

文章编号:1671-6833(2011)04-0107-04

## 高阶调制的 LDPC 码译码算法研究

陈燕,蔡灿辉

(华侨大学 信息科学与工程学院,福建 泉州 362021)

**摘要:**针对 LDPC (Low-Density Parity-Check) 码的编码调制系统,提出了在信道解码器的输入端,无信道噪声方差估算情况下的接收信息比特对数似然比值(LLR)计算方案,将其应用在 LDPC 码的置信度传播译码算法和最小和译码算法中.该方案与精确的接收信息 LLR 计算方案在高斯信道和移动单频网信道下比较,通过 Matlab 性能仿真显示该方案与后者仅有不到 0.5 dB 的差距,具有很好的实用价值.

**关键词:**低密度奇偶校验码;高阶调制;多径信道;对数似然比

**中图分类号:**TP911.32 **文献标志码:**A

### 0 引言

移动通信中的无线信道具有严重的多径衰落特性,必须借助信道编码技术提高系统抗衰落和抗干扰的能力,同时由于移动通信系统带宽资源有限,需要采用高阶调制来提高带宽的利用率.近年来在纠错编码领域的研究表明,采用低密度校验码(LDPC),可获得接近香农极限的优异性能<sup>[1]</sup>,为了提高传输效率,获得较高的编码增益,可以考虑将 LDPC 码与具有较高频谱效率的调制方式相结合,这对于 3G 无线通信系统有很好的实用性.

在通信系统接收端,信息送入信道解码器之前,有必要将调制的符号信息转换成信息比特的对数似然比(LLR, Logarithm Likelihood Ratio).目前文献只给出了 LLR 计算公式<sup>[2-3]</sup>,并没有给出经过均衡后的信道方差估算方法,笔者以 16QAM 调制方式为例提出了均衡后信道方差计算方法以及近似的 LLR 信息计算方法,对于其它高阶调制,也可以用类似的方法得到 LLR 信息.

### 2 基于 LDPC 的编码调制系统

#### 2.1 系统模型

图 1 为含 LDPC 编码和  $T(T=2^q)$  状态 QAM 的单载波编码调制系统框图.在发送端信息比特经过 LDPC 编码器得到编码输出,进行 QAM 调制

后,送到信道上进行传输.对于 AWGN 信道,数据直接进行传输,在接收端进行 16QAM 解调和 LDPC 解码;对于移动信道,为克服多径衰落,在传输帧的每个子块后面添加保护间隔,防止由于多径引起的数据块之间的干扰.实际应用中,也可以插入导频序列.笔者重点在于分析 LDPC 码应用于该系统的性能,假定信道已知,将导频符号置换为 0,数据序列的传输方式如图 2.在接收端,认为已完全获得全部信道知识,可以进行理想的均衡,均衡后的数据进行 16QAM 解调和 LDPC 解码.

对于卷积码,由于信道衰落的存在,编码序列将产生连续的突发错误,因此需要在 QAM 符号映射前进行比特交织,降低数据突发错误的影响.但是,对于 LDPC 码,因为其生成矩阵比特之间的校验关系是接近于完全随机的,这相当于数据经过一个理想随机的交织器.所以是否使用交织器,对采用 LDPC 码的系统几乎没有任何的影响<sup>[4]</sup>.

#### 2.2 均衡算法

对于多径信道,系统接收端对接收数据进行均衡并去除保护间隔.均衡算法采用频域的最小均方误差线性算法,将接收到的时域信号变换到频域进行均衡,均衡后的输出经过 IFFT 变换得到时域信号.信道接收信号在频域表达式  $R = HS + N$ ,  $H$  和  $N$  分别为多径信道和高斯噪声的频域响应,  $S$  为接收数据的频域矢量,可以得到检测矢量为:

收稿日期:2011-01-10;修订日期:2011-03-16

基金项目:华侨大学科研基金资助项目(08HZR15).

作者简介:陈燕(1981-),女,福建惠安人,华侨大学讲师,主要研究方向是信道编码和无线通信技术等;蔡灿辉(1954-),男,福建泉州人,华侨大学教授,博士,主要研究方向是图像处理、传输和信道编码等.

$$\hat{S}(R) \text{cov}(SR^H) \cdot [\text{var}(RR^H)]^{-1} \cdot R \\ = H^H \cdot [HH^H + \sigma^2 I]^{-1} \cdot [HS + N] \quad (1)$$

信道估计后的信号经过 16QAM 软解调得到相应的 LLR 信息,根据接收到 LLR 信息就可以送入 LDPC 译码器进行译码。

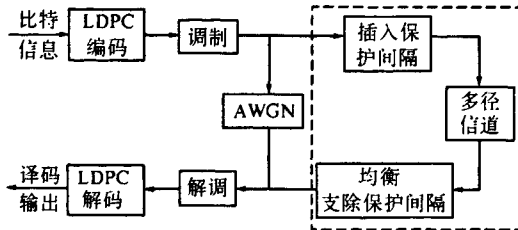


图1 LDPC-16QAM 编码调制系统

Fig.1 LDPC-16QAM Modulation system

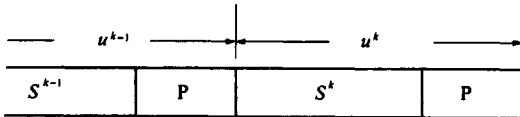


图2 数据序列传输方式

Fig.2 The poms mission Method of data sequence

### 2.3 16QAM 星座图映射

在采用 LDPC 码的线性高阶调制系统中, Gray 映射的系统性能和信道容量要优于其它的映射方式<sup>[5-6]</sup>。因此,笔者对 16QAM 调制射采用 Gray 映射法,具体映射方式如图 3 所示。设调制后进入信道的 16QAM 符号表示为  $x = x_i + jx_q$ ,经过信道传输后,接收到的信号  $y = hx + n$ ,  $h$  为多径信道时域响应。信道估计后,第  $k$  时刻进入 16QAM 解调器的信号可以表示成  $z = x + n'$ ,  $n'$  为复高斯噪声。

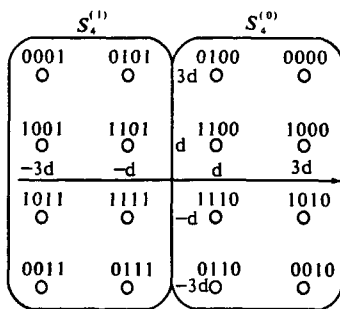


图3 16QAM 星座图

Fig.3 16QAM constellation

### 2.4 两种译码算法的 16QAM 软解调

LDPC 码的译码算法主要是基于编码二分图结构的 MP(Message Passing)算法集,其最优的译码算法是置信传播译码算法(BP),该译码算法需要输入编码序列的概率信息,需要采用软解调算法从接收到的 16QAM 符号中得到各相关比特后

验概率的对数似然比(LLR),同时需要对信道的噪声方差进行估计。令  $u_i$  表示第  $i$  个比特信息,则  $u_i$  的 LLR 可定义为:

$$\Lambda(u_i) = \log \left[ \frac{\Pr(u_i = 0 | y)}{\Pr(u_i = 1 | y)} \right]$$

令  $S_i^{(0)}$  和  $S_i^{(1)}$  分别表示第  $k$  时刻位置  $i$  的比特为“0”或“1”的符号区域,则该对数似然比将 16QAM 星座图分为两部分,如图 3 所示。应用贝叶斯公式,并假设传输符号  $x$  呈等概率分布,上式可化为:

$$\Lambda(u_i) = \log_2 \left[ \frac{\sum_{\alpha \in S_i^{(0)}} \Pr(y | x = \alpha)}{\sum_{\beta \in S_i^{(1)}} \Pr(y | x = \beta)} \right]$$

这里,  $\alpha = \alpha I + j\alpha Q, \beta = \beta I + j\beta Q$ 。由于  $r_k$  的条件概率分布符合高斯分布,有:

$$\Lambda(u_i) = \log_2 \left[ \frac{\sum_{\alpha \in S_i^{(0)}} \exp \left( -\frac{1}{2\sigma^2} |z - \alpha|^2 \right)}{\sum_{\beta \in S_i^{(1)}} \exp \left( -\frac{1}{2\sigma^2} |z - \beta|^2 \right)} \right]$$

因此,只要求得相应的噪声方差就可得到最终的 LLR 信息,对于 AWGN 信道,信道中的高斯噪声方差即我们所需要的方差;对于移动信道,目前文献只给出 LLR 计算公式<sup>[2-3]</sup>没有给出经过均衡后的信道方差估算方法,根据式(1)的检测矢量  $\hat{S}(R)$ ,可以计算均衡后的噪声方差为:

$$\sigma^2 = H^H \cdot [HH^H + \sigma^2 I]^{-1} \times$$

$$[H^H \cdot [HH^H + \sigma^2 I]^{-1}]^T / (M + L) \quad (2)$$

式中:  $M$  为数据块长度;  $L$  为保护间隔长度。BP 译码算法需要估算原始的噪声方差,在实现上较为复杂。LDPC 码的 Normalized Min-Sum 译码算法<sup>[3]</sup>性能较 SPA 算法稍有下降,但译码复杂度大大下降,且译码算法独立于信道特征,无须进行信道估计,在计算复杂度和译码性能之间取得了良好的折中。对于该算法的软值,由于  $\log_2 \left( \sum_j \exp(-X_j) \right) \approx -\min_j(X_j)$ <sup>[7]</sup>,采用该近似算法并乘以归一化因子  $8/(\sigma^2 \times ||h||^2)$ ,可以得到

$$\Lambda(u_i) = \frac{1}{2\sigma^2} \{ \min_{\beta \in S_i^{(1)}} \|y - h\beta\|^2 - \min_{\alpha \in S_i^{(0)}} \|y - h\alpha\|^2 \} \\ = \frac{1}{4} \{ \min_{\beta \in S_i^{(1)}} \|z - \beta\|^2 - \min_{\alpha \in S_i^{(0)}} \|z - \alpha\|^2 \} \quad (3)$$

由公式(3),可以得到对于每个信息比特,译码输入的软值为:

$$\left\{\begin{aligned} \text{LLR}(u_1) &= d(|Z_0| - 2d) \\ \text{LLR}(u_2) &= d(|Z_1| - 2d) \\ \text{LLR}(u_3) &= \begin{cases} Z_0 \cdot d, & |Z_0| \leq 2d \\ -2d(d - Z_0), & Z_0 > 2d \\ 2d(d + Z_0), & Z_0 < -2d \end{cases} \\ \text{LLR}(u_4) &= \begin{cases} Z_1 \cdot d, & |Z_1| \leq 2d \\ -2d(d - Z_1), & Z_1 > 2d \\ 2d(d + Z_1), & Z_1 < -2d \end{cases} \end{aligned} \right. \quad (4)$$

这里,  $2d$  是星座图上信号点之间的最小距离. 解调后输出比特序列的概率信息, 输入到 LDPC 译码器, 完成相应的译码过程并输出对原始信息比特的最佳估计.

3 仿真结果

为了验证文中所提出的编码调制方案的正确性, 笔者在 AWGN 信道和移动单频网信道下, 根据上述的 LLR 计算方法进行 SPA 译码和 Min-Sum 译码, 对两者的性能进行比较, 同时还给出了卷积码-16QAM 单载波通信系统的性能仿真.

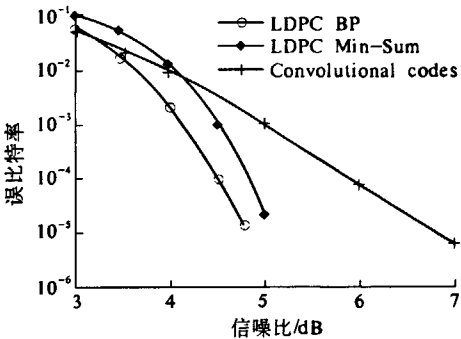


图 4 AWGN 信道下的性能  
Fig.4 The performance in AWGN channel

表 1 广播电视单频网信道 (SFN)  
Tab.1 Signal frequency network channel

SFN	Tap1	Tap2	Tap3
延时/ $\mu\text{s}$	0	19	52
功率/dB	0	-5	-1

3.1 高斯信道下的性能

系统中采用码率  $R=0.5$  的 (1 008, 504) LDPC 码, 其校验节点维度分布函数  $\rho(x) = 0.287\,70x^5 + 0.712\,30x^6$ , 变量节点维度分布函数为  $\lambda(x) = 0.000\,99 + 0.499\,01x + 0.178\,57x^2 + 0.142\,86x^3 + 0.178\,57x^6$ , 卷积码采用 DVB-T 标准中的 1/2 码率, 7, [171, 133] 的卷积码, 交织采用 DVB-T 中的内交织方案. 高斯信道下, 信道响

应系数为常数, 译码最大迭代次数设置为 50.

图 4 显示在 AWGN 信道下不同编译码方案的 BER 曲线, 可以看出当 BER 大于  $10^{-2}$  时, LDPC 码在译码性能上比卷积码有较大的优势. 在  $\text{BER} = 10^{-4}$  和  $10^{-5}$  条件下, LDPC-16QAM 系统的精确的 LLR 译码算法相对于卷积码可以提供近 1.5 dB 和近 2 dB 的增益; LDPC 码的两种译码算法性能相差不大, 因此在 AWGN 信道应用中我们可以采用近似的 LLR 计算方案.

3.2 移动单频网信道下的性能

随着世界各地数字电视地面广播的不断发展, 单频网作为一种提高频谱利用率的组网方案, 在进入实用和不断发展调整的阶段, 一些欧洲国家已经开始使用 DVB-T 中的单频网方案, 我国的单频网在 DMB-T 中的应用也正在试验中. 我们选取了如表 1 所示的广播电视单频网信道 (SFN) 来进行仿真测试<sup>[8]</sup>. 在接收端, 接收机先作信道估计, 而后根据信道估值做 MMSE 频域均衡和数据符号检测、解调解码, 译码最大迭代次数设置为 50, 可以得到图 5 的性能曲线.

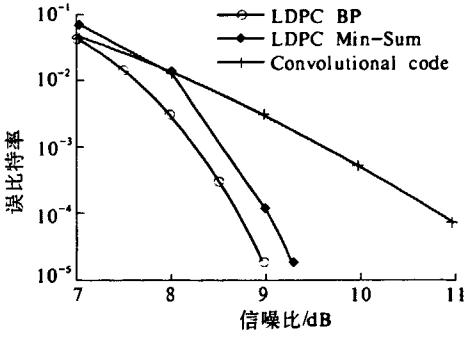


图 5 SFN 信道下的误码性能  
Fig.5 The Performance in SFN Channel

从图 4 可以看到, 在笔者的系统架构下, 相对于卷积码,  $\text{BER} = 10^{-4}$  的条件下, LDPC-16QAM 系统精确的 LLR 计算方案可获得大于 2 dB 的编码增益, 简化的 LLR 计算方案的编码增益约等于 2 dB; 精确的 LLR 计算方案与简化的 LLR 计算方案性能相差不大, 只有 0.5 dB 左右的差距.

4 结论

提出了在高阶调制下 LDPC 码两种译码算法的 LLR 计算方法, 由此构建了 LDPC-16QAM 单载波通信系统, 并给出了相应的频域均衡算法. 在各种信道条件下的仿真结果证明了笔者所提出的系统具有良好的性能. 在 AWGN 信道下, 相对于卷积码, 两种译码方案的编码增益都在 1.5 dB 以

上,而在 SFN 多径信道下,编码增益更是达到 2 dB 以上,非常适合于高速率、低误码率的数据传输业务.同时简化的 LLR 计算方案和 Normalized Min - Sum 译码算法相结合,译码性能与精确的 LLR 计算方案性能相差不大,但在实际应用中可以进一步的降低实现复杂度,为将来的硬件实现和系统集成打下了良好的基础.

### 参考文献:

- [1] MACKAY D J C, NEAL R M. Near Shannon limit performance of low - density parity - check codes[J]. *Electron. Lett.*, 1996, 32:1645 - 1646.
- [2] EDWARD C Y P, LIANG Y C. Expanded soft demapper for LDPC coded GMD-THP MIMO system[C]. *Radio and Wireless Symposium*, 2007 IEEE, 2007: 519 - 522.
- [3] CHEN J H, TANNER R M, JONES C, et al. Improved Min - Sum decoding algorithms for irregular LDPC codes[C]. *Information Theory*. 2005:449 - 453.
- [4] ZHAO J G, ZARKESHVARI F. On implementation of min - sum algorithm and its modifications for decoding low - density parity - check (LDPC) codes[J]. *IEEE Trans. Commun.*, 2005, 53(4):549 - 554.
- [5] VU H G, NGUYEN H H, DODDS D E. Error performance of coded modulation systems based on LDPC codes[C]. *Signal Processing Advances in Wireless Communications*, 2005: 131 - 135.
- [6] BARSOUM MAGED F, JONES CHRISTOPHER, FITZ M. Constellation Design via Capacity Maximization[C]. *Information Theory*, 2007, ISIT 2007: 1821 - 1825.
- [7] SURENDRA R M, RAMESH A, CHOCKALINGAM A. BER analysis of QAM with transmit diversity in Rayleigh fading channels[J]. *Global Telecommunications Conference*, 2003, GLOBECOM '03, IEEE, 2003, (2):641 - 645.
- [8] SONG B W, GUI L, GUAN Y F, et al. On channel estimation and equalization in TDS - OFDM based terrestrial HDTV broadcasting system[J]. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 2005, 51(3):790 - 797.

## Decoding Algorithm for LDPC Codes of High Order Modulation

CHEN Yan, CAI Can-hui

(College of Engineering and Science, Hua Qiao University, Quanzhou 362021, China)

**Abstract:** Based on low-density parity-check (LDPC) coded modulation system, a new soft decision metric, with and without noise variance knowledge, is derived. We applied the log-likelihood ratio (LLR) of the individual bits to BP and Min-Sum decoding algorithm of LDPC code and proposed how to evaluate the noise variance after equalizer. The simulation results show that compared with accurate scheme, the performances of this scheme has good performance both in AWGN and SFN channel, and have practical value.

**Key words:** low-density parity-check codes; high order modulation; multi-path channel; LLR