文章编号:1671-6833(2011)06-0054-04

基于遗传模拟退火算法的钢桁架结构优化设计

赵艳敏¹,霍 达²

(1. 北京京北职业技术学院,北京 101400; 2. 北京工业大学 建筑工程学院,北京 100022)

摘 要:将遗传算法(GA)的全局寻优性能好和模拟退火算法(SA)的局部搜索能力强的优点相结合,提出了用于钢桁架结构离散变量优化设计的遗传模拟退火算法(SAGA).以十杆桁架为例对此算法进行了数值实验,并将实验结果与其他优化方法相比较.算例结果表明,遗传模拟退火算法的寻优概率是100%,平均进化代数为35代,其稳定性和求解效率均高于改进的遗传算法.实验结果显示,遗传模拟退火算法在整体搜索同时,采用退火操作进行局部搜索,提高了算法的局部搜索能力,有效克服了遗传算法选代缓慢的缺点,把遗传模拟退火算法用于钢桁架离散变量的优化设计中是行之有效的.

关键词: 遗传算法;模拟退火算法;优化设计中图分类号: TU323.4 文献标志码: A

0 引言

对于基础研究和应用研究,优化问题是一个普遍的问题,有着广泛的应用背景.在工程实际中,许多优化问题的目标函数是非凸的,而且受到材料加工和模数尺寸的限制,存在大量的离散变量优化问题,如型钢尺寸、板厚等均为离散变量.传统的优化设计方法很难解决这些问题,因此必须寻求有效的优化算法.

遗传算法从概率意义上以随机的方式收敛到最优解,是一种全局优化算法,在很多的领域中得到了成功的应用.但局部搜索能力较差,需要较长时间才能收敛到全局最优解.模拟退火算法是一种简单的启发式算法,局部搜索能力很强,容易收敛到局部最优解,但全局搜索能力较差.将遗传算法同模拟退火算法相结合而成的遗传模拟退火算法是一种全局和局部搜索能力都很强的算法,是一种最近兴起的智能优化算法,研究遗传模拟退火算法在结构离散变量^[1]优化设计中的应用具有重要的理论和现实意义.

1 遗传模拟退火算法的原理

1.1 遗传算法

遗传算法^[2](Genetic Algorithms),简称 GA,

60 年代初期由美国的 J. Holland 教授提出. 其特点是:只对决策变量的编码进行运算;运用群体搜索策略提高搜索的效率和速度;确定搜索的方向和范围只需要目标函数;概率搜索技术增加搜索过程的灵活性;优化计算时不依赖于梯度信息. 遗传算法广泛应用于传统搜索方法难以解决的高度复杂的非线性领域⁽³⁾,并在信息处理、组合优化^[4]、机器学习和人工生命方面展示了良好的优越性.

1.2 模拟退火算法

1953 年, Metropolis 等人提出了模拟退火算法(Simulated Annealing), 简称 SA^[5]. SA 源于对固体退火过程的模拟,采用 Metropolis 接受准则,并用一组称为冷却进度表的参数控制算法进程,使算法在多项式时间里给出一个近似最优解. 1982 年, Kirkpatric 意识到固体退火过程与组合优化问题之间的类似,将退火思想引入组合优化领域. 算法流程图见图 1.

1.3 遗传模拟退火算法

遗传模拟退火算法(Genetic Simulated Annealing Algorithm),简称 SAGA^[6],是一种将模拟退火算法同遗传算法相结合的现代优化计算方法.遗传模拟退火算法综合了遗传算法和退火算法各自的优点,是一种全局和局部搜索能力都较强的智

收稿日期:2011-06-17;**修订日期:**2011-07-06 基金项目:国家自然科学基金资助项目(50378007)

作者简介:赵艳敏(1979-),女,河北吴桥人,北京京北职业技术学院讲师,硕士,主要研究遗传模拟退火算法在结构 优化设计中应用,E-mail:mhx791288@126.com. 能优化算法. 遗传模拟退火算法从一组随机产生的初始解(初始群体)开始搜索全局最优解,先通过选择、交叉、变异等遗传操作来产生一组新个体,然后再独立对新产生的各个个体进行模拟退火过程,以其结果作为下一代中的个体,这个运行过程反复迭代地进行,直到满足某个终止条件为止. 算法流程图见图 2.

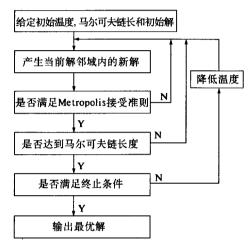


图 1 模拟退火算法流程图

Fig. 1 Flowchart of simulated annealing algorithm

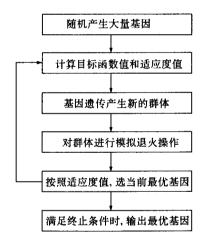


图 2 遗传模拟退火算法流程图

Fig. 2 Flowchart of genetic simulated annealing algorithm

2 离散变量的遗传模拟退火算法

2.1 优化模型

设计变量取桁架结构各杆的截面面积 $x_i^{[7]}$, 其取值范围为离散变量的有限离散域. 优化的目 标函数为:

$$\min f(x) = \sum \rho_i l_i x_i \tag{1}$$

式中: p 为材料密度; l 为各杆件的长度. 目标函数 是使得桁架结构重量最轻, 应满足的约束条件 如下:

$$\sigma_i \leq \pm [\sigma] \quad i = 1, 2, \dots, n$$
 (2)

$$\mu_i \leqslant \pm \left[\mu\right] \quad i = 1, 2, \cdots, n \tag{3}$$

式中: σ , 为各杆件的应力; μ , 为各杆件的位移.

2.2 编码、解码和初始群体

遗传模拟退火算法以设计变量的编码为操作对象,一般采用的是简单、直观的二进制编码. 当有n个变量时,将n个位串连接成一串形成个体. 每个变量的串长l应满足 $2^l \ge m$,其中m为设计变量可取元素的个数,则总串长为nl. 例如:每个变量可取 16(即m)个离散值[1.25 1.45 1.65 1.85 2.10 2.25 2.35 2.54 2.62 3.24 3.50 3.65 3.78 3.84 4.00 4.40]. 因为 $2^4 \ge 16$,所以l取4,如果有3个变量则总串长为12,解码的时候把码串分成3部分分别进行解码. 具体映射关系如表1所示.

表 1 一个变量的编码串与离散值的对应关系

Tab. 1 Corresponding relations of encoded string and discrete values

二进制编码	解码后的 整数值	离散集合中对 应的离散值		
0000	0	1.25		
0001	1	1.45		
•••	•••	***		
1111	1 5	4.40		

2.3 适应度函数

笔者采用罚函数的方法将带约束的非线性优化问题转换成无约束优化问题.由于标准遗传算法是求最大值问题,并要求每个个体的适应度为正数或零,所以遗传算法部分的适应度函数按照下式进行处理.

$$F(x) = C_{\text{max}} - \phi(x) \quad \text{if } C_{\text{max}} > \phi(x)$$

$$F(x) = 0 \quad \text{if} \qquad C_{\text{max}} \leq \phi(x)$$
(4)

式中: $\phi(x)$ 为经过约束处理后的目标函数; C_{max} 为给出的一个较大的常数;F(x)为适应度函数. 对于模拟退火部分是求最小值问题,所以这部分的适应度函数 $F(x) = \phi(x)$.

2.4 遗传算子

(1)选择算子(Selection)采用 2 选 1 的联赛选择方法,即每一次随机的从种群中选择两个个体,其适应度较高的个体保存到下一代.这一过程反复进行,直到保存到下一代的个体数达到预先设定的数目为止.(2)交叉(Crossover)是指把两个父代个体的部分结构重组生成新的个体.笔者采用单点交叉的方法,具体操作为:随机产生一个交叉点,然后将这两个个体在该点后的部分互换,生成两个新的个体.(3)变异(Mutation)是为了维持群体的多样性,笔者采用均匀变异.设定一个随

机产生器,如果产生的概率小于变异概率,则把这个串位上的基因值取反.

2.5 算法的实现

(1)初始化运行参数,将进化代数 k 设定为 $0, t = t_0; (2)$ 随机产生初始群体 p(0); (3) 群体选 择操作, $p^1(k)$ = selection[p(k)];(4)单点交叉算 子进行交叉, $p^2(k) = \text{crossover}[p^1(k)]$,交叉概率 取为 0.90; (5) 均匀变异, $p^3(k) = \text{mutation}[p^2]$ (k)],变异概率取 0.001;(6)对群体进行模拟退 火,退火的冷却进度表为: $t_0 = 1.0$,lk = 10, $t = t_0$ $\times 0.95^k$, $p^4(k) = \text{annealing}[p^3(k)]$;即在群体 P^3 (k) 中每个染色体 $i \in p^3(k)$ 的邻域中随机地选取 某一新个体 $j \in N(i)$,然后计算模拟退火中的接 受概率 $pr_{ii}(t_k) = \min\{1, \exp[(f(i) - f(j))/t_k]\}$. 如果 $pr_{ii}(t_k) \ge random[0,1]$,则接受新解,否则抛 弃. 其中 random [0,1] 为随机产生的一个 0~1 之 间的随机数,f(i) 为状态 i 的目标函数. (7) 对约 束采用惩罚的方法处理,然后评价加上惩罚项后 的群体适应度,并且保留最优个体;(8)是否满足 终止条件,如果满足,输出当前最优个体,如果不 满足,则 $k=k+1,t=t_0\times 0.95^k$,转到第3步进行 下一步进化过程.

3 工程实例

算法采用 Matlab 语言编写,平面桁架应力求解采用文献[8]有限元程序.数据采集采用算法程序连续运行 20 次为一组,进行了 5 组实验,记录搜索到最优解所需要的进化代数.如果迭代100 代没有找到最优解,则计为 100;然后分别求出改进的遗传算法和遗传模拟退火算法搜到最优解的平均进化代数和搜到最优解的次数,并同文献[4]进行比较,作为算法性能评价的依据.

3.1 十杆桁架问题的描述

将 SAGA 用于十杆桁架结构,如图 3 所示,基本参数为:弹性模量 $E=2.0\times10^5$ MPa,材料密度 $\rho=7.8\times10^3$ kg/m³,最大的允许应力 $\sigma_{max}=\pm100$ MPa,在节点 2 和 4 作用着垂直荷载 P=10 kN,求十杆桁架的最优断面面积,使该桁架系统总重量最小. A 的取值范围为 $A=[1.132\ 1.432\ 1.459\ 1.749\ 1.859\ 2.109\ 2.276\ 2.359\ 2.659\ 2.756 3.086\ 3.382\ 3.486\ 3.791\ 4.292\ 5.076].(单位:cm²)水平和竖向杆的长度为 <math>1.0\ m$,斜杆的长度为 $\sqrt{2}\times1.0\ m$.罚因子取 100, $C_{max}=300$,群体规模 n=100.

3.2 SAGA 优化结果与其他优化结果的比较

SAGA 优化算法中随着进化代数的增加,十杆

桁架重量的优化过程见图 4,十杆桁架适应度的变化见图 5,优化结果与其他优化结果的比较见表 2,最优解处各杆件的截面面积和应力见表 3.

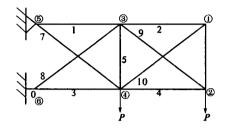


图 3 十杆钢桁架

Fig. 3 Ten pole steel trusses

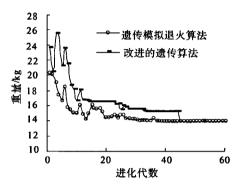


图 4 十杆桁架重量优化过程

Fig. 4 Weight optimization process of ten pole trusses

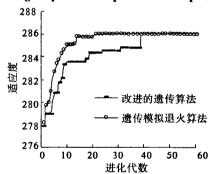


图 5 十杆桁架适应度的变化

Fig. 5 The maximum value function changes of ten pole trusses

表 2 十杆桁架优化结果比较

Tab. 2 Comparison between SAGA and other optimization results

比较项目	壬县 /1	寻到最优	寻到最优解的		
	重量/kg	解的概率	平均进化代数		
文献[9]	14. 283		200		
改进的 GA	13.972	65%	67		
本文的 SAGA	13.972	100%	35		

3.3 试验结果分析

为了便于比较分析,笔者分别用改进的遗传算法和遗传模拟退火算法对十杆桁架进行优化计算,在遗传算法部分采用相同的选择方法和变异、交叉概率. 从表 2 中可以看出:遗传模拟退火算法的寻

优概率是 100%,其稳定性优于改进的遗传算法. 平均进化代数为 35 代,远远优于文献[4],求解效率高于改进的遗传算法. 图 4 和图 5 的优化过程中可

以看出遗传模拟退火算法比改进的遗传算法较快的搜索到了最优解,且寻优结果优于文献[9].

表 3 遗优解处各杆件的截面面积和应力

Tab. 3 Cross-section areas and stresses of every pole in optimal value

项目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A/cm^2	1.132	1.132	3.086	1.132	1.132	1.132	3.086	1.132	1.132	1.132
σ/MPa	88	44	- 97	- 44	- 44	44	92	0	62	- 62

4 结论

- (1)遗传模拟退火算法具有良好的可操作性、稳健型、鲁棒性,能有效地解决桁架结构离散变量的优化问题;
- (2)遗传模拟退火算法采用退火操作进行局部搜索,使其局部搜索能力优于改进的遗传算法,可以更快的收敛到全局最优解,在很大程度上克服了遗传算法迭代过程缓慢的缺点,提高了算法的搜索效率;
- (3)遗传模拟退火算法的寻优稳定性高于改进的遗传算法,是一种更可靠、有效地智能优化算法:
- (4)遗传模拟退火算法具有遗传算法和退火 算法各自的优点,是一种全局和局部搜索能力都 较强的智能优化算法,将其用于优化设计领域是 行之有效的.

参考文献:

[1] 顾元宪,项宝卫,赵国忠. 桁架结构截面优化设计的 改进模拟退火算法 [J]. 计算力学学报,2006,23

- (5):546-552.
- [2] 陈国良,王煦法,庄镇泉,等.遗传算法及其应用 [M].北京:人民邮电出版社,1996:80-81.
- [3] 孟凡旦, 鹿晓阳. 基于遗传算法钢框架抗震优化设计 [J]. 山西建筑, 2006, 32(17): 7-8.
- [4] 郝进锋,刘艳晖,张文福,等.遗传算法在网架结构 优化中的应用[J].力学与实践,2006,28(6):42 -45.
- [5] 康立山,谢云,尤矢勇,等. 非数值并行算法 模拟 退火算法[M]. 北京:科学出版社,1994:12 38.
- [6] 刘敬字,朱朝艳. 遗传模拟退火算法在结构优化设计中的应用[J]. 吉林建筑工程学院学报,2010,27 (2):5-8.
- [7] 黄冀卓,王湛,龚明袖.遗传算法在钢结构截面优化设计中的应用[J].四川建筑科学研究,2005,31(3):26-31.
- [8] 医文起. 结构矩阵分析和程序设计[M]. 北京:高等教育出版社,1993:46-63.
- [9] 张思才,张方晓. 遗传算法在离散变量结构优化设计中的应用[J]. 西南交通大学学报,2003,38(2): 146-150.

Optimal Design of Steel Truss Structure Based on Genetic Simulated Annealing Algorithm

ZHAO Yan-min¹, HUO Da²

(1. Northern Beijing Vocational Education Institute, Beijing 101400, China; 2. Faculty of Architectural Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100022, China)

Abstract: To combine Genetic Algorithm (GA) with Simulated Annealing Algorithm (SA) that the Genetic Simulated Annealing Algorithm (SAGA) was proposed. It had the global searching ability of GA together with the local fast converging ability of SA. It was applied to the steel truss structural optimization with discrete variables and this paper provided the comparison between SAGA experiments and other optimal results. The experiments showed that the searching optimization probability of SAGA was 100% and the average evolved generations is 35, which indicated that SAGA was more stable and had better seeking efficiency than improved GA. The SAGA improved the local searching ability and overcame evolution slowness defect of GA through applying local searching annealing method. The SAGA is an effective method to seek the optimal design of steel trusses with discrete variables.

Key words: genetic algorithm; simulated annealing algorithm; optimal design