

文章编号:1671-6833(2011)05-0061-05

## 混沌修正函数投影同步研究及其在保密通信中的应用

方洁<sup>1,2</sup>, 姜长生<sup>1</sup>, 邓玮<sup>2</sup>

(1. 南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016; 2. 郑州轻工业学院 电气信息工程学院, 河南 郑州 450002)

**摘要:** 研究了具有不匹配参数和外界扰动的混沌系统的修正函数投影同步问题. 基于 Lyapunov 稳定性理论和滑模变结构控制方法, 设计了鲁棒自适应滑模控制器, 使得混沌驱动系统和响应系统按照期望的函数尺度因子矩阵实现同步. 该方法不需要预先知道不确定参数和外界扰动的上下界, 其不确定性通过自适应率得以解决, 具有较强的实用性和鲁棒性. 基于这种方法设计出混沌保密通信系统, 数值仿真表明了该同步控制方法和保密通信方案的有效性.

**关键词:** 修正函数投影同步; 鲁棒自适应滑模控制; 保密通信; 混沌系统

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

### 0 引言

由于混沌同步在医学、生物、工程, 特别是保密通信等领域的广泛应用, 其研究已引起了中外学者的广泛关注, 并取得了大量研究成果<sup>[1-3]</sup>. 最近, 文献[4]又提出了一种新的同步方式——修正函数投影同步, 修正函数投影同步具有不可预测的函数尺度因子矩阵, 能更有效地提高保密通信的安全性, 因此, 它在保密通信中有着非常诱人的应用前景. 这种新的同步现象已引起了研究者的广泛兴趣<sup>[5-7]</sup>. 但已有的修正函数投影同步方法大多只考虑了系统参数的不确定性, 而没有考虑系统的外界干扰. 然而在实际应用中, 系统不可避免地会受到外界环境温度、噪声、器件互扰等不确定因素的影响. 因此, 研究具有扰动的修正函数投影同步具有更重要的理论价值和实际意义.

自适应滑模控制是滑模控制与自适应控制的有机结合, 是解决参数不确定和外界扰动问题的一种新型控制策略<sup>[8-9]</sup>. 笔者基于 Lyapunov 稳定性理论和自适应滑模控制方法, 设计了统一的鲁棒自适应滑模控制器, 实现了具有不匹配参数和外界扰动的同结构混沌系统的修正函数投影同步, 并将该方法应用于基于混沌遮掩和混沌调制的保密通信中. 在发送端, 信息信号经过函数变换

后被混沌信号加密并发送; 在接收端, 通过消除函数尺度因子和反函数变换, 信息信号得以准确的恢复. 基于 MATLAB 的数值仿真表明了该方案有着良好鲁棒性和保密性.

### 1 问题描述

考虑如下形式的混沌驱动系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) + F_1(x_1, x_2, \dots, x_n)\theta + d_1^m(t) \\ \dot{x}_2(t) = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) + F_2(x_1, x_2, \dots, x_n)\theta + d_2^m(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) + F_n(x_1, x_2, \dots, x_n)\theta + d_n^m(t) \end{cases} \quad (1)$$

相应的响应系统为

$$\begin{cases} \dot{y}_1(t) = f_1(y_1, y_2, \dots, y_n) + F_1(y_1, y_2, \dots, y_n) \cdot (\theta + \Delta\theta) + d_1^r(t) + u_1(t) \\ \dot{y}_2(t) = f_2(y_1, y_2, \dots, y_n) + F_2(y_1, y_2, \dots, y_n) \cdot (\theta + \Delta\theta) + d_2^r(t) + u_2(t) \\ \vdots \\ \dot{y}_n(t) = f_n(y_1, y_2, \dots, y_n) + F_n(y_1, y_2, \dots, y_n) \cdot (\theta + \Delta\theta) + d_n^r(t) + u_n(t) \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $x(t) = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ ,  $y(t) = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$  分别为驱动系统和响应系统的状态向量;  $F_i(x)$ ,  $F_i(y)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  分别是  $n \times m$  维矩阵  $F(x)$  和  $F(y)$  的第  $i$  行.  $F(x)$  和  $F(y)$  的元素为连

收稿日期: 2011-04-21; 修订日期: 2011-06-29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(90716028); 国家自然科学基金资助项目(61070238)

作者简介: 方洁(1981-), 女, 河南南阳人, 南京航空航天大学博士研究生, 郑州轻工业学院讲师, 研究方向为非线性系统理论与应用, E-mail: fang0511jie@nuaa.edu.cn. 通讯作者: 姜长生(1942-), 男, 江苏南京人, 南京航空航天大学教授, 博士生导师, E-mail: jangcs@nuaa.edu.cn.

续非线性函数;  $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m]^T$  是  $m \times 1$  维已知参数向量;  $\Delta\theta = [\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \Delta\theta_m]^T$  为不匹配参数向量;  $d^m(t) = [d_1^m(t), d_2^m(t), \dots, d_n^m(t)]^T$  和  $d^r(t) = [d_1^r(t), d_2^r(t), \dots, d_n^r(t)]^T$  分别为驱动系统和响应系统的未知外界扰动;  $u(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)]^T$  为待设计的控制输入向量。

定义驱动系统(1)和响应系统(2)之间的状态误差为  $e(t) = y - M(t)x$ , 其中,  $e(t) = (e_1, e_2, \dots, e_n)^T$ .  $M(t) = \text{diag}\{m_1(t), m_2(t), \dots, m_n(t)\}$  ( $M(t) \in R^{n \times n}$ ,  $m_i(t)$  是连续可微有界函数且  $m_i(t) \neq 0$ ), 称  $M(t)$  是函数尺度因子矩阵,  $m_i(t)$  为函数尺度因子. 对驱动系统(1)和响应系统(2), 如果存在控制输入  $u(t)$  使得从任意初值出发的系统(1)和系统(2)满足  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$ , 那么称系统(1)和系统(2)实现了修正函数投影同步。

由上述定义可得式(1)、(2)误差动力系统方程为

$$\dot{e}_i(t) = f_i(y) + F_i(y)(\theta + \Delta\theta) + d_i^r(t) - m_i f_i(x) - m_i F_i(x)\theta - m_i d_i^m(t) - \dot{m}_i x_i + u_i(t), i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

于是, 系统(1)和系统(2)的修正函数投影同步问题转化为误差式(3)的稳定性问题。

假设1: 函数尺度因子  $m_i(t)$  是有界的, 即存在正常数  $\alpha_i, i = 1, 2, \dots, n$ , 使得

$$|m_i(t)| < \alpha_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

假设2: 外界扰动  $d_i^m(t), d_i^r(t)$  是有界的, 即存在正常数  $\beta_i, i = 1, 2, \dots, n$ , 使得

$$|d_i^m(t)| < \beta_i^m, |d_i^r(t)| < \beta_i^r, i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

假设3: 结合假设1和假设2可得, 一定存在正常数  $\beta_i, i = 1, 2, \dots, n$ , 使得

$$|d_i^r(t) - m_i(t)d_i^m(t)| < \beta_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

注1: 由于函数尺度因子是由设计者自己选定的, 因此假设1很容易满足. 此外, 由于混沌系统是有界的, 因此假设2, 假设3是合理的。

注2: 笔者的控制器设计中, 不要求知道不确定参数和外界扰动的具体范围, 即  $\beta_i, i = 1, 2, \dots, n$  为未知的正常数。

## 2 鲁棒自适应滑模控制器设计

滑模控制器的设计步骤包括两个相对独立的部分:

(1) 设计滑模面. 设

$$s_i(t) = \lambda_i e_i(t), i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

其中,  $s_i(t) \in R, s(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)]^T$  为滑模面函数, 滑模面参数  $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, n$  为合适的正常量。

(2) 滑模同步控制器设计. 为了确保误差系统轨迹到达已设定的滑模面上, 并保持在滑模面上, 可设计如下形式的滑模同步控制器:

$$u_i(t) = -f_i(y) - F_i(y)\theta + m_i f_i(x) + m_i F_i(x)\theta + \dot{m}_i x_i - \hat{\beta}_i \text{sgn}(s_i) - F_i(y)\hat{\Delta\theta} - \eta_i \text{sgn}(s_i), i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

其中,  $\hat{\beta}_i, \hat{\Delta\theta}$  为估计值;  $\eta_i > 0$  为标量, 用来调整滑模面的趋近速度。

为了克服外部扰动和不匹配参数的影响, 设计如下的自适应律:

$$\Delta\dot{\hat{\theta}} = [F(y)]^T \gamma, \Delta\dot{\hat{\theta}}(0) = \Delta\dot{\hat{\theta}}_0 \quad (9)$$

$$\dot{\hat{\beta}}_i = \lambda_i |s_i|, \hat{\beta}_i(0) = \hat{\beta}_{i0},$$

其中  $\gamma = [\lambda_1 s_1, \lambda_2 s_2, \dots, \lambda_n s_n]^T, \Delta\hat{\theta}_0, \hat{\beta}_{i0}$  为初始值。

引理1 (Barbalat 引理<sup>[10]</sup>): 如果  $\mu(t): [0, \infty] \rightarrow R$  是一个一致连续函数, 同时  $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \mu(\tau) d\tau$  存在且有界, 则当  $t \rightarrow \infty$  时,  $\mu(t) \rightarrow 0$ 。

定理1: 对于由驱动系统(1)和响应系统(2)构成的具有不匹配参数和外界扰动的混沌同步系统, 若选取系统的控制器式(8)和自适应率式(9), 则系统(1)和系统(2)可实现修正函数投影同步。

证明: 选择正定的 Lyapunov 函数为

$$V(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [s_i^2 + (\hat{\beta}_i - \beta_i)^2] + \frac{1}{2} \|\Delta\hat{\theta} - \Delta\theta\|^2 \quad (10)$$

对上式求导, 可得

$$\dot{V}(t) = \sum_{i=1}^n [s_i \dot{s}_i + (\hat{\beta}_i - \beta_i) \dot{\hat{\beta}}_i] + (\Delta\hat{\theta} - \Delta\theta)^T \Delta\dot{\hat{\theta}} \quad (11)$$

因为  $\dot{s}_i(t) = \lambda_i \dot{e}_i(t)$ , 将式(3)和控制器(8)及自适应率(9)代入上式可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \sum_{i=1}^n [\lambda_i s_i (-F_i(y)(\Delta\hat{\theta} - \Delta\theta) + d_i^r(t) - m_i d_i^m(t) - \hat{\beta}_i \text{sgn}(s_i) - \eta_i \text{sgn}(s_i) + (\hat{\beta}_i - \beta_i) \lambda_i \cdot \\ & |s_i|] + (\Delta\hat{\theta} - \Delta\theta)^T [F(y)]^T \gamma \end{aligned} \quad (12)$$

因为  $\sum_{i=1}^n \lambda_i s_i F_i(y)(\Delta\hat{\theta} - \Delta\theta) = (\Delta\hat{\theta} - \Delta\theta)^T \cdot [F(y)]^T \gamma$ ,

上式可简化为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \sum_{i=1}^n [\lambda_i s_i (d_i^r(t) - m_i d_i^m(t) - \hat{\beta}_i \text{sgn}(s_i) - \eta_i \text{sgn}(s_i)) + (\hat{\beta}_i - \beta_i) \lambda_i |s_i|] \end{aligned} \quad (13)$$

由假设1, 2, 3, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & \sum_{i=1}^n [\lambda_i |s_i| \beta_i - \lambda_i s_i \hat{\beta}_i \text{sgn}(s_i) - \eta_i \lambda_i \cdot \\ & \text{sgn}(s_i) + (\hat{\beta}_i - \beta_i) \lambda_i |s_i|] \end{aligned} \quad (14)$$

用  $\frac{|s_i|}{s_i}$  代替符号函数  $\text{sgn}(s_i)$ , 可得

$$\dot{V}(t) \leq \sum_{i=1}^n [\lambda_i |s_i| \beta_i - \lambda_i |s_i| \hat{\beta}_i - \eta_i \lambda_i |s_i| +$$

$$(\hat{\beta}_i - \beta_i) \lambda_i |s_i| \leq - \sum_{i=1}^n \eta_i \lambda_i |s_i| = -k |s| \quad (15)$$

其中,  $k = [\eta_1 \lambda_1, \eta_2 \lambda_2, \dots, \eta_n \lambda_n]$ ,  $\eta_i \lambda_i > 0, i = 1, 2, \dots, n, |s| = [|s_1|, |s_2|, \dots, |s_n|]^T$ . 于是

$$\dot{V}(t) \leq -k |s| \leq 0 \quad (16)$$

将式(16)两边进行积分并求极限,可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t (-k |s|) d\tau \leq V(0) - \lim_{t \rightarrow \infty} V(t) \leq v(0) \quad (17)$$

由 Barbalat 引理 1, 可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (-k |s|) = 0 \quad (18)$$

由于上式  $k$  中元素均大于零, 因此由式(18)可得  $\lim_{t \rightarrow \infty} s_i = 0$ . 证毕.

### 3 仿真实验

为了验证上述方法的正确性, 以文献[11]提出的新的四维超混沌系统为例进行仿真, 驱动系统状态方程为:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + F(x)\theta + d^m(t) = \\ &\begin{bmatrix} 0 \\ -x_1 x_3 + x_4 \\ x_1 x_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_2 - x_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -x_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -x_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 35 \\ 35 \\ 3 \\ 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1^m(t) \\ d_2^m(t) \\ d_3^m(t) \\ d_4^m(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$

相应的响应系统状态方程为

$$\begin{aligned} \dot{y} &= f(y) + F(y)(\theta + \Delta\theta) + d^r(t) + u(t) = \\ &\begin{bmatrix} 0 \\ -y_1 y_3 + y_4 \\ y_1 y_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_2 - y_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -y_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -y_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 35 \\ 35 \\ 3 \\ 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \\ \Delta\theta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1^r(t) \\ d_2^r(t) \\ d_3^r(t) \\ d_4^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

取滑模面为

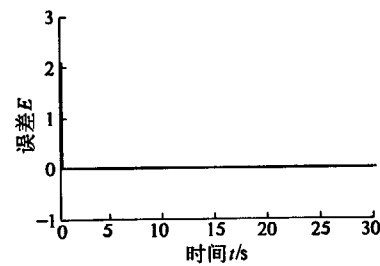
$$s_1 = 5e_1, s_2 = 5e_2, s_3 = 4e_3, s_4 = 6e_4 \quad (21)$$

则相应的控制器为

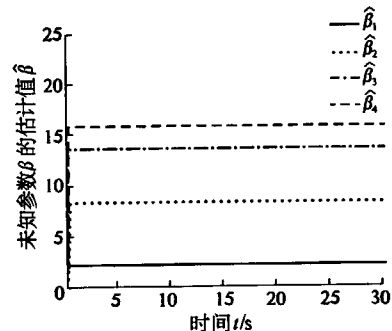
$$\begin{cases} u_1 = -35(y_2 - y_1) + 35m_1(x_2 - x_1) + \dot{m}_1 x_1 - \hat{\beta}_1 \operatorname{sgn}(s_1) - (y_2 - y_1) \Delta\hat{\theta}_1 \\ u_2 = -35y_1 + y_1 y_3 - y_4 + 35m_2 x_1 - m_2 x_1 x_3 + m_2 x_4 + \dot{m}_2 x_2 - \hat{\beta}_2 \operatorname{sgn}(s_2) - y_1 \Delta\hat{\theta}_2 \\ u_3 = 3y_3 - y_1 y_2 - 3m_3 x_3 + m_3 x_1 x_2 + \dot{m}_3 x_3 - \hat{\beta}_3 \operatorname{sgn}(s_3) + y_3 \Delta\hat{\theta}_3 \\ u_4 = 8y_1 - 8m_4 x_1 + \dot{m}_4 x_4 - \hat{\beta}_4 \operatorname{sgn}(s_4) + y_1 \Delta\hat{\theta}_4 \end{cases} \quad (22)$$

在仿真中, 取  $\Delta\theta = [2\cos(t), 2\cos(t), 2\cos(t), 2\cos(t)]$ , 驱动系统和响应系统的初值分别为(5, 2, 4, 4)和(2, 3, 5, 1), 函数尺度因子矩阵  $M(t) = \operatorname{diag}\{2 + 0.1\cos(t), 2 + 0.1\sin(t), 3 - 0.3\cos(t), 2 + 0.2\sin(2t)\}$ , 外界干扰分别为  $d_1^m(t) = 0.02x_1 \sin(10t)$ ,  $d_2^m(t) = 0.01x_2 \sin(20t)$ ,  $d_3^m(t) = 0.02x_3 \sin(10t)$ ,  $d_4^m(t) = 0.01x_4 \sin(20t)$ ;  $d_1^r(t) = 0.02y_1 \sin(10t)$ ,  $d_2^r(t) = 0.01y_2 \sin(20t)$ ;  $d_3^r(t) = 0.02y_3 \sin(10t)$ ,  $d_4^r(t) = 0.01y_4 \sin(20t)$ . 仿真结果如图 1 所示. 由仿真结果可知, 在控制器的作用下, 状态误差信号的函数  $E = \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2}$ , 不匹配参数的估计值和实际值的误差函数  $p = ((\Delta\hat{\theta}_1 - \Delta\theta_1)^2 + (\Delta\hat{\theta}_2 - \Delta\theta_2)^2 + (\Delta\hat{\theta}_3 - \Delta\theta_3)^2 + (\Delta\hat{\theta}_4 - \Delta\theta_4)^2)^{\frac{1}{2}}$ , 两者均经过短时间的震荡后衰减到零. 同时, 所有的未知参数  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$  都按照自适应率趋于常值.

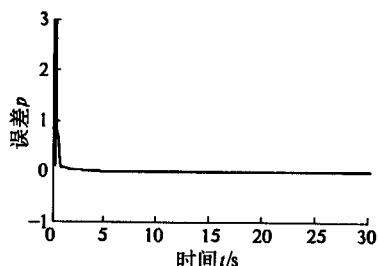
为了验证笔者所设计的控制策略对外界干扰及参数不匹配具有很强的鲁棒性, 下面以文献[5]中所设计的控制器对超混沌系统(19)和(20)进行同步仿真, 仿真中所有参数的设置和上文相同, 仿真结果如图 2 所示. 由图 2 可知, 驱动系统和响应系统虽然经过时间演化也能实现同步, 但是稳定之后系统存在较大震荡. 对比图 1、图 2 可知, 在考虑实际系统中的扰动和参数失配的情况下, 笔者所设计的控制方法鲁棒性更好一些.



(a) 驱动系统(2)与响应系统(22)状态误差函数



(b) 未知参数  $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4$  的估计值



(c) 不匹配参数的估计值和真实值的误差函数

图1 超混沌系统修正函数投影同步仿真图

Fig.1 Modified function projective synchronization simulation diagrams of hyperchaotic system

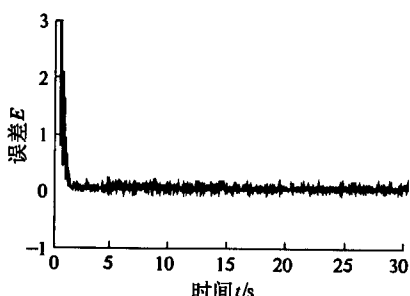


图2 采用文献[5]控制策略下的状态误差函数

Fig.2 Error time history curve between driven system and response system based on controller designed in reference[5]

#### 4 保密通信应用

以笔者描述的基于鲁棒自适应滑模控制的修正函数投影同步保密通信原理图如图3所示. 以上文提到的超混沌为例进行分析. 其中发送端  $x$  为具有扰动的超混沌驱动系统(19), 接收端为对应的具有不匹配参数和扰动的响应系统(20),  $U$  为按式(22)构造的鲁棒自适应滑模控制器.

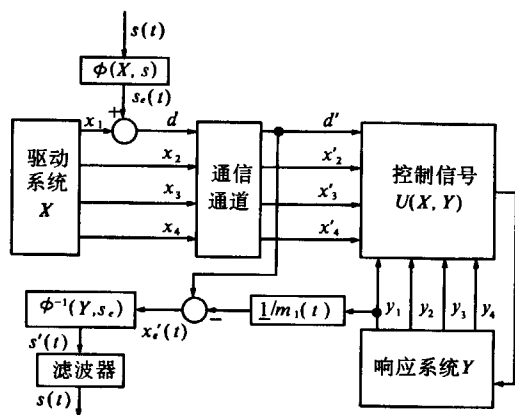


图3 保密通信原理图

Fig.3 Principle framework of secure communication

在发送端, 信息信号  $s(t)$  首先通过转换函数  $\phi(X, s(t))$  进行调制, 得到调制信号  $s_r(t) = \phi$

$(X, s(t))$ , 函数  $\phi$  为连续可逆函数. 然后调制信号  $s_r(t)$  和驱动系统的任一状态变量叠加, 笔者以调制信号  $s_r(t)$  和状态变量  $x_1$  叠加为例进行分析, 叠加后得到混合信号  $d = s_r(t) + x_1$ , 混合信号  $d$  和状态变量  $x_2, x_3, x_4$  一起通过通信通道传送到接收端. 考虑到实际通信系统中存在的信道噪声对传输信号的影响, 将经过通信通道传输之后的信号分别用  $d', x'_2, x'_3, x'_4$  表示. 在接收端, 当驱动系统和响应系统实现修正函数投影同步时,  $e_1 = y_1 - m_1(t)x_1 \rightarrow 0$ ,  $m_1(t)$  为预先设定的非零函数尺度因子. 于是, 调制信号  $s_r(t)$  可通过式  $s_r(t)' = d' - y_1/m_1(t)$  得到恢复, 进而可恢复出信息信号  $s(t)' = \phi^{-1}(Y, s_r(t))$ .

在仿真中, 假设通信通道中存在方差为1, 均值为0, 强度为0.1的随机噪声. 取信息信号为正弦信号  $s = \sin(\pi t)$ , 转换函数为  $\phi(x) = x^3 - 1$ . 仿真结果如图4所示. 由仿真结果可知, 笔者设计的保密通信方案可快速准确的恢复出信息信号.

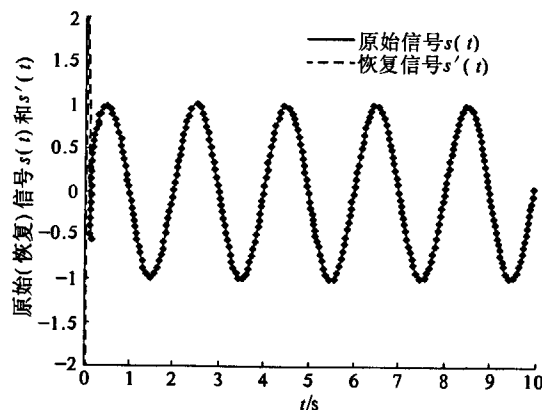


图4 保密通信仿真图

Fig.4 Secure communication simulation diagrams

#### 5 结论

基于 Lyapunov 稳定性理论和滑模变结构控制方法, 设计了统一的鲁棒自适应滑模控制器, 实现了具有不匹配参数和外界扰动的同结构混沌系统的修正函数投影同步. 将该方法应用于基于混沌遮掩和混沌调制的保密通信中, 信息信号在接收端可被不失真地恢复. 笔者设计的控制方法有以下优点:

(1) 新设计的控制策略可以使驱动系统和响应系统的状态变量按照一定的函数比例关系实现同步, 加强了数字保密通信的安全性.

(2) 该方法考虑了工程实际中不可避免的参数不匹配和外界扰动问题, 具有很强的鲁棒性.

(3)在设计过程中不需要预先知道不匹配参数和外界扰动的上下界,其不确定性通过参数自适应率得以解决,解决了滑模变结构控制器设计中通常要求已知系统不确定性范围这个难题.

### 参考文献:

- [1] 李娟,盛利元,刘爱惠.基于混沌序列的跳频同步方法[J].郑州大学学报:工学版,2008,29(2):88-91.
- [2] LUO Run-zi, WEI Zheng-min. Adaptive function projective synchronization of unified chaotic systems with uncertain parameters[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2009,42(2):1266-1272.
- [3] SHEN Li-qun, LIU Wan-yu, MA Jian-wei. Robust function projective synchronization of a class of uncertain chaotic systems[J]. Chaos, Solitons & Fractals 2009 42(2):1292-1296.
- [4] DU Hong-yue, ZENG Qing-shuang, WANG Chang-hong. Modified function projective synchronization of chaotic systems[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2009,42(4):2399-2404.
- [5] 王健安,刘贺平.不同超混沌系统的自适应修正函数投影同步[J].物理学报,2010,59(4):2265-2270.
- [6] YU Yong-guang, LI Han-xiong. Adaptive generalized function projective synchronization of uncertain chaotic systems[J]. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2010, 11(4):2456-2464.
- [7] ZHENG Song, DONG Gao-gao, BI Qin-sheng. Adaptive modified function projective synchronization of hyper-chaotic systems with unknown parameters[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2010, 15(11):3547-3556.
- [8] DADRAS S, MOMENI H R. Adaptive sliding mode control of chaotic dynamical systems with application to synchronization[J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2010, 80(12):2245-2257.
- [9] ROOPAEI M, SAHRAEI B R, LIN T C. Adaptive sliding mode control in a novel class of chaotic systems[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2010, 15(12):4158-4170.
- [10] 贺昱曜,闫茂德.非线性控制理论及应用[M].西安:西安电子科技大学出版社,2007:74-76.
- [11] 刘明华,冯久超.一个新的超混沌系统[J].物理学报,2009,58(7):4457-4462.

## Research of Chaos Modified Function Projective Synchronization and Its Application in Secure Communication

FANG Jie<sup>1,2</sup>, JIANG Chang-sheng<sup>1</sup>, DENG Wei<sup>2</sup>

(1. College of Automation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China; 2. College of Electric and Information Engineering, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China)

**Abstract:** In this paper, the modified function projective synchronization problem of chaos system with mismatch parameters and external disturbance is investigated. Based on Lyapunov stability theory and sliding mode variable structure control method, the robust adaptive sliding mode controllers (RASMC) are designed. By using RASMC the drive and response systems could be synchronized to a desired scaling function matrix. Suitable update laws are designed to tackle the uncertainty parameters and external disturbances in this method, so the bounds of the mismatch parameters and external disturbance do not need to be known in advance. Moreover, the proposed scheme can be applied to the secure communication. Numerical simulations confirm that both the synchronization approach and the secure communication scheme are effective.

**Key words:** modified function projective synchronization; robust adaptive sliding control; secure communication; chaos system