于加四项 Nuttall 窗递推 DFT 插值算法的高精度测频方法. 由于四项余弦窗的能量更集中在主瓣, 旁瓣非常小, 因此加四项余弦窗 FFT 插值算法能极大地减小频谱泄漏的影响, 谱间干扰很小, 能较好地减小频谱泄漏和谐波等给频率测量带来的干扰, 且该方法采用的频率偏移量计算公式简单. 为了减小加四项余弦窗 FFT 的计算量, 采用加四项余弦窗递推 DFT 的方法对传统方法进行了改进, 有效减小了算法的计算量, 提高了频率的计算精度. 仿真计算结果验证了所提算法的计算精度.

关键词: 递推 DFT 算法; Nuttall 窗; 频谱泄漏; 频率; 插值 FFT 算法

中图分类号: TM711

文献标志码: A

doi:10.3969/j.issn.1671-6833.2013.01.016

0 引言

频率是电力系统的重要参数, 它的精确测量是电力系统运行控制、调节和测量的基础^[1-4]. 电力系统运行时, 频率是衡量电能质量的一个重要指标, 电力系统出现故障时, 频率是判断电力系统故障的重要依据之一. 目前, 频率测量方法主要分为两大类: 一种就是硬件测频, 另一种是软件测频^[5-6]. 硬件测频最常用的方法就是硬件锁相环(PLL)电路法或利用定时器测频. 软件方法往往是采用数学计算的方法, 使用灵活, 计算精度高, 不需要增加硬件电路, 因此应用广泛. 文献[1-3]提出了不同的改进傅里叶高精度测频算法, 文献[1]仿真计算最大误差为 0.005 5 Hz, 文献[2]仿真计算最大误差为 0.007 1 Hz, 文献[3]的实测最大误差为 0.01 Hz; 忻黎文等^[4]提出基于递推离散傅里叶变换的相位差方法计算频率, 许珉等^[5]提出基于递推离散傅里叶变换的加窗相位差方法计算频率. 这两种方法都需要动态调整测量控制装置的采样频率, 频率跟踪速度较慢, 前者需要 10 个工频周期, 后者需要 6 个工频周期.

加窗 FFT 插值算法可以用来测量频率, 常见

的四项余弦窗有四项最小旁瓣 Nuttall 窗(纳托尔窗)、四项 1 阶 Nuttall 窗、四项 3 阶 Nuttall 窗、四项五阶 Nuttall 窗等四种 Nuttall 窗^[6-9]; 还有 Rife-Vincent(I)窗(莱夫-文森特窗)、Rife-Vincent(III)窗^[10-11]和 Blackman-harris 窗^[12-13]. 由于四项余弦窗的能量更集中在主瓣, 旁瓣能量非常小, 因此加四项余弦窗 FFT 插值算法能极大地减小频谱泄漏的影响, 谱间干扰很小, 与加两项余弦窗^[14]相比, 可以较好地消除谐波给测量带来的不利影响, 使得谐波和频率测量精度非常高. 但是, 除了加 Rife-Vincent(I)窗或四项五阶 Nuttall 窗 FFT 插值算法的频率偏移量计算公式最简单, 计算量教小外, 多数加四项余弦窗 FFT 插值算法的频率偏移量计算量较大(包括双谱线插值算法^[8]), 公式不能用显式表达, 只能用多项式^[8]和三次样条函数^[15]等近似逼近. 为了减小加四项余弦窗 FFT 插值算法的计算量, 可以采用递推 DFT 算法. 笔者介绍了基于加四项 Nuttall 窗递推 DFT 插值算法的电力系统工频测量方法. 该方法可以有效地减小运算量, 且频率偏移量计算公式非常简单, 与其它加四项余弦窗相比不需要解高次方程或用函数逼近. 另外, 该方法不需要调整采样频

收稿日期:2012-10-10; 修订日期:2012-12-26

基金项目:河南省科技攻关计划资助项目(072102260006)

作者简介:许珉(1956-), 男, 河南开封人, 郑州大学教授, 主要从事数字信号处理研究, E-mail: xumin@zzu.edu.cn.

率及相应硬件,以固定不变的采样频率进行频率测量,每次频率测量只需要计算一次,频率动态跟踪速度快,适用面广。

1 加余弦窗递推 DFT 算法

1.1 递推 DFT 算法

与 FFT 算法相比,递推 DFT 算法^[5] 计算量小,计算速度更快,适用于在线计算。以采样频率 f_s 对模拟信号 $x(t)$ 进行采样得到离散序列 $x(n)$,根据 N 点离散傅里叶变换定义得 t_{r-1} 时刻的 DFT 为

$$\begin{cases} X^{r-1}(k) = \sum_{n=r-N}^{r-1} x(n) W_N^{k(n-r+N)}; \\ W_N = \exp(j\frac{2\pi}{N}) \quad (k = 0 \sim N-1). \end{cases} \quad (1)$$

t_r 时刻的 DFT 与 t_{r-1} 时刻的 DFT 之间的关系为

$$\begin{aligned} X^r(k) &= \sum_{n=r-N+1}^r x(n) W_N^{k(n-r+N-1)} \\ &= W_N^{-k} \sum_{n=r-N+1}^r x(n) W_N^{k(n-r+N)} \\ &= [X^{r-1}(k) + x(r) - x(r-N)] W_N^{-k}. \end{aligned} \quad (2)$$

式中: k 为第 k 条谱线, $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ 。可以看出递推 DFT 算法的运算量大大减少了。但上式实际上是加矩形窗的递推算法,相当于将采样窗向后移动一个采样点。由于矩形窗窗谱的旁瓣峰值较大,最大旁瓣 13 dB,这种算法不能很好地抑制旁瓣引起的谱间干扰。

1.2 加四项窗递推 DFT 算法

利用递推 DFT 算法求出 $X(k)$,然后在频域加窗较为方便。余弦窗的一般表达式如下

$$w_i(n) = \sum_{i=0}^K (-1)^i a_i \cos\left(\frac{2\pi}{N} in\right). \quad (3)$$

式中: $n = 0, 1, \dots, N-1$ 。

设 $x(n)$ 为实序列,其中 $n = 0, 1, \dots, N-1$,加余弦窗 DFT 变换与加矩形窗 DFT 变换之间的关系^[16] 为

$$\begin{aligned} X_i(k) &= \text{DFT}[x(n)w_i[n]] \\ &= \text{DFT}\left\{x(n) \sum_{i=0}^K (-1)^i a_i \cos\left(\frac{2\pi}{N} in\right)\right\} \\ &= \text{DFT}\left\{x(n) \sum_{i=0}^K (-1)^i a_i (e^{j\frac{2\pi}{N} in} + e^{-j\frac{2\pi}{N} in})/2\right\} \\ &= \sum_{i=0}^K (-1)^i a_i \frac{X(k+i) + X(k-i)}{2}. \end{aligned} \quad (4)$$

2 频率测量方法

加四项余弦窗截断后信号的两个相邻的峰值点频谱为 $X_B(l)$ 和 $X_B(l+1)$,其中 l 为正整数,它们的表达式分别为

$$X_B(l) = A_m \frac{\sin(r\pi)}{\pi} \times \left(\frac{1}{r(r^2-1)(r^2-4)(r^2-9)} \right) \times \exp(jr\pi) \times (b_6 r^6 + b_4 r^4 + b_2 r^2 + b_0).$$

式中: $b_6 = -a_0 + a_1 - a_2 + a_3$; $b_4 = 14a_0 - 13a_1 + 10a_2 - 5a_3$; $b_2 = -49a_0 + 36a_1 - 9a_2 + 4a_3$; $b_0 = 36a_0$ 。

$$X_B(l+1) = A_m \frac{\sin(r\pi)}{\pi} \times \exp(jr\pi) \cdot \frac{1}{r(1-r^2)(4-r^2)(3-r)(4-r)} \cdot (c_6 r^6 + c_5 r^5 + c_4 r^4 + c_3 r^3 + c_2 r^2 + c_1 r + c_0).$$

设定幅值比为 α

$$\alpha = \frac{X_B(l+1)}{X_B(l)} = - (c_6 r^6 + c_5 r^5 + c_4 r^4 + c_3 r^3 + c_2 r^2 + c_1 r + c_0) \times (r+3) / [(b_6 r^6 + b_4 r^4 + b_2 r^2 + b_0) (r-4)] .$$

式中: $c_0 = -24a_1$; $c_1 = -48a_0 + 26a_1 + 16a_2 - 6a_3$; $c_2 = -20a_0 + 27a_1 - 36a_2 + 11a_3$; $c_3 = 36a_0 - 32a_1 + 20a_2$; $c_4 = a_0 - 2a_1 + 5a_2 - 10a_3$; $c_5 = -6a_0 + 6a_1 - 6a_2 + 6a_3$; $c_6 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3$ 。

Albert H^[6] 提出的 Nuttall 窗的系数 $a_0 = 10/32$; $a_1 = 15/32$; $a_2 = 6/32$; $a_3 = 1/32$ 。文献[10]中提出的 Rife-Vincent(I)窗的系数 $a_0 = 1$; $a_1 = 1.5$; $a_2 = 0.6$; $a_3 = 0.1$,如果将 Nuttall 窗的系数乘以 $32/10$,可以看出就是 Rife-Vincent(I)窗,因此两个窗函数的频谱特性完全相同,以下结论也适合 Rife-Vincent(I)窗。将 Nuttall 窗的系数代入式(1)可以计算出:

$$b_0 = 11.250\ 000\ 000\ 000\ 00; \quad b_2 = b_4 = b_6 = 0; \\ c_0 = -11.250\ 000\ 000\ 000\ 00; \quad c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = c_5 = c_6 = 0.$$

于是可以得到化简后的表达式:

$$\alpha = (r+3)/(r-4). \quad (5)$$

从而频率偏移量的计算公式为:

$$r = (4\alpha + 3)/(\alpha - 1). \quad (6)$$

基波频率的计算公式为:

$$f = (l+r) f_s / N. \quad (7)$$

式中: l 为正整数; f_s 为采样频率; N 为采用点数。

3 仿真计算结果及分析

设某电压的基波幅值为 380 V,相位为 5° ,并

含有幅值为 60 V, 相位为 15° 的 3 次谐波, 幅值为 15 V, 相位为 25° 的 5 次谐波, 即:

$$u(t) = 380\cos(2\pi \times ft + 5^\circ) + 60\cos(2\pi \times 3 \times ft + 15^\circ) + 15\cos(2\pi \times 5 \times ft + 25^\circ).$$
 (8)

以固定不变的采样频率 $f_s = 32 \times 50 = 1\,600$ Hz 对式(4)的电压信号进行采样, 每个工频周期采样 32 点, 截断四个周期, 采样点数总共为 128 点, 该方法理论上测频范围在 50 ± 12.5 Hz. 当电网频率为 45 Hz 到 55 Hz 时, 使用加四项 Nuttall 窗递推 DFT 算法对采样数据计算频率, 结果见表 1.

表 1 仿真计算结果
Tab.1 The simulation results Hz

预设 频率	加 Nuttall(I)窗 递推计算结果	预设 频率	加 Nuttall(I)窗 递推计算结果
45.0	44.999 4	50.1	50.100 0
46.0	45.999 8	50.2	50.200 0
47.0	47.000 1	51.0	50.999 9
48.0	48.000 3	52.0	51.999 9
49.0	49.000 2	53.0	53.000 0
49.8	49.800 0	54.0	54.000 3
49.9	49.900 0	55.0	55.000 5
50.0	50.000 0		

从表 1 中可以看出, 计算频率与预设频率的绝对误差在 0.000 5 Hz 以内, 在 49.8 ~ 50.2 Hz 范围内精度更高, 能够实现频率的高精度测量. 由于四项 Nuttall 窗的的旁瓣衰减速度远高于其他四项窗函数, 随着截断信号周期数的增加, 频率的计算精度还可以继续提高(旁瓣造成的谱间干扰越来越小). 要消除加四项余弦窗 FFT 插值算法造成的信号频谱主瓣泄漏的影响, 在进行 FFT 变换时至少需要四个工频周期的采样数据. 从第一个数据进入数据窗到最后一个数据进入数据窗的时间大约为四个工频周期, 这也是该方法所能达到的最快的频率跟踪速度. 尽管如此, 与其它方法相比本文的计算精度和频率跟踪速度的优势是明显的.

4 结论

笔者测频采用加四项 Nuttall 余弦窗递推 DFT 插值算法进行电力系统频率的测量计算, 可以减小频谱泄漏的影响, 谱间干扰很小, 频率测量精度高. 该方法的频率偏移量的计算非常简单, 不需要解高次方程或函数逼近, 频率偏移量的计算量是现有加四项余弦窗 FFT 插值算法中最小的. 加之采用递推 DFT 算法, 总的运算量有效减小.

该方法不需要调整采样频率及相应硬件, 以固定不变的采样频率进行频率测量, 每次频率测量只需要计算一次就可以得到精度很高的结果, 频率动态跟踪速度快, 适用面广. 因此, 该方法可以应用在对频率测量精度要求较高的场合.

参考文献:

[1] 磨少清, 李啸骢. 一种高精度的改进傅立叶测频方法[J]. 电力系统自动化, 2003, 27(12): 48-54.

[2] 李一泉, 何奔腾. 一种基于傅氏算法的高精度测频方法[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(2): 78-81.

[3] 杨永标, 周捷. 一种实用的高精度频率测量方法[J]. 继电器, 2007, 35: 272-275.

[4] 忻黎敏, 许维胜, 余有灵. 基于递推离散傅里叶变换和同步采样的谐波电流实时检测方法[J]. 电网技术. 2008, 32(6): 14-18.

[5] 许珉, 王玺, 程凤鸣. 基于加 Hanning 窗递推 DFT 算法的测频方法[J]. 电力自动化设备, 2010, 30(11): 73-74.

[6] NUTTALL A H. Some windows with very good side-lobe behavior[J]. IEEE Transactions on Acoustics Speech Signal Processing, 1981, 29(1): 84-91.

[7] 曾博, 滕召胜. 纳托尔窗改进 FFT 动态谐波参数估计方法[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(1): 65-71.

[8] 卿柏元, 滕召胜, 高云鹏, 等. 基于 Nuttall 窗双谱线插值 FFT 的电力谐波分析方法[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(25): 153-158.

[9] 钱昊, 赵荣祥. 基于插值 FFT 算法的间谐波分析[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(21): 87-91.

[10] ANDRIA G, SAVINO M, TROTTA A. Windows and interpolation algorithms to improve electrical measurement accuracy[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1989, 38(4): 856-863.

[11] 曾博, 滕召胜, 温和, 等. 莱夫-文森特窗插值 FFT 谐波分析方法[J]. 中国电机工程学报, 2009, 26(10): 115-120.

[12] 赵文春, 马伟明, 胡安. 电机测试中谐波分析的高精度 FFT 算法[J]. 中国电机工程学报, 2001, 21(12): 83-87.

[13] 许珉, 张鸿博. 基于 Blackman-harris 窗的加窗 FFT 插值修正算法[J]. 郑州大学学报: 工学版, 2005, 26(4): 99-101.

[14] 张伏生, 耿中行, 葛耀中. 电力系统谐波分析的高精度 FFT 算法[J]. 中国电机工程学报, 1999, 19(3): 63-66.

[15] 孙同明, 许珉, 杨育霞. 应用三次样条函数快速计算插值 FFT 算法[J]. 电力自动化设备, 2007, 27(6): 60-62.

[16] 赵正敏,吴乐南.余弦窗 DFT 递推算法[J]. 通信学

报 2001,22(11):124-127.

Study on High-precision Frequency Measurement Method Based on the 4-term Nuttall Windowed Recursive DFT Interpolation Algorithm

XU Min¹, LIU Xiao-hui¹, WANG Xi², XU Hui³, WANG Yi³, CAO Yuan-qian⁴

(1. College of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China; 2. Shangqiu Electric Power Bureau, Shangqiu 476000, China; 3. CPI Kaifeng Power Branch Company, Kaifeng 475000, China; 4. College of Information Science and Technology, Donghua University, Shanghai 201620, China)

Abstract: In order to improve the accuracy of calculation of the power system frequency, a high-precision frequency measurement method based on the 4-term Nuttall windowed recursive DFT interpolation algorithm has been put forward. Energy of four cosine window is more concentrated in the main lobe, very small in the side lobe, so the 4-term Nuttall windowed recursive FFT interpolation algorithm can greatly reduce the effects of spectral leakage, and spectral interference is very small, which can reduce the frequency measurement interference caused by spectrum leakage and harmonic, and the frequency offset formula of the method is simple. In order to reduce the amount of plus four cosine windowed FFT calculation, this paper introduces the plus four cosine window recursive DFT method which improves the traditional method, these improvements effectively reduce the 4-term Nuttall windowed recursive DFT interpolation algorithm and improves the calculation accuracy of the frequency. Simulation results verify the calculation accuracy of the proposed algorithm.

Key words: recursive DFT algorithm; Nuttall window; spectrum leakage; frequency; interpolation FFT algorithm

(上接第 65 页)

[8] CRABB T A, DAWSON P J, WILLIAMS R O. Micro-bio-logical transformations. Part3. The oxidation of androstene derivatives with the fungus *Cunninghamella Elegans*[J]. J. Chem. Soc. Perkin, 1980, 11: 2535-2541.

activity of acylated oridonin [J]. Chem. Pharm. Bull., 1981, 29(11): 3208-3213.

[10] VOGEL C L. Update on the current use of hormonal as therapy in advanced breast cancer[J]. Anticancer Drugs, 2003, 14 (4): 265-273.

[9] FUJITA E, NAGAO Y, KOHNO T, et al. Antitumor

Biotransformation of Dihydroepiandrosterone and the Synthesis and Cytotoxic Activities of the 16-Benzylidene Derivatives

SHAN Li-hong^{1,2}, QIAO Xing^{1,2}, LI Yang^{1,2}, ZHANG Lu-jia^{1,2}, JIAO Kai^{1,2}, LIU Hong-min^{1,2}

(1. School of Pharmaceutical Science, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 2. New Drug Research and Development Center, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: Dihydroepiandrosterone (DHEA) is one important bioactivity compound and one important intermediate of steroid drugs. It is for the first time to report the biotransformation of DHEA by *Mucor circinelloides* and two products was obtained. Furthermore, the 16-benzylidene derivatives were synthesized by Claisen-Schmidt reaction. The cytotoxic evaluation showed that these derivatives had better activity than the parent compound.

Key words: dihydroepiandrosterone; *Mucor circinelloides*; 7-hydroxylation; 16-benzylidene derivatives; cytotoxic activity