

文章编号:1671-6833(2012)03-0061-04

# 线性插值方法在PT励磁特性曲线求取中的应用

杜正旺

(胜利油田 电力管理总公司, 山东 东营 257000)

**摘要:**为求取较为精确PT励磁特性曲线,引入了线性插值方法.首先对测量的伏安特性数据的线性区数据进行线性插值,线性区数据和整体数据增多,相应地增加了线性区数据的权重;然后对于PT励磁特性曲线模型,在深度饱和区之前对PT励磁特性曲线取7次多项式,在深度饱和区采用线性模型;最后,综合运用上述插值后数据、最小二乘法对PT励磁特性曲线模型进行拟合.线性插值的方法一方面解决了线性区数据样本点不足的问题;另一方面计算实例表明线性插值方法提高了励磁特性曲线在线性区和深度饱和区之前的饱和区的拟合精度,同时对于深度饱和区采用线性模型的方法,使得深度饱和区拟合精度没有降低.这样从整体上提高了PT励磁特性曲线模型的拟合精度.

**关键词:**铁磁谐振;励磁特性曲线;线性插值法;最小二乘拟合;牛顿迭代法

**中图分类号:** TM864

**文献标志码:** A

**doi:**10.3969/j.issn.1671-6833.2012.03.015

## 0 引言

对非线性铁磁谐振现象无论是理论分析还是仿真研究,都需要较为精确的PT(电压互感器)励磁特性曲线,铁芯材料的非线性特性是影响其运行性能的关键因素<sup>[1]</sup>.常规PT励磁特性曲线是经过试验后得到有效值的伏安特性曲线,而分析铁磁谐振现象则需要电压互感器的瞬时值的励磁特性曲线(以下简称励磁特性曲线).目前,励磁特性曲线的求取方法基本分为两大类:一类是采用实测的方法可以直接求取结果,但对设备要求较高,而且测量方法复杂,一般很少采用;另一类是用间接拟合的方法,将电压互感器的瞬时值励磁特性曲线假设为某种模型,然后将之转化为电压电流有效值的关系,利用测量得到的伏安特性值进行参数的拟合<sup>[2-4]</sup>.

PT励磁特性曲线模型通常假设为四种类型:一是分段线性化的模型;二是有理多项式的模型;三是双曲函数的模型;四是综合分段模型.分段线性化模型<sup>[5-6]</sup>拟合得到的特性曲线不够平滑,当分段较多时,不利于计算和分析.有理多项式模型<sup>[7]</sup>的缺陷是当样本点不足时曲线的拟合精度不高,特别是深度饱和区误差较大,而且当模型的阶数较大时,曲线有可能不单调.双曲函数模

型<sup>[8]</sup>在拟合过程中不容易收敛,而且线性部分的特性也不理想.若采用三段拟合的方法,即第一段(线性区段)为有理多项式,第二段为双曲函数,第三段为直线.该方法在一定程度上提高了PT励磁特性曲线的拟合精度,当样本点不足时,其线性部分的拟合效果可能出现不理想的情况,而且将励磁特性分为复杂的三段函数,使得非线性铁磁谐振的定量分析相对比较复杂.

笔者求取PT励磁特性曲线时,在深度饱和区之前采用有理多项式模型,在深度饱和区采用线性模型.为了解决多项式拟合模型在拟合过程中数据不足和深度饱和区之前不精确问题,笔者首先对测量的伏安特性数据在线性部分进行插值,然后再结合最小二乘法和牛顿迭代法对PT励磁特性曲线模型进行拟合.

## 1 基本原理

### 1.1 励磁特性曲线拟合的基本思想

PT的电流*i*和 $\varphi$ 磁链之间是非线性关系,根据电流和磁链的函数关系是奇函数的特点,采用下述多项式拟合其励磁特性曲线<sup>[5]</sup>,即曲线模型为

$$i(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_{2n+1} \varphi(t)^{2n+1}. \quad (1)$$

利用磁链与电压之间的关系和电压电流有效

收稿日期:2011-12-20;修订日期:2012-03-20

作者简介:杜正旺(1965-),男,胜利油田电力管理总公司高级工程师,硕士,主要从事电力设备运行及高电压与绝缘技术研究,E-mail:duzhengwang\_slyt@sinopec.com.

值和瞬时值之间的关系,再根据文献[8]的推导可以得到有效值电流和有效值电压的关系:

$$I^2 = f[a_1, a_2, \dots, a_{2N+1}, U]. \quad (2)$$

根据所测伏安特性数据  $U_k$  和  $I_k, k = 1, \dots, M, M$  为测量的伏安特性数据点数. 利用最小二乘法对参数  $(a_1, \dots, a_{2N+1})$  进行估计, 构造目标函数(即总体方差):

$$J = \sum_{k=1}^M [I_k^2 - f(a_0, \dots, a_n, U_k)]^2 \quad (3)$$

$$= [Y - F(A, U)]^T [Y - F(A, U)],$$

式中:  $Y = [I_1^2, \dots, I_M^2]^T, U = [U_1, \dots, U_M]^T, A = [a_0, \dots, a_n], I_k, U_k$  为所测的第  $k$  组伏安特性数据 ( $k = 1, 2, \dots, M$ ). 为使  $J$  最小, 将参数拟合问题转化为方差最小的优化问题, 该最优化问题的解就是下面的代数方程的解:

$$\frac{\partial J}{\partial A} = \left( \frac{\partial F}{\partial A} \right)^T [Y - F(A, U)] = 0. \quad (4)$$

### 1.2 牛顿迭代法求解非线性代数方程

由前面推导知: 方程(4)是一个非线性方程, 采用牛顿迭代法进行求解. 假设第  $k$  次求解的参数为  $A_k$ , 与真实值之间的差(即修正值)为  $\Delta A_k$ , 将  $F(A_k, U)$  用一阶泰勒级数展开:

$$F(A, U) = F(A_k, U) + \left. \frac{\partial F}{\partial A} \right|_{A_k} \Delta A_k \quad (5)$$

$$= F(A_k, U) + H_k \Delta A_k.$$

将式(5)代入方程(4)中就得修正方程:

$$\Delta A_k = (H_k^T H_k)^{-1} H_k^T [Y - F(A_k, U)]. \quad (6)$$

牛顿法进行最小二乘拟合步骤如下所示.

第一步: 输入测量的伏安特性值  $(U_k, I_k)$ ;

第二步: 将需要估计的参数赋初值  $A_0$ ;

第三步: 分别用伏安特性值求出向量  $Y, F$  和  $H_0$ , 利用式(6)求出修正量  $\Delta A_0$ ;

第四步: 进行修正:  $A_{k+1} = A_k + \Delta A_k$ .

如果修正量小于设定的误差, 则修正后输出结果, 否则修正后, 返回第三步, 重复进行计算, 直到修正量(误差)满足事先设定的值为止. 牛顿法进行参数拟合的计算流程如图1所示.

### 1.3 线性插值法

通过上面的数学模型推断及计算流程判断, 用多项式模型来拟合磁链-电流特性的缺陷在于三个方面, 其一是样本点数限制拟合的阶数; 其二线性部分和深度饱和之前的饱和区的拟合精度不太精确, 这不符合PT励磁特性的特点; 其三深度饱和区用多项式模型拟合精度不高, 这也不符合PT励磁特性的特点. 我们希望在整体误差不增

大的前提下, 减少线性部分和PT深度饱和区之前的误差.

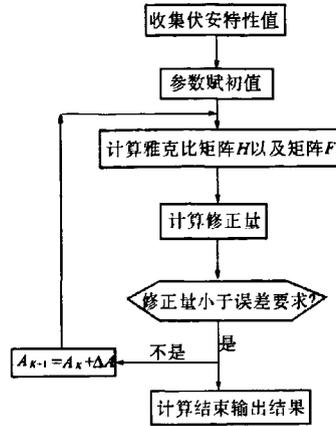


图1 拟合励磁曲线的流程

Fig.1 The Process of fitting excitation characteristic curves

显然, 多项式的阶数越高, 拟合精度越高, 而多项式的阶数越多, 所需要估计的参数就越多, 假设拟合的阶数为  $2N + 1$ , 则未知的参数个数就是  $N$  个, 而测量的伏安特性的样本点  $M$  必须远大于  $N$  才能有效地消除测量误差的影响. 因此, 当阶数提高后, 测量伏安特性的样本点个数是相对不足的.

其次, 用最小二乘法进行拟合, 因为目标函数是方差之和, 则估计出来的参数使整体误差达到最小的参数. 计算出来的误差可能较大, 会产生不符合PT实际励磁特性的情况, 我们需要对深度饱和区之前的饱和区和线性区的误差进行控制, 调整误差分布, 使得深度饱和区之前的饱和区和线性区的误差较小. 为此, 可以通过增加线性区数据权重的方法, 达到控制误差目的.

线性插值方法就是在伏安特性的线性区域采用线性插值的方法, 增加线性区域样本点的个数, 从而增加线性区数据的样本权重, 从而达到减少线性区和深度饱和区之前区域的误差目的.

在线性区, 由伏安特性取电流  $[I_1, I_2, \dots, I_k]$ , 相应的电压为  $[U_1, U_2, \dots, U_k]$ , 运用线性插值, 可以得到一组新的数据:

$$\left[ \frac{I_k + I_{k-1}}{2}, \frac{U_k + U_{k-1}}{2} \right], \quad (k = 1, \dots, K).$$

把上述数据增加到原来的数据中, 这样插值之后, 每插值一次, 线性区的伏安特性数据点数就增加了  $K - 1$  个, 插值的次数越多, 线性区的伏安特性数据就越多, 最小二乘拟合时, 线性区域的误

差就越小.同时,由于最小二乘拟合是整体方差和最小,因此相应的非线性部分的误差可能会增加,但笔者在深度饱和区采用线性模型,这样深度饱和区的误差并没有增大(后面的仿真表明,非线性部分误差并没有增加,但总体误差下降了),这样就达到了提高整体拟合精度的目的.

2 实际算例仿真验证

以文献[8]提供的6 kV电压互感器的伏安特性为例,数据如表1所示,表中数据为标么值,电压和电流的基准分别为

$$U_B = 6000/\sqrt{3} \text{ V}, I_B = 1.5 \text{ mA}.$$

表1 高压侧测量的6 kV PT伏安特性数据

Tab.1 The Voltage-Current characteristic of VT

序号	电压 (标么值)	电流 (标么值)	序号	电压 (标么值)	电流 (标么值)
1	0	0	10	1.491	3.066
2	0.290	0.366	11	1.558	3.532
3	0.578	0.599	12	1.630	4.386
4	0.867	0.866	13	1.673	5.088
5	1.000	1.000	14	1.731	6.000
6	1.097	1.207	15	1.790	7.330
7	1.211	1.539	16	1.846	8.667
8	1.327	1.732	17	1.905	10.19
9	1.442	2.534	18	1.962	11.94

首先确定有理多项式模型的阶数,为了拟合较为精确的模型,笔者在深度饱和区之前采用7次多项式,在深度饱和区采用线性模型,则其PT励磁特性曲线模型为

$$i(t) = \begin{cases} a_1\varphi(t) + a_3\varphi^3(t) + a_5\varphi^5(t) + a_7\varphi^7(t); & 0 \leq \varphi(t) \leq 6; \\ k\varphi(t) + b, & 6 \leq \varphi(t) \leq 16. \end{cases}$$

首先将插值前后的数据分别运用最小二乘法进行拟合,然后把拟合的曲线和实际的数据点比较,最后分析插值次数与总体误差的关系.

2.1 线性插值前后的拟合效果和误差对比

对于上述PT,在标么值参数下:①当 $I < 2$ 时,PT工作在线性区(I段);②当 $2 < I < 6$ 时,PT工作在深度饱和区之前的未完全饱和区(II段);③当 $I > 6$ 时,PT工作在深度饱和区(III段).

当PT的线性区数据进行线性插值时,就是对I段数据进行插值,也就是对表1中的前8组数据进行插值.插值前后的拟合曲线与原始数据的励磁特性曲线对比如图2所示,其对应的误差曲线如图3所示.

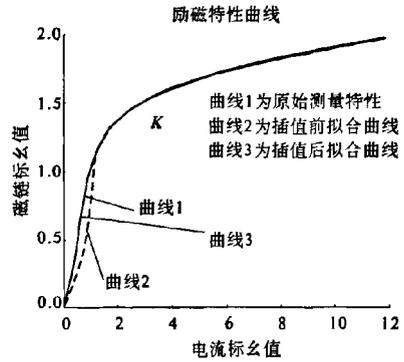


图2 插值前后拟合的励磁特性曲线的比较

Fig.2 The comparison of fitting excitation characteristic curves between before and after interpolation

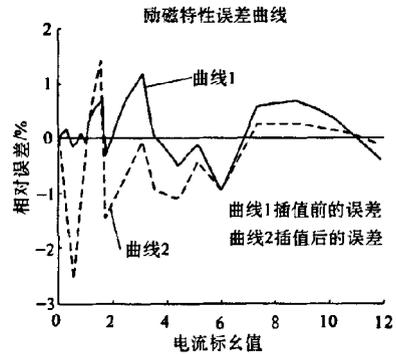


图3 插值前后励磁特性曲线的误差曲线的比较

Fig.3 The error curve comparison of fitting excitation characteristic curves between before and after interpolation

图3中所示的曲线1(对应图2中的曲线2)为运用表1中的数据运用1.1节和1.2节方法进行拟合的曲线;图3中曲线2(对应图2中的曲线3)为对表1的前8组数据插值11次后再结合表中的其他数据并运用1.1节和1.2节方法进行拟合的曲线.从图3中误差曲线的对比情况可以看出:插值前后的I段和II段数据得到更好的拟合,深度饱和区完全可以用一段直线来代替.

2.2 插值的次数与整体误差的关系

经过前面的分析,大家可能会存在是不是插值的次数越多越好的疑问.经过应用MATLAB仿真软件进行多次仿真,得出的结论是:插值的次数与拟合效果不成正比,其中在进行9次插值时,整体的最大相对误差最小,进行11次插值后,线性部分的最大相对误差最小,具体的情况如图4所示.

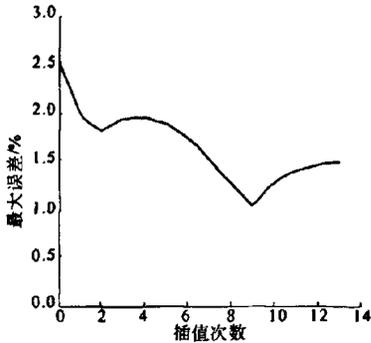


图4 插值次数与最大误差关系图

Fig.4 The relationship between interpolation times and maximum fitting error

如图4所示,插值以后,励磁特性曲线的深度饱和区以前的整体误差有了明显的减小,但是在插值过程中,由于插值误差的存在,插值次数越多,插值误差也积累,于是出现了误差曲线达到最低点后又上升的现象。

### 3 结论

笔者在伏安特性曲线测量的范围内,采用有理多项式模型,在深度饱和范围外采用直线模型,对PT励磁特性曲线模型进行拟合。在拟合过程中引用数学领域的线性插值法进行插值,弥补了测量伏安特性数据样本点不足的缺陷,并且仿真验证给出了插值次数并不是越多,拟合效果越好的结

论。最后,笔者通过应用MATLAB仿真软件,仿真验证比较了线性插值前后励磁特性曲线误差情况,为更好地分析铁磁谐振发生提供了重要的前提条件。

### 参考文献:

- [1] DOMMEL H W. 电力系统电磁暂态计算理论[M]. 李永庄译. 北京:水利电力出版社,1991.
- [2] 李谦,钟定珠,王晓瑜,等. 变压器铁芯励磁特性拟合方法的探讨[J]. 高电压技术,1997,23(1):19-21.
- [3] 董海波,史丽萍. 电磁式电压互感器和变压器励磁特性曲线转换方法的分析与应用[J]. 电工技术,1999(2):36-38.
- [4] 李云阁,施围. 应用解析法分析中性点接地系统中的工频铁磁谐振—非线性电感工频励磁特性的求取[J]. 中国电机工程学报,2003,23(10):94-98.
- [5] 解广润. 电力系统过电压[M]. 北京:水利电力出版社,1985.
- [6] 阮全荣,施围,桑志强. 750 kVGIL在拉西瓦水电站应用需考虑的问题[J]. 高压电器,2003,39(4):66-71.
- [7] 陈梁金,杜宾,施围. 计及雷击电晕时750 kV进线开关触头间暂态过电压的研究[J]. 高压电器,2004,40(3):167-169.
- [8] 赵晓明,余志慧. 500 kV主变35 kV侧铁磁谐振实例及其数值仿真分析[J]. 浙江电力,2008(3):58-59.

## A Getting Excitation Characteristic Curves of PTs With Linear Interpolation Method

DU Zheng-wang

(Shengli Oil Field Power Company, Dongying 257000, China)

**Abstract:** For the sake of getting more precise curves, the paper introduces the linear interpolation method and section excitation characteristic curves. First, the paper makes interpolation to the linear part of measured voltage-current characteristic data, the weight of linear data is increased with more linear data. Second to the excitation characteristic curves of PTs, the paper adopts the 7 order polynomial function before the part of saturation depth and uses linear model at the part of saturation depth; Last, the paper fits the excitation characteristic with the aforesaid and the least square method. On one hand, the paper solves the problem of lacking data. On the other hand, the calculation sample shows that the fitting accuracy has been greatly improved before the part of saturation depth. At the same time, the fitting accuracy is not reduced at the part of saturation depth with linear model. Above all, the total fitting accuracy is improved.

**Key words:** ferroresonance; excitation characteristic curve; linear interpolation method; least square fitting, Newton's method