

文章编号:1671-6833(2010)02-0056-04

高速铁路随机振动轨道动力响应的概率分析

娄平, 赵永超

(中南大学 土木建筑学院, 湖南 长沙 410075)

摘要:视车辆、轨道为一个系统,利用弹性系统动力学总势能不变值原理和形成矩阵的“对号入座”法则建立该系统的竖向振动方程,考虑轨道随机不平顺,得到列车5种运行速度下轨道的随机动力响应。列车每种速度下每次得到的轨道动力响应最大值视为随机变量的一次观察值。计算结果表明:列车每种速度下钢轨和轨道板的位移最大值、加速度最大值、车轮加速度最大值以及轮轨力最大值等随机变量均服从正态分布;随着列车运行速度增加,轮轨力最大值随机变量的均值和轨道动力响应最大值随机变量的均值亦增加。

关键词:高速铁路;轨道;随机振动;随机不平顺;概率分析

中图分类号: U238

文献标识码: A

0 引言

列车-轨道耦合系统振动问题一直是铁路科技工作者广泛关注的研究课题之一。许多学者考虑轨道不平顺的随机性,对该系统随机振动问题进行了深入研究,并取得了丰富的研究成果。例如,文献[1]采用轨道结构随机振动理论的方法提出采用高弹性轨下垫板进行全面减振和采用设置高弹性枕下垫板的方法对接头重点减振的合理减振方案。文献[2]建立了随机振动分析理论,并通过计算实例给出了轮轨接触力功率谱和轨下基础动力及加速度功率谱。文献[3]建立了连续整体型浮置板结构的动力模型,分析了长度变化对轨道梁振动的影响。然而,较少有学者关注高速铁路轨道动力响应的概率分析。

笔者视列车-轨道为整个系统,利用弹性系统动力学总势能不变值原理及形成矩阵的“对号入座”法则^[4],在文献[5]的基础上,建立系统的振动方程,考虑轨道随机不平顺,对几种车速下轨道动力响应(钢轨位移最大值、钢轨加速度最大值、轨道板位移最大值、轨道板加速度最大值),车轮加速度最大值以及轮轨力最大值等随机变量的概率特征进行探讨。

1 系统模型

图1描绘了车辆-轨道系统模型,车体模拟为具有质量 m_c 和转动惯量 J_c 的刚体,每个转向架模拟为具有质量 m_t 和转动惯量 J_t 的刚体,每个车轮模拟为具有质量 m_w 的刚体。车体重心至前、后转向架重心的距离分别为 L 和 L_c ,同一个转向架前后轮对之间的距离之半为 L_t 。车体与转向架之间以及转向架与车轮之间的弹簧系数、黏滞阻尼系数均为 k_{ct} 、 c_{ct} 和 k_{tw} 、 c_{tw} 。车辆共有10个自由度,其中车体2个,即车体重心处的竖向位移 y_c 和转角位移 θ_c ;转向架4个,即前后转向架重心处的竖向位移 y_{t1} 、 y_{t2} ,转角位移 θ_{t1} 、 θ_{t2} ;车轮4个,即4个车轮的竖向位移分别为 y_{w1} 、 y_{w2} 、 y_{w3} 和 y_{w4} 。假定车轮总是和钢轨接触,则车轮的自由度非独立,故车辆只有6个独立的自由度。车辆自由度的正方向如图1所示,并且车辆所有的位移均从各自的静力平衡位置开始测量(车辆未进入轨道系统),车辆在 t 时刻沿轨道的运行速度和加速度分别为 $v(t)$ 和 $a(t)$ 。

假设:①视钢轨为离散黏弹性支点支承的长梁,道床板和混凝土支承层为连续黏弹性基础支承的短梁。②钢轨和道床板之间模拟为离散弹簧和阻尼器连接,道床板和混凝土支承层之间以及

收稿日期:2009-10-02;修订日期:2010-01-06

基金项目:国家自然科学基金重点资助项目(50938008)

作者简介:娄平(1968-),男,湖南浏阳人,中南大学副教授,博士,主要从事列车-轨道(桥梁)振动、结构可靠度的研究, E-mail: pinglou@mail.csu.edu.cn.

路基模拟为连续弹簧和阻尼器。

钢轨梁单元单位长度质量为 \bar{m}_r , 抗弯刚度为 $E_r I_r$; 道床板梁单元单位长度质量为 \bar{m}_s , 抗弯刚度为 $E_s I_s$; 支承板梁单元单位长度质量为 \bar{m}_q , 抗弯刚度为 $E_q I_q$; 离散弹簧的弹性系数为 k_d , 阻尼系数为 c_d ; 道床板和混凝土支承层之间竖向弹性系数为 k_{c1} , 阻尼系数为 c_{c1} ; 基础竖向弹性系数为 k_{c2} , 阻尼系数为 c_{c2} 。轨道向下的位移为正, 并且均从各自的静力平衡位置开始测量。用 r_s 表示钢轨的高低不平顺, 向下为正。

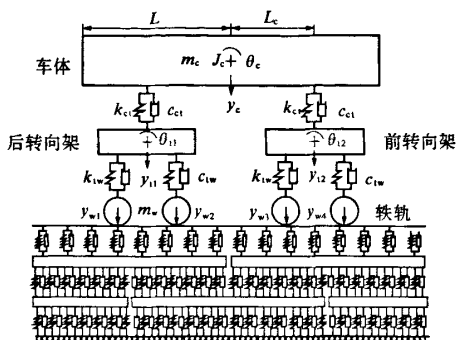


图1 车辆-轨道系统模型

Fig.1 Vehicle-track system model

假定 t 时刻车辆 4 个轮对从左至右运行在 4 个梁单元 (即 $i1, i2, i3$ 和 $i4$) 之中, 4 个轮轨接触点分别距各自梁单元左节点的距离是 x_{i1}, x_{i2}, x_{i3} 和 x_{i4} 。4 个轮轨接触点的约束方程可以表达为^[5]:

$$y_{wh}(t) = [N]_{x=x_{ih}} \{q\}_{ih}^e + V_s = x_{ih} \quad (1)$$

$$\dot{y}_{wh}(t) = [N]_{x=x_{ih}} \{\dot{q}\}_{ih}^e + v[N']_{x=x_{ih}} \cdot \{q\}_{ih}^e + v \cdot r'_{x=x_{ih}} \quad (2)$$

$$\ddot{y}_{wh}(t) = [N]_{x=x_{ih}} \{\ddot{q}\}_{ih}^e + 2v[N']_{x=x_{ih}} \{\dot{q}\}_{ih}^e + a[N'']_{x=x_{ih}} \{q\}_{ih}^e + v^2[N'']_{x=x_{ih}} \{q\}_{ih}^e + ar'_{x=x_{ih}} + v^2 r''_{x=x_{ih}} \quad (3)$$

式中: $y_{wh}(t)$ 、 $\dot{y}_{wh}(t)$ 和 $\ddot{y}_{wh}(t)$ 分别为第 h ($h=1, 2, 3, 4$) 个轮对的竖向位移、速度和加速度; $[N]$ 表示梁单元的形函数矩阵; $\{q\}_{ih}^e$ 、 $\{\dot{q}\}_{ih}^e$ 和 $\{\ddot{q}\}_{ih}^e$ 分别表示第 ih 个钢轨单元的节点位移矢量、节点速度矢量和节点位加速度矢量; 上标“ \cdot ”表示对局部坐标 x 的导数。

2 竖向振动方程的建立和求解

应用弹性系统动力学总势能不变值原理^[4], 对 4 轴车辆-轨道系统的总势能进行变分并运用“对号入座”法则, 便可以得到 4 轴车辆-轨道系

统的有限元形式振动方程。其表达式如:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{P\} \quad (4)$$

式中: $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ 和 $\{P\}$ 分别为车辆-轨道系统的质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵和外荷载列阵; $\{q\}$ 、 $\{\dot{q}\}$ 和 $\{\ddot{q}\}$ 分别为车辆-轨道系统的位移矢量、速度矢量和加速度矢量。 $[M]$ 、 $[C]$ 、和 $\{P\}$ 都是时变的, $[K]$ 是不对称矩阵。

3 轨道不平顺的数值模拟

为了研究列车和轨道结构系统的随机振动, 须对轨道不平顺进行大量的测试和统计分析, 建立反映轨道不平顺随机特性的功率谱密度, 即轨道谱^[6]。国外常见的轨道谱主要为美国分级轨道谱、德国高速轨道谱。国内常见的是长沙铁道学院建议的轨道谱、铁道科学研究院建议的轨道谱等。在本文研究中, 轨道不平顺随机过程的数值模拟是一个至关重要的问题。

目前, 国内外常用的轨道不平顺数值模拟方法主要有二次滤波法、三角级数法和白噪声滤波法等。笔者采用 MATLAB 编制计算机程序, 利用三角级数法模拟了美国六级轨道谱随机不平顺样本。美国六级谱高低不平顺功率谱密度表达式为:

$$S_r(w) = \frac{kA_v w_c^2}{(w^2 + w_c^2)w^2} \quad (5)$$

式中: $S_r(w)$ 为轨道不平顺功率谱密度, $\text{cm}^2 \cdot \text{m}/\text{rad}$; w 为空间频率, rad/m ; w_c 为截断频率, 其值为 $0.8245 \text{ rad}/\text{m}$; A_v 为粗糙度系数, 其值为 $0.0339 \text{ cm}^2 \cdot \text{rad}/\text{m}$; k 一般取 0.25 。

在模拟中, 空间波长取为 $0.5 \sim 50 \text{ m}$, 对应的截止频率为 w_1 和 w_u , 分别为 $2\pi \times 0.02 \text{ rad}/\text{m}$ 和 $2\pi \times 2 \text{ rad}/\text{m}$, 将 w_1 和 w_u 之间划分 500 个相等的间隔。图 2 给出了轨道高低不平顺的一个模拟样本。

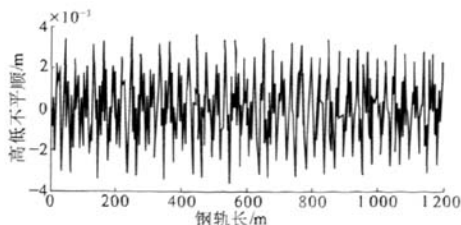


图2 轨道不平顺样本

Fig.2 Track irregularity sample

4 轨道动力响应的概率分析

考虑轨道随机不平顺, 计算 ICE-2 型列车在一动三拖模式下分别以 $60, 70, 80, 90, 100 \text{ m/s}$ 速

度运行在一段路基的 A 型板式轨道的动力响应。对于轨道动力响应,通常关心其最大值,视某轨道动力响应最大值为随机变量。每种速度均计算 50 次(即每种速度列车运行 50 次),即可得到某轨道动力响应最大值随机变量的 50 个观测值。使用非参数检验方法^[7]可得到随机变量的概率分布与特征。使用比较多的两种非参数检验方法分别是:总体分布的卡方检验和 K-S 检验。

笔者拟用 K-S 检验对所求得的数据进行处理。单样本 K-S 检验的基本思路是:根据样本数据和用户的指定构造出理论分布,查分布表得到的相应的理论累计概率分布函数 $F_0(x)$;利用样本数据点的累计概率,得到经验累计概率分布函

数 $S_0(x)$;计算与在相同变量值点 x 上的差 $D(x)$,得到差值序列 D 。单样本 K-S 分布表(小样本)或正态分布表(大样本)给出对应的相伴概率值。如果相伴概率值小于或等于用户心中的显著性水平 α ,则应拒绝 H_0 ,认为样本来自的总体与指定的分布有显著差异;如果相伴概率值大于用户心中的显著性水平 α ,则不能拒绝 H_0 ,可以认为样本来自的总体与指定的分布无显著差异。表 1 和表 2 给出了 60 m/s 速度工况下钢轨最大位移、钢轨最大加速度、轨道板最大位移、轨道板最大加速度、轮对加速度最大值和轮轨相互作用力最大值等变量随机变量 K-S 检验的分析结果(每个随机变量 50 个样本)。

表 1 样本特征(60 m/s)
Tab.1 Sample characteristics (60 m/s)

样本特征	轮轨力最大值/kN	车轮加速度最大值 /($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)	钢轨大位移最大值 /m	钢轨加速度最大值 /($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)	轨道板位移最大值/m	轨道板加速度最大值 /($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)
样本均值	184.994	84.448	1.40E-3	155.716	4.46E-04	53.567
样本标准差	11.557	8.644	1.82E-4	18.667	5.39E-05	8.739

表 2 K-S 检验分析结果(60 m/s)
Tab.2 K-S Test results of the analysis(60 m/s)

K-S 检验量	轮轨力最大值	车轮加速度最大值	钢轨位移最大值	钢轨加速度最大值	轨道板位移最大值	轨道板加速度最大值
$D(x)$ 最大绝对值	0.142	0.163	0.172	0.151	0.172	0.173
$D(x)$ 最大正值	0.142	0.163	0.172	0.151	0.172	0.173
$D(x)$ 最大负值	-0.098	-0.091	-0.161	-0.076	-0.130	-0.088
样本 Z 统计量	1.001	1.151	1.216	1.069	1.219	1.222
相伴随概率值	0.269	0.142	0.104	0.204	0.103	0.101

从表 1,2 可知:随机变量钢轨加速度最大值样本数据的均值为 155.716 m/s^2 ,标准差为 18.667 m/s^2 。 $D(x)$ 的最大绝对值为 0.151, $D(x)$ 的最大正值为 0.151,最小负值为 -0.076。根据 $D(x)$ 计算出的 K-S 的 Z 统计量为 1.069,对应的相伴随概率值为 0.204。由于相伴随概率值大于显著性水平 0.05,因此,不能拒绝零假设,可以认为钢轨加速度最大值服从均值为 155.716 m/s^2 ,标准差为 18.667 m/s^2 的正态分布。同理,随机变量钢轨位移最大值、轨道板位移最大值、轨道板加速度最大值、轮轨力最大值和车轮加速度最大值等的相伴随概率值均大于 0.05,所以均可认为其服从正态分布。

其它速度下,亦可按照同样的分析方法,分别得出上述轨道动力响应最大值随机变量其服从相应正态分布的结论。为省略篇幅,其它 4 种速度工

况 K-S 检验分析结果从略。图 3~5 给出了系统动力响应最大值随机变量的均值随速度变化的关系曲线。从图 3~5 可知,随着列车运行速度的增加,轮轨力最大值增加最快,车轮加速度最大值增加较快,轨道板位移最大值增加较慢。

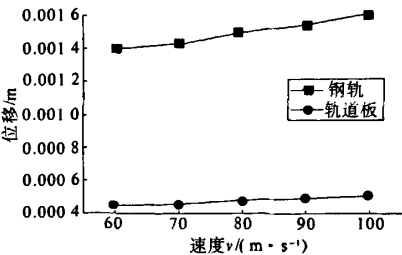


图 3 位移最大值的均值与速度的关系
Fig.3 The relationship between the mean of maximum displacement and the velocity

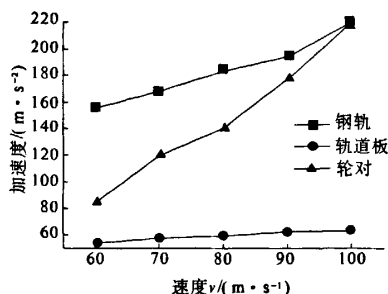


图4 加速度最大值的均值与速度的关系

Fig. 4 The relationship between the mean of maximum acceleration and the velocity

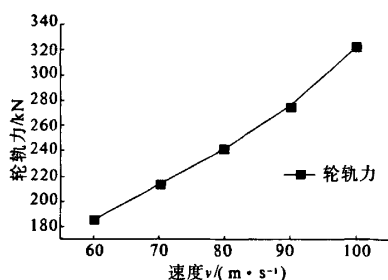


图5 轮轨力最大值的均值与速度的关系

Fig. 5 The relationship between the mean of maximum wheel - rail force and the velocity

5 结论

(1)列车每种速度下钢轨和轨道板位移的最大值、加速度最大值、车轮加速度最大值以及轮轨力最大值等随机变量均服从正态分布。

(2)随着列车运行速度增加,轮轨力最大值和轨道动力响应最大值的均值亦增加。其中,轮轨力最大值增加最快,车轮加速度最大值增加较快,轨道板位移最大值增加较慢。

参考文献:

- [1] 王澜,姚明初. 轨道结构随机振动理论及其在轨道结构物减振研究中的应用[J]. 中国铁道科学, 1989,10(2):41-59.
- [2] 李成辉,万复光. 轨道结构随机振动[J]. 铁道学报, 1998,20(3):97-101.
- [3] 杨广军,董晓马,李广慧,等. 连续型浮置板的长度变化对轨道梁振动的影响[J]. 郑州大学学报:工学版,2008,29(3):113-116.
- [4] 曾庆元,郭向荣. 列车桥梁时变系统振动分析理论与应用[M]. 北京:中国铁道出版社,1999.
- [5] 姜平,曾庆元. 车辆-轨道-桥梁系统竖向运动方程的建立[J]. 铁道学报,2004(5):71-80.
- [6] 王福天. 车辆系统动力学[M]. 北京:中国铁道出版社,1994.
- [7] 苏金明. 统计软件 SPSS 12.0 for Windows 应用及开发指南[M]. 北京:电子工业出版社,2005.

Track Dynamic Response Probability Analysis for Random Vibration of High - speed Railway

LOU Ping, ZHAO Yong - chao

(School of Civil Engineering and Architecture, Central South University, Changsha 410075, China)

Abstract: Vehicle and track are considered as an entire system. The vertical equations of motion for a vehicle - track system are formulated by the principle of total potential energy with stationary value in elastic system dynamics and the "set - in right - position" rule for formulating matrices. The random irregularity of the rail is considered. The dynamic response of train at five different speed levels excited by the irregularity of track are obtained. The maximum dynamic response of each speed is considered a sample observations of the random variable. The samples are regarded as random variable which is used in the probability analysis. The results indicate that the random variables of the maximum displacement and acceleration of rails and track slabs, the maximum wheel acceleration, and the maximum wheel - rail force all fall into normal distribution. With the increase of train speed, the mean of random variable maximum value of wheel - rail force and the mean of random variables maximum value of the track dynamic response also increased.

Key words: high - speed railway; track, random vibration; random irregularity; probability analysis