

混凝土板受冲切承载力计算方法探讨

石保全¹, 韩菊红², 吴松锋²

(1. 河南高速公路发展有限责任公司, 河南 郑州 450015; 2. 郑州大学 水利与环境学院, 河南 郑州 450001)

摘 要: 基于试验构件的冲切机理和受力特征, 采用刚塑性模型和双剪应力三参数强度理论, 对四边支承钢筋混凝土矩形板在矩形受力荷载作用下的冲切承载力进行极限分析, 求得混凝土板冲切承载力的理论计算公式. 在此基础上, 考虑混凝土板中抗弯纵向钢筋的作用, 提出混凝土板极限冲切承载力的建议计算公式. 与试验数据比较表明, 该公式的计算结果与试验结果吻合良好.

关键词: 混凝土板; 冲切承载力; 极限分析定理; 双剪应力三参数理论

中图分类号: TU371

文献标识码: A

0 引言

混凝土板的冲切破坏广泛存在于房屋、桥梁、港口等各种工程中, 如无梁楼盖的板柱连接、柱与基础的连接、轮压或集装箱支脚作用下的桥面板及高桩码头面板等. 由于板在集中荷载作用下的抗冲切设计是决定板厚的主要控制因素, 采取合理的钢筋混凝土板受冲切承载力计算方法显得日益重要^[1]. 随着混凝土强度理论的发展, 关于冲切破坏机理与计算方法的研究也逐步深入. Nielson^[2]、蒋大骅^[3]、韩菊红^[4]等分别用修正的 Coulomb 理论研究了不同边界条件的轴对称冲切问题; 严宗达^[5]用双剪强度理论、魏雪英^[6]用统一强度理论分别对轴对称冲切问题进行探讨. 这些研究对混凝土板冲切破坏有了更深的认识, 但所应用的强度准则都有一定的局限性, 或没有考虑中间主应力 σ_2 的作用而较为保守, 或只能适用于剪切强度极限 τ_0 与拉伸强度极限 σ_t 和压缩强度极限 σ_c 为 $\tau_0 = 2\sigma_t\sigma_c/(2\sigma_c + \sigma_t)$ 的材料.

作者采用刚塑性模型和双剪应力三参数强度理论, 推导出四边支承的混凝土矩形板在矩形受力荷载作用下的极限冲切承载力计算公式.

1 强度准则和计算模式

1.1 混凝土强度准则

采用双剪应力三参数混凝土强度准则^[7], 该

准则能反映混凝土类材料的拉伸强度 f_t 、压缩强度 f_c 和双轴等压强度 f_{bc} 不相等的特点. 当取不同的正应力影响系数时, 其数学表达式为

$$F = \tau_{13} + \tau_{12} + \beta_1(\sigma_{13} + \sigma_{12}) = C \quad (1)$$

$$F = \tau_{13} + \tau_{23} + \beta_2(\sigma_{13} + \sigma_{23}) = C \quad (2)$$

式中: 混凝土剪应力 $\tau_{13}, \tau_{12}, \tau_{23}$ 及其作用面上的正应力 $\sigma_{13}, \sigma_{12}, \sigma_{23}$ 分别为

$$\tau_{13} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3), \tau_{12} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2);$$

$$\tau_{23} = \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_3), \sigma_{13} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3);$$

$$\sigma_{12} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2), \sigma_{23} = \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3);$$

式中: β_1, β_2, C 为与材料有关的参数, 由材料强度试验数据确定.

满足式(1)或式(2)中的任意一式, 材料便达到极限状态.

令 $m = f_c'/f_t', \xi = f_{bc}'/f_c'$. 为了简化计算且偏于安全考虑, 按文献[8]取 $\xi = 12$, 代入式(1)及式(2), 可求得3个参数 β_1, β_2 和 C 分别为

$$\beta_1 = \frac{1.2m - 1}{1.2m + 1};$$

$$\beta_2 = \frac{1.2m - 1.4}{1.2m + 1};$$

$$C = \frac{2.4m}{1.2m + 1} f_t'.$$

式中: $f_t' = \gamma_t f_t, f_c' = \gamma_c f_c$ 分别为混凝土抗拉、抗

收稿日期: 2010-04-10; 修订日期: 2010-06-16

基金项目: 河南省创新人才培养基金项目(074100510021)

作者简介: 石保全(1964-), 男, 河南郑州人, 高级工程师, 主要从事水利工程及交通工程研究, E-mail: hanjh99@

zzu.edu.cn.

压的塑性强度; γ_1, γ_c 为混凝土折减系数. 可按混凝土达到极限应变 ($\varepsilon_{cu} = 0.003$) 前吸收能量能力相等原则^[9], 确定 $\gamma_c = 0.75$, 混凝土的极限拉应变为 $\varepsilon_{tu} = 0.0027$ ^[10], 近似按线性代换, 求得 $\gamma_1 = 0.675$.

对于混凝土板的冲切破坏, 可近似视为轴对称条件下的平面应变问题, 则有

$$\sigma_2 = \mu(\sigma_1 + \sigma_3)$$

将以上 β_1, β_2, c 和 σ_2 代入式(1)及式(2), 并用量纲为的应力 $\bar{\sigma}_i = \sigma_i / f_i$ 表示, 可得平面应变条件下双剪应力三参数混凝土强度准则的数学表达式为

$$\frac{2.4m - \mu}{2.4m} \bar{\sigma}_1 - \frac{1 + \mu}{2.4m} \bar{\sigma}_3 = 1 \quad (3)$$

$$\frac{(1.2m - 0.2)(\mu + 1)}{2.4m} \bar{\sigma}_1 + \frac{1.2m\mu - 0.2\mu - 2.4}{2.4m} \bar{\sigma}_3 = 1 \quad (4)$$

由式(3)和式(4)可以看出, 两式形式相同, 可转化为统一的表达式

$$K_1 \bar{\sigma}_1 - K_2 \bar{\sigma}_3 = 1 \quad (5)$$

式中: K_1, K_2 分别为两式中 $\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_3$ 的系数, 取式(3)和式(4)中使得最终计算结果最小时的值.

根据极限应力圆可求得 $\bar{\sigma}_3$ 的有效解为

$$\bar{\sigma}_3 = -\frac{K_2}{K_1^2 + K_2^2} \quad (6)$$

代入式(5), 得

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{K_1}{K_1^2 + K_2^2} \quad (7)$$

则有

$$\sigma_3 = -\frac{K_2}{K_1^2 + K_2^2} f_c \quad (8)$$

$$\sigma_1 = \frac{K_1}{K_1^2 + K_2^2} f_t \quad (9)$$

1.2 计算假定

混凝土板在局部荷载或集中反力作用下的冲切破坏, 实质上是双向受剪, 其两个方向的斜裂缝面形成一个截锥体形破坏面^[1], 如图1所示.

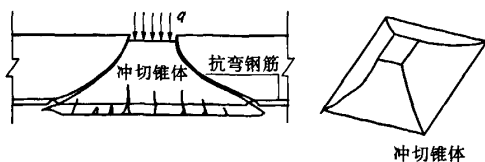


图1 冲切破坏示意图

Fig.1 Punching shear of concrete slabs

假设四边支承矩形混凝土板在正方形受力荷载作用下破坏环为正四棱台侧面, 采用刚塑型模型, 混凝土板的冲切破坏机构如图2所示. 刚性区 I 和 II 由塑性区 III 相连.

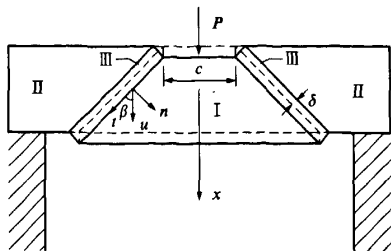


图2 混凝土板的破坏机构

Fig.2 Collapse mechanism of concrete slabs

计算假定如下:

(1) 将混凝土板在竖向荷载作用下的空间冲切破坏问题视为轴对称平面应变问题;

(2) 剪压区混凝土在压剪复合应力作用下服从双剪应力三参数混凝土强度准则;

(3) 抗弯纵筋作为混凝土板塑性区变形而存在, 不参与混凝土板极限冲切承载力的计算.

1.3 极限分析定理

如图2所示, u 为中心破坏体的下移速度, β 为母线与竖直方向的夹角, δ 为塑性变形区的初始厚度. 因此外荷载在混凝土板上所做的外力功率为

$$W_E = P \cdot u \quad (10)$$

设以 n 和 t 分别表示母线的法线和切线方向, 由几何关系可得到塑性区的应变率:

$$\dot{\varepsilon}_n = \frac{u \sin \beta}{\delta}, \quad \dot{\varepsilon}_t = 0, \quad \dot{\gamma}_{nt} = \frac{u \cos \beta}{\delta} \quad (11)$$

可得到相应的主应变率变为

$$\dot{\varepsilon}_1 = \frac{\dot{\varepsilon}_n + \dot{\varepsilon}_t}{2} + \sqrt{\left(\frac{\dot{\varepsilon}_n - \dot{\varepsilon}_t}{2}\right)^2 + \left(\frac{\dot{\gamma}_{nt}}{2}\right)^2} = \frac{u}{2\delta} (\sin \beta + 1) \quad (12)$$

$$\dot{\varepsilon}_3 = \frac{\dot{\varepsilon}_n + \dot{\varepsilon}_t}{2} - \sqrt{\left(\frac{\dot{\varepsilon}_n - \dot{\varepsilon}_t}{2}\right)^2 + \left(\frac{\dot{\gamma}_{nt}}{2}\right)^2} = \frac{u}{2\delta} (\sin \beta - 1) \quad (13)$$

根据极限分析定理, 混凝土板内部消耗功率为

$$D = \int_A W_A dA \quad (14)$$

式中: W_A 为塑性区 δ 厚度内单位体积的消耗功率, 即 $W_A = \delta(\sigma_1 \dot{\varepsilon}_1 + \sigma_3 \dot{\varepsilon}_3)$.

将各个变量代入式(14)得

$$\begin{aligned}
 D &= \int_A W_A dA = \int_A \delta(\sigma_1 \dot{\epsilon}_1 + \sigma_3 \dot{\epsilon}_3) dA \\
 &= \frac{f' u}{2(K_1^2 + K_2^2)} \int_A [(K_1 - K_2) \sin \beta + (K_1 + K_2)] dA \\
 &= \frac{f' u}{2(K_1^2 + K_2^2)} \left[(K_1 - K_2) \int_0^{h_0} 4(c + 2x \tan \beta) \sin \beta dx + (K_1 + K_2) \int_0^{h_0} 4(c + 2x \tan \beta) dx \right] \\
 &= \frac{2uf' h_0 (c + h_0 \tan \beta)}{(K_1^2 + K_2^2)} [(K_1 - K_2) \sin \beta + (K_1 + K_2)] \quad (15)
 \end{aligned}$$

根据虚功率原理,令式(10)和式(15)相等,可得混凝土板冲切承载力计算模式为

$$P = \frac{2uf' h_0 (c + h_0 \tan \beta)}{(K_1^2 + K_2^2)} [(K_1 - K_2) \sin \beta + (K_1 + K_2)] \quad (16)$$

2 冲切承载力计算公式

2.1 式(16)中系数的取值

2.1.1 K_1 和 K_2 的取值

将式(3)和式(4)的 K_1 和 K_2 代入式(16),比较可知,式(3)计算 P 值较小,故 K_1 和 K_2 的值可按下式计算:

$$\begin{aligned}
 K_1 &= \frac{2.4m - \mu}{2.4m} \\
 K_2 &= \frac{1 + \mu}{2.4m}
 \end{aligned}$$

2.1.2 m 的取值

对于一般混凝土材料, $\mu = 0.2$ 。根据文献[1]试验结果,并参照文献[4],取 $\beta = 65^\circ$,可得 $m = 10.3$ 。

2.2 纵向钢筋的影响

混凝土板发生冲切破坏时,板内纵向钢筋的应力尚未达到屈服状态。如图2所示,在塑性区Ⅲ中,纵向钢筋一方面制约混凝土板发生脆性破坏,另一方面,纵向钢筋在受力过程中产生销栓抗剪作用,即纵筋能传递一部分剪力参与抗剪。而在上述公式推导过程中,忽略了纵向钢筋的销栓抗剪作用。

文献[4,11]分别用不同的方法考虑抗弯纵筋的销栓抗剪作用来计算其对冲切承载力的贡献,结果得出纵筋的抗冲切承载力大约占无抗冲切钢筋钢筋混凝土板总承载力的10%~30%,作者取纵向钢筋对冲切承载力的贡献为10%。

2.3 计算公式

将各个系数代入式(16),并计入纵向钢筋对

冲切承载力的贡献,可得

$$P = 2.85f_t h_0 (c + 2.145h_0) \quad (17)$$

式(17)为考虑纵向钢筋作用的混凝土板极限冲切承载力计算公式。

将文献[1]的中置加载试验结果代入式(17),试验值与计算值比值的平均数为 $\mu = 1.09$,离散系数为 $\delta = 0.126$,符合性良好。

3 结论

(1) 双剪应力三参数理论可用于四边支承钢筋混凝土板的冲切承载力计算,简化后的计算公式简单,易于应用。

(2) 在混凝土板一定的配筋率范围内,配置的抗弯纵向钢筋在混凝土板中承担的抗冲切承载力变化不大,约占无抗冲切钢筋钢筋混凝土板总承载力的10%~30%,文中取10%,与现有试验资料符合良好,且偏于安全。

(3) 从建议公式可以看出,钢筋混凝土板冲切承载力的大小和混凝土的抗拉强度成线性关系,和板的厚度成二次函数关系。

参考文献:

- [1] 韩菊红,丁自强.钢筋混凝土四边支承矩形板抗冲切性能试验研究[J].建筑结构学报,1994,15(6):39~48.
- [2] NIELSON M P. Limit Analysis and Concrete Plasticity [M]. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1984.
- [3] JIANG D H, SHEN J H. Strength of concrete slabs in punching shear[J]. The Journal of ASCE, 1986, 112(12): 2578~2591.
- [4] 韩菊红.集中荷载下无腹筋钢筋混凝土四边简支整浇双向板抗剪性能试验研究[D].郑州:郑州工学院水利与环境学院,1989.
- [5] 严宗达.用双剪强度理论解混凝土板冲切的轴对称问题[J].工程力学,1996,13(1):1~7.
- [6] 魏雪英,杨政.用统一强度理论求解轴对称混凝土板的冲切强度[J].工程力学,2002,19(5):92~96.
- [7] 俞茂宏.混凝土强度理论及其应用[M].北京:高等教育出版社,2002:100~112.
- [8] GB 50010—2002 混凝土结构设计规范[S].北京:中国建筑工业出版社,2002.
- [9] 余志武.钢筋砼板和基础的极限承载力计算及破坏类型判别方法[J].建筑结构学报,1990,11(4):46~54.
- [10] 海海大学.水工钢筋混凝土结构学[M].北京:中国水利水电出版社,2009:18~20.

(下转第34页)

- 420 - 424.
- [6] 刘忠玉, 张天航, 马崇武. 起始水力梯度对饱和黏土一维固结的影响[J]. 岩土力学, 2007, 28(3): 467 - 470.
- [7] 谢海澜, 武强, 赵增敏. 考虑非达西渗流的弱透水层的固结计算[J]. 岩土力学, 2007, 28(5): 1061 - 1065.
- [8] 郭建, 陈刚, 孙爱荣. 考虑低速非 Darcy 渗流的饱和黏性土一维固结分析[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(7): 1115 - 1119.
- [9] 南京水利科学研究院. SL 237—1999 土工试验规程[S]. 北京: 中国水利水电出版社, 1999.

Experimental Study on Non - darcy Permeability Characteristics of Saturated Clays

SUN Li - yun¹, YUE Jin - chao¹, ZHANG Jie²

(1. School of Water Conservancy and Environment, Zhengzhou University, Zhengzhou, 450001, China; 2. School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou, 450001, China)

Abstract: Based on the consolidation and permeability tests of saturated clays in Henan, the permeability of clays under different consolidation pressures are systematically investigated by using the modified osmotic oedometer. Experiments prove that the flow in this soil does not obey Darcy's flow and it can be described by the two - section model of Hansbo's. Experiment results show that permeability and void ration of clay are nonlinear relationship, and the permeability of Henan clays decreases nonlinearly with consolidation pressure increasing. Then the relations of the void ratio and the flow parameters are analyzed.

Key words: non - Darcy flow; permeability; saturated clays; non - linearity

(上接第 30 页)

[11] 田文秀, 赵均海. 考虑抗弯钢筋影响的混凝土板冲

切承载力计算[J]. 强度与环境, 2007, 34(5): 36 - 41.

Calculation of Ultimate Punching Shear Strength of Concrete Slabs

SHI Bao - quan¹, HAN Ju - hong², Wu Song - feng²

(1. Henan Expressway Development Co. Ltd., Zhengzhou 450015, China; 2. School of Water Conservancy and Environment, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: In this paper, the ultimate punching shear strength of concrete slabs supported on four sides is obtained by using the twin - shear stress three - parameter strength theory. Rigid - plastic model has been adopted and the punching failure of concrete slabs is simplified as a problem of plane strain based on the mechanism of punching shear and patterns of failure of the members. A theoretical formula for calculating the ultimate punching shear strength of such elements is established with theorem of plastic limit analysis. Therefor, a corresponding proposed simplified method is put forward taking account of the action of the longitudinal reinforcement. It is anastomotic compared with experiment.

Key words: concrete slab; punching shear strength; theorem of plastic limit analysis; twin - shear stress three - parameter strength criterion