

文章编号:1671-6833(2010)06-0006-04

基于细观损伤的岩石受压本构关系模型研究

杨卫忠, 王 博

(郑州大学 土木工程学院, 河南 郑州 450001)

摘 要: 结合岩石破坏特征, 将岩石变形分解为弹性变形和由于微裂缝滑移的塑性变形两部分, 由此提出一种细观损伤单元, 发展了一类细观损伤物理模型, 并从细观层次上解释岩石受压应力-应变关系中的非线性和应变软化现象; 基于平衡和变协调条件, 建立弹塑性受压本构关系模型, 并建议了塑性变形的简化计算方法, 利用统计损伤理论和优化算法, 确定损伤演化方程, 并探讨模型参数与围压的经验关系, 进而建立起基于特定围压下的岩石损伤本构关系预测方法. 该方法与已有试验结果相比较, 结果吻合较好.

关键词: 岩石; 弹塑性本构模型; 细观损伤; 应变软化; 围压

中图分类号: TU452 **文献标识码:** A

0 引言

本构关系模型是结构分析中的关键问题之一, 它直接影响到计算结果, 因而吸引了诸多学者的关注. 自 Krajcinovic 引入基于概率分布的损伤变量以来^[1], 发表了大量基于损伤统计理论的岩石受压本构关系模型^[2-5], 它们假定损伤演化服从 weibull、正态等某一分布函数, 引入微元强度准则, 建立模型参数和围压的经验表达式, 该方法建立的本构模型能够较好地反映岩石在低围压下的本构性能, 而在高围压时的误差则较大. 文献[5]认为上述不足的主要原因是未考虑微元损伤后的残余承载力, 但是, 改进后本构关系模型较为复杂. 考察上述损伤模型后不难看出, 其本质仍属于弹性损伤模型, 而岩石的变形除弹性变形外, 还包含了沿微裂缝面滑移产生的塑性变形, 且该变形在高围压下的影响较为显著, 为反映这一客观物理现象, 有必要进一步研究岩石本构关系模型.

1 岩石受压损伤机制分析

研究表明^[6], 在常温和正常加载速率下, 岩石试件单轴单调受压时的应力-应变曲线具有非线性和应变软化特征, 残余强度较低, 破坏具有明显的剪切破坏特征, 其破坏面倾斜, 与荷载轴线的夹角约为 $45^\circ - \varphi/2$, φ 为岩石的内摩擦角. 存在

围压作用时, 围压大小强烈地影响着岩石的强度和变形, 总体而言, 随围压的增加, 峰值应力和变形均显著增加, 且残余强度也提高, 对于岩性较弱的岩石而言, 其弹性模量也随围压的增加而增加. 考虑岩石的破坏特征, 笔者认为, 在细观层次上, 岩石受压时的破坏属于剪切破坏机制, 总变形包含弹性变形和塑性变形, 岩石的细观损伤单元可用微弹簧和塑性元件的串联体来表征, 如图 1(a) 所示.

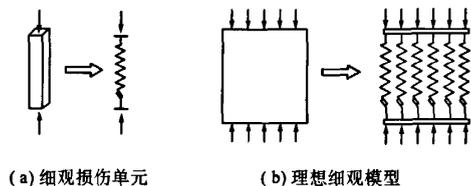


图 1 岩石细观损伤物理模型
Fig. 1 Meso-physical damage model of rock

图 1 中, 微弹簧部分假定为理想弹性材料, 模拟岩体的弹性变形, 而塑性元件则模拟微裂缝面的塑性变形, 当材料发生剪切破坏时, 该细观单元即失效. 由于岩石是一种内部存在微裂纹的材料, 且抗拉强度低于抗压强度, 受压的岩石试件可离散为由细观损伤单元组成的并联体, 即将沿平行压应力方向分成 M 个面积等于 A_i 、高度等于试件特征高度的细观损伤单元, 其两端通过刚性体相连, 保证每个单元体有相同的变形, 如图 1(b) 所

收稿日期: 2010-05-20; 修订日期: 2010-07-16

基金项目: 河南省教育厅自然科学基金项目(2009B560011)

作者简介: 杨卫忠(1966-), 男, 江苏张家港人, 郑州大学副教授, 博士, 从事材料的损伤本构理论研究, E-mail: ywz6518@hotmail.com.

示.为了分析岩石受压应力-应变关系方便,将量测变形高度等效为特征高度.

当轴心压力较小时,由于细观单元几乎不发生破坏,宏观上表现为应力-应变曲线的直线段;随压应变的不断增加,发生剪切破坏的单元体数量也在不断增加,内部微裂缝发展,导致变形增长快于应力增加,宏观上表现为应力-应变曲线的非线性;当外部压力产生的压应变达到一定值,引起剪切破坏的小柱体开始迅速增加,内部微裂缝发展由稳定变为非稳定,尽管单个小柱体的承载力仍在增大,而截面总压力开始减小,宏观上表现为应力-应变曲线到达峰值并出现软化,即存在下降段;由于单元产生剪切滑动后,残余的岩体间仍具有一定受压强度,因此,试件具有一定的残余强度.该细观模型能合理地解释岩石单轴受压时的非线性性能和宏观实验现象,可用损伤来综合反映受压过程中岩石材料的劣化.当存在侧向约束(如围压作用)时,细观单元的破坏强度提高,即单元破坏变形增加,宏观表现为随围压增加,强度和变形均显著提高.

2 受压本构关系模型

2.1 损伤变量

基于上节的细观层次上的机理分析,损伤变量 D 也采用 Rabotnov 的经典损伤力学定义,即

$$D = \frac{A_D}{A} \quad (1)$$

式中: A_D 为因细观损伤单元破坏而导致岩石退出工作的面积; A 为试件的横截面积.

试件轴心受压时,设外部压力为 F ,截面上产生的宏观名义压应力为 σ ,单元体产生均匀压应变 ε ,即 $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$,其中,弹性应变为 ε_e ,微裂缝面压应变为 ε_p ,则横截面上因单元剪切损伤而导致单元失效的面积为

$$A_D(\varepsilon) = \sum_{i=1}^M H(\varepsilon_e - \Delta_i) \cdot A_i \quad (2)$$

式中: Δ_i 为第 i 个小柱体发生剪切破坏时相应的压应变; $H(\cdot)$ 为 Heaviside 函数,即

$$H(\varepsilon_e - \Delta_i) = \begin{cases} 0, & \varepsilon_e \leq \Delta_i \\ 1, & \varepsilon_e > \Delta_i \end{cases} \quad (3)$$

进一步假定为 Δ_i 服从参数为 λ 和 ζ 的对数正态分布,当 $M \rightarrow +\infty$,式(1)损伤变量 D 可变换为

$$D(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta x} \cdot \exp\left(-\frac{(\ln x - \lambda)^2}{2\zeta^2}\right) dx \quad (4)$$

从式(4)可明显看出,损伤 D 具有一般损伤

变量的特征,即 $D=0$ (未发生损伤)和 $D=1$ (完全损伤),而且为一单调递增函数,满足损伤为不可逆过程的条件.

2.2 本构关系模型

由图1(b)的细观模型可知,在岩石试件宏观单轴受压的任意时刻,细观单元体处于平衡状态,即宏观压力应等于细观未破坏的单元体所受合力之和.考虑每个细观单元体的弹性模量和压应变均相同,再结合损伤变量的定义,可得

$$F(\varepsilon_e) = \sum_{i=1}^M E_m \varepsilon_e [1 - D(\varepsilon_e)] A_i \quad (5)$$

式中: E_m 为细观单元的弹性模量.

式(5)可变换为一般的应力-应变形式,即

$$\begin{aligned} \sigma(\varepsilon) &= E_m \varepsilon_e [1 - D(\varepsilon_e)] \\ &= E_m (\varepsilon - \varepsilon_p) [1 - D(\varepsilon_e)] \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)即为岩石单轴受压的弹塑性损伤本构关系模型.当不考虑微裂缝面变形时,式(6)与经典的基于等效应变或能量等效假设的弹性损伤本构关系模型^[7-8]相同.

当存在围压 σ_3 作用时,主应力 σ_1 方向的本构关系模型即为

$$\begin{aligned} \sigma_1 - \sigma_3 &= E_m \varepsilon_{1e} [1 - D(\varepsilon_{1e})] \\ &= E_m (\varepsilon_1 - \varepsilon_{1p}) [1 - D(\varepsilon_{1e})] \end{aligned} \quad (7)$$

2.3 塑性变形

塑性变形与微裂缝发展密切相关,它与损伤之间存在耦合效应.在细观上,微裂缝面变形主要由微缺陷的滑移引起,因此,其大小与损伤水平密切相关.基于上述分析,同时为了避免塑性力学方法的复杂性,笔者建议细观损伤单元中的微裂缝面变形计算模式采用如下的简化形式

$$\varepsilon_{1p} = \frac{\delta}{1 - D} \varepsilon_{1e} = \frac{\delta}{1 - D + \delta} \varepsilon_1 \quad (8)$$

式中: δ 为微裂缝面变形系数,它反映微裂缝面的滑移程度.

3 模型参数分析

3.1 基本参数

分析上述建立的有围压作用时的应力-应变曲线表达式不难发现,该曲线为一条通过起始点的单峰曲线,利用起始点和峰值点条件即可确定有关参数 λ , ζ 和 δ .

岩石受压时的弹性模量、峰值应力及其对应的应变分别用 E , σ_p 和 ε_p 表示,根据受压应力-应变曲线特征,有:①当 $\varepsilon_1=0$ 时, $\sigma_1=\sigma_3$, $d\sigma_1/d\varepsilon_1=E$; ②当 $\varepsilon_1=\varepsilon_{1p}$ 时, $\varepsilon_{1e}=\varepsilon_p$, $\sigma_1-\sigma_3=\sigma_p$, $d\sigma_1/d\varepsilon_1=0$.

将式(4)代入式(7),并利用上述两个条件,可解得

$$\zeta = \frac{e^{-0.5u_p^2}}{\sqrt{2\pi}} \cdot \eta; \quad \lambda = \ln \varepsilon_{ep} - \zeta \cdot u_p \quad (9)$$

式中: $u_p = \Phi^{-1} \left[1 - \frac{1}{\eta} \right] \cdot \eta = \frac{E \cdot \varepsilon_{ep}}{\sigma_p}$, $\Phi[\cdot]$ 为标准正态分布函数。

利用条件①,并注意到 $\varepsilon_1 = \varepsilon_{1e} + \varepsilon_{1p}$, 可求得宏观应力-应变曲线的起始点切线弹性模量为

$$E = \left. \frac{d\sigma(\varepsilon_1)}{d\varepsilon_1} \right|_{\varepsilon_1=0} = \frac{E_m}{1+\delta} \quad (10)$$

当考虑细观单元体受压泊松效应,并令宏观原点切线模量与细观单元弹性模量相等,即有

$$\delta = 2\nu^2 \quad (11)$$

式中: ν 为岩石的泊松比。

上述分析表明,在已知材料的弹性模量、泊松比,再结合峰值应力及应变,即可确定具体曲线。

3.2 参数与围压关系

为了增加模型预测能力,有必要进一步分析模型参数和围压的关系。这里,选取文献[9]的试验数据,结合笔者建立的本构关系模型,利用 POWELL 优化算法来确定弹性模量、峰值应力及弹性应变,并进一步求得系数 η 。计算时,取 $\nu = 0.25$,有关结果如图 2 所示。

优化分析结果表明, $E, \varepsilon_{ep}, \eta$ 与 σ_3 围压具有很高的线性相关,相关系数均在 0.99 以上,考虑

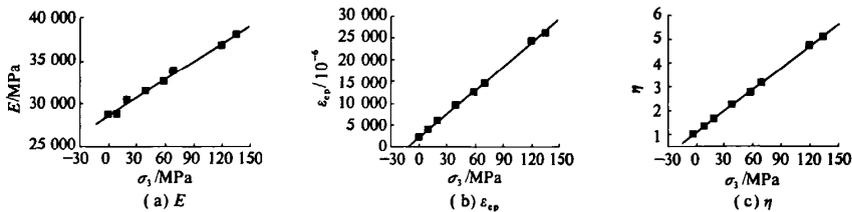


图 2 $E, \varepsilon_{ep}, \eta$ 与 σ_3 关系

Fig. 2 $E, \varepsilon_{ep}, \eta$ vs σ_3

到与单轴受压的一致性,具体表达式如下

$$E = E_0 + 70\sigma_3 \quad (12a)$$

$$\varepsilon_{ep} = \varepsilon_{ep,0} + 180\sigma_3 \quad (12b)$$

$$\eta = \eta_0 + 0.03\sigma_3 \quad (12c)$$

式中: $E_0, \varepsilon_{ep,0}, \eta_0$ 分别为 $\sigma_3 = 0$ MPa 时的相应值,即 28 560 MPa, 2 150 $\mu\varepsilon$ 和 1.098,与单轴受压时的分析结果十分相近。

4 试验验证

为了验证所建立的模型及参数确定方法的合

理性,笔者进一步将模型预测结果与试验结果进行比较,结果如图 3 所示。考察图 3 不难看出,该类岩石在不同围压下的应力-应变关系具有内在的一致性,建立的轴压弹塑性损伤本构关系模型能较好地预测了不同围压时岩石试件的受压全过程应力响应,同时,也验证了同一材料本构关系的内在一致性,从一个侧面反映了细观模型的合理性。利用上述分析结果和笔者导出的本构关系模型,可计算得到该类岩石在不同围压时的峰值应力及相应的应变,结果如图 4 所示。

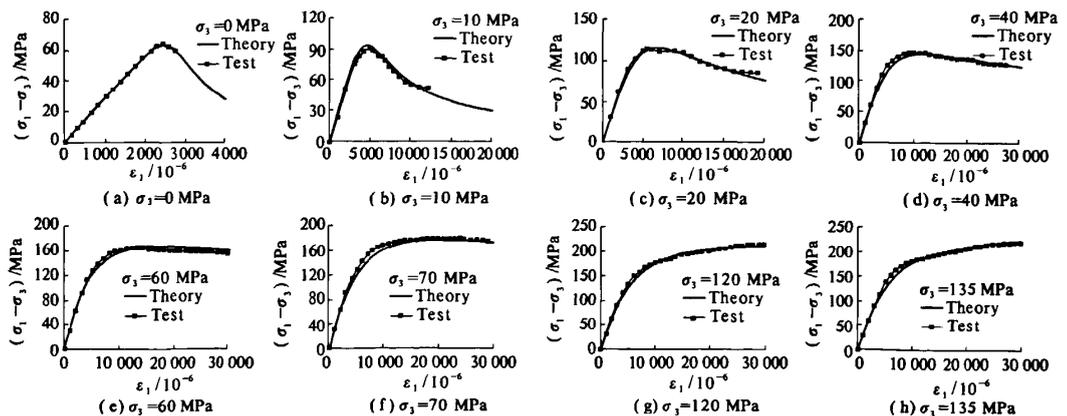


图 3 预测应力-应变曲线与试验曲线比较

Fig. 3 Comparison between experiments and analytical results in compression

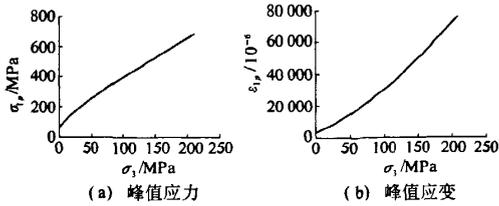


图4 预测的峰值应力及应变

Fig. 4 Stress and strain on peak of the curve

结果表明,在低围压时,峰值应力增加较快,随围压的增加,峰值应力增量降低,而峰值应变的变化规律与峰值应力的规律相反.同时,由于峰值应变增加,在高围压时,在试验观测范围内,应力-应变曲线表现为仅有上升段,即岩石呈现出硬化特征.上述特征试验结果相一致,进一步验证了该本构关系模型的合理性.

5 结束语

受压岩石的宏观性能和非线性可通过笔者所建立的细观损伤模型得到合理的解释,用损伤变量来综合反映.基于平衡和变形协调条件建立起轴压弹塑性损伤本构关系模型具有物理概念清晰、参数少而易于标定等优点,并可推广到三轴围压情况,而塑性变形则建议了简化计算方法,从而简化了本构计算.理论分析结果与试验结果符合良好,可作为进行结构分析的受压本构关系.

Research on Compressive Constitutive Model Based on Meso-scopic Damage of Rock Materials

YANG Wei-zhong, WANG Bo

(School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: Based on the failure mechanism of rock, a new meso-scopic damage element is put forward. Total strain is composed of elastic component and plastic component to model the slip of cracks. A meso-physical damage model, which is composed of sets of elements parallelized with rigid rods, is developed. The nonlinear performance and strain softening of the curve are analyzed from the view of meso-scopic level. With the help of force equilibrium and deformation compatibility, damage constitutional model of the rock material under monotonic compressive loading is deduced, and a simplified method to calculate the plastic strain is also suggested. By making use of statistical damage theory and optimized method, a statistical damage evolution equation is established, and the relation between the parameters of the model and specific confining pressure is discussed and set up based on the experimental results on the rock subjected to monotonic compressive loading under differential confining pressures. It is found that the calculated curve has a good agreement with the result of experiment's.

Key words: rock; elasto-plastic constitutive model; meso-scopic damage; strain softening; confining pressure.

参考文献:

- [1] KRAJICINOVIC D, SILVA M A G. Statistical aspects of the continuous damage theory [J]. *International Journal Solids Structures*, 1982, 18(7): 557-562.
- [2] 张毅, 廖华林, 李根生. 岩石连续损伤统计本构模型[J]. *石油大学学报: 自然科学版*, 2004, 28(3): 37-39.
- [3] 曹文贵, 赵明华, 刘成学. 基于 Weibull 分布的岩石损伤软化模型及其修正方法研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2004, 23(19): 3226-3231.
- [4] 李杭州, 廖红建, 盛谦. 基于统一强度理论的软岩损伤统计本构模型研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2006, 25(07): 1131-1136.
- [5] 曹文贵, 张升, 赵明华. 基于新型损伤定义的岩石损伤统计本构模型探讨[J]. *岩土力学*, 2006, 27(1): 41-46.
- [6] 凌贤长, 蔡德所. 岩体力学[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2002.
- [7] KACHANOV M. Effective elastic properties of cracked solids: Critical review of some basic concepts [J]. *Applied Mechanics Review*, 1992, 45: 304-335.
- [8] LEMAITRE J. How to use damage mechanics [J]. *Nuclear Engineering and Design*, 1984, 80(3): 233-245.
- [9] 林卓英, 吴玉山, 关玲莉, 等. 岩石在三轴压缩下脆-延性转化的研究[J]. *岩土力学*, 1992, 13(2/3): 45-53.