

文章编号:1671-6833(2010)02-0009-05

下承式双肋斜张拱桥侧倾稳定实用计算方法

艾永明, 黄平明, 杨炳成

(长安大学 桥梁与隧道陕西省重点实验室, 陕西 西安 710064)

摘要:考虑索和吊桥的非保向力效应,利用能量法对下承式平行双肋斜张拱桥的横向稳定问题进行分析,得到了斜张拱桥横向屈曲临界荷载的实用计算表达式。研究表明,索结构的索面大小、水平倾角、索张力大小及拱上锚固位置和拱结构的矢跨比、横撑在拱切向面内抗弯刚度、横撑数量等因素对结构横向稳定性能影响很大,而横撑在拱径向面内抗弯刚度和拱肋抗扭刚度、竖向抗弯刚度等因素的影响很小;考虑非保向力效应后,拉索使结构横向稳定性能有显著提高。

关键词:斜张拱桥;侧倾稳定;临界荷载;非保向力

中图分类号: U 448.29

文献标识码: A

0 引言

斜张拱桥是一种新型的桥梁结构形式,它是拉索和拱的组合结构,其横向稳定问题和普通拱桥一样,都是拱肋的横向失稳。拱桥中,双肋拱是常采取的一种结构形式,它又可细分为上承式、中承式和下承式3种。上承式一般用于圬工拱桥,横向稳定性较好,而其它两种结构形式因为由吊杆悬吊,横向稳定性较差。目前对于拱桥横向稳定性的研究,一般都只对圆弧拱受径向荷载的情况进行研究,目的是为了获得解析闭合解,对于抛物线和悬链线拱则多是进行试算^[1]。另外,圆弧拱在小矢跨比的情况下与抛物线拱和悬链线拱具有较好的近似性^[2-3]。因此,以圆弧拱的横向稳定性研究代替抛物线拱和悬链线拱在实际应用中是可行的。笔者在一些假定的基础上,采用能量法对下承式平行双肋斜张拱桥的横向稳定问题进行分析,讨论了各结构参数对结构横向稳定性能的影响,并提出了改善结构横向稳定性能的有效途径。

1 基本假定

为了简化计算,笔者做如下假定:①拱轴线为圆弧;②横撑与拱肋刚性连接,所有横撑沿拱轴线等间距分布,只计其刚度,不计其重量;③拱肋与横撑的截面均为双对称等截面,且横撑的截面主惯性

轴之一与拱肋的径向一致;④拱肋轴向变形不计;⑤拉索分别布置在两个拱肋平面内,各拉索具有相同的水平倾角,拉索和吊杆布置间距较小,其作用于拱肋的力满足膜张力假定^[4];⑥认为索塔刚度无限大,拉索上端固结,且不考虑拉索的垂度效应;⑦桥面具有横向抗弯刚度,而忽略其竖向刚度。

2 侧向失稳临界荷载表达式

2.1 结构变形及几何关系

双肋斜张拱桥的计算简图如图1所示。两片拱肋平行布置,桥面宽度为 B ,拱轴线的半开角为 α ,拉索的水平倾角为 ϕ ,拉索与吊杆锚固于拱肋的同一节点处,水平间距为 a ,其在相应拱肋上的弧长为 a' ,索塔与拱脚的距离为 b 。

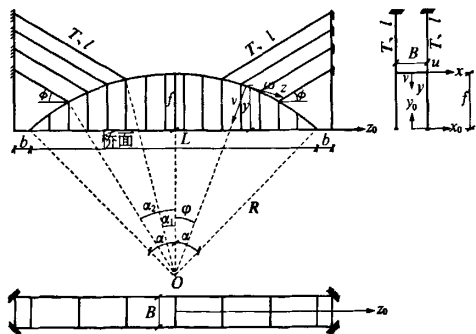


图1 斜张拱桥计算简图

Fig. 1 Calculation diagram of cable-stayed arch bridge

收稿日期:2009-08-09;修订日期:2009-12-29

基金项目:湖北省交通科研计划资助项目(20043431203)

作者简介:艾永明(1977-),男,江西东乡人,长安大学博士研究生,研究方向为桥梁结构理论与工程控制,E-mail:

aiyongming13@126.com.

用建立在拱系中性轴上的空间流动坐标系来描述拱的位移,各个坐标方向符合右手法则.拱系中性轴上沿 x, y, z 轴方向的位移为 u, v, w , 绕 x, y, z 轴的转角分别为 β, γ, θ .

考虑到横向变形忽略中轴线径向位移,两拱肋的位移可表示为

$$\begin{cases} u^I = u^II = u \\ v^I = \frac{B}{2}\theta; v^II = -\frac{B}{2}\theta \\ w^I = \frac{B}{2}\gamma; w^II = -\frac{B}{2}\gamma \end{cases} \quad (1)$$

式中:上标表示拱肋号.

两拱肋绕轴的曲率及绕 w 轴的曲率为

$$K_v^I = K_v^II = \frac{\theta_c}{R} + u''; K_w^I = K_w^II = \theta_c' + \frac{u'}{R} \quad (2)$$

式中:上标“ I ”和“ II ”分别表示对坐标 s 求一次、二次偏导数.

绕 u 轴的曲率为

$$K_u^I = \frac{1}{R}(w^I)' + (v^I)''; K_u^II = \frac{1}{R}(w^II)' + (v^II)'' \quad (3)$$

将式(1)代入式(3),且 $\gamma = \frac{du}{ds}$, 则式(3)可化为

$$K_u^I = \frac{B}{2}\left(\theta'' + \frac{1}{R}u''\right); K_u^II = -\frac{B}{2}\left(\theta'' + \frac{1}{R}u''\right) \quad (4)$$

由拱轴不伸缩条件得^[4]

$$\int_I v^I ds = \int_I v^II ds = \frac{R}{2} \int_I (u')^2 ds + \frac{R}{8} \int_I B^2 (\theta')^2 ds \quad (5)$$

2.2 非保向力

拱肋侧倾时,吊杆拉力及索张力的水平分力将会对拱肋起到阻止拱肋侧倾的作用,而对桥面的侧倾起到促进作用,此即为非保向力效应,如图2所示.设桥面的横向位移为 u_d .

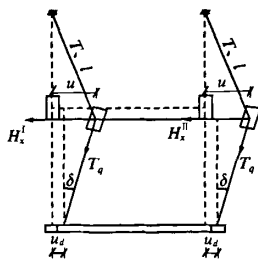


图2 非保向力示意图

Fig.2 Non-directional load

桥面到拱肋的距离为

$$y = f - R(1 - \cos\varphi) \quad (-\alpha \leq \varphi \leq \alpha) \quad (6)$$

索长为

$$l = \left(b + \frac{L}{2} - R\sin\varphi\right) / \cos\phi \quad (-\alpha \leq \varphi \leq \alpha) \quad (7)$$

吊杆拉力对拱肋的水平分力为

$$H_x^I = H_x^II = T_q \sin\delta = q a \sin\delta \quad (8)$$

由于侧向位移是一个微量,可认为有

$$\sin\delta = \delta = \frac{u - u_d}{y} \quad (9)$$

则

$$H_x = H_x^I + H_x^II = 2qa \frac{u - u_d}{y} \quad (10)$$

同理,索张力对拱肋的水平分力为

$$T_x = T_x^I + T_x^II = 2T \frac{u}{l} \quad (11)$$

2.3 能量分析与位移函数

2.3.1 拱肋和横撑在径向平面内的变形和变形能

横撑的竖向刚度使拱肋产生局部扭转角 θ_1 , 和横系梁的梁端转角 θ_2 (图3(a)), 随之产生的拱肋局部扭矩为 $T_r = \frac{2GJ}{D}\theta_1$ 及横撑端弯矩为 M_{bw}

$$= \frac{6E_b I_{bw}}{B} \theta_2.$$

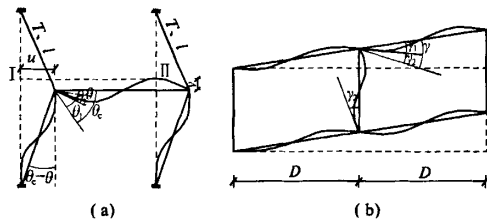


图3 拱肋和横撑的变形

Fig.3 Deformation of the arch rib and transverse brace

由于 $\theta_1 + \theta_2 = \theta_c - \theta$, $M_{bw} = 2T_r$, 则

$$\begin{cases} \theta_1 = \frac{3E_b I_{bw} D}{3E_b I_{bw} D + 2GJB} (\theta_c - \theta) \\ \theta_2 = \frac{2GJB}{3E_b I_{bw} D + 2GJB} (\theta_c - \theta) \end{cases} \quad (12)$$

式中: GJ 为拱肋抗扭刚度; $E_b I_{bw}$ 为横撑在拱径平面内的抗弯刚度; D 为横撑间距.

径向局部变形引起的拱肋和横撑弯扭变形能为

$$U'_{rw} + U_{bw} = 2 \times \frac{1}{2} \int_I \frac{2T_r}{D} \theta_1 ds + 2 \times \frac{1}{2} \int_I \frac{M_{bw}}{D} \theta_2 ds \quad (13)$$

其中, s 为拱肋切线拖带坐标.

2.3.2 拱肋和横撑在切向平面内的变形和变形能

结构整体侧倾使拱肋和横系梁产生局部的 s

形挠曲(图3(b)),在刚性连接点处有

$$r = r_1 + r_2; M_{bv} = 2M_{rv} \quad (14)$$

因 $M_{bv} = \frac{6E_b I_{bv}}{B} r_2, M_{rv} = \frac{6EI_{rv}}{D} r_1$, 则有

$$\begin{cases} r_1 = \frac{E_b I_{bv} D}{E_b I_{bv} D + 2EI_{rv} B} r \\ r_2 = \frac{2EI_{rv} B}{E_b I_{bv} D + 2EI_{rv} B} r \end{cases} \quad (15)$$

式中: $E_b I_{bv}$ 为横撑在拱切向平面的抗弯刚度; EI_{rv} 为拱肋侧向抗弯刚度。

切向局部变形引起的拱肋和横撑弯扭变形能为

$$U'_{rv} + U_{bv} = 2 \times \frac{1}{2} \int_s \frac{2M_{rv}}{D} r_1 ds + 2 \times \frac{1}{2} \int_s \frac{M_{bv}}{D} r_2 ds \quad (16)$$

2.3.3 体系其他应变能和径向荷载做的功

拱肋侧倾时,不计拱肋的微小变形对索张力及刚度的影响,将索张力分解到拱肋径向和切向。因不计拱轴线应变,只考虑拉索在拱肋径向方向上所作的功。

索张力在拱肋径向的分力为

$$T_v^I = T_v^{\text{II}} = T \sin(\phi + \varphi) \quad (17)$$

索张力的径向分力引起的轴向应变能为

$$U_r = \frac{1}{2} \int_s \frac{T_v^I}{a'} v^I ds + \frac{1}{2} \int_s \frac{T_v^{\text{II}}}{a'} v^{\text{II}} ds \quad (18)$$

其中, s' 为索面内拱肋切线拖带坐标。

拱肋总体弯扭应变能为

$$\begin{aligned} U_{rv} + U_r + U_{rw} &= \frac{1}{2} \int_s EI_{rv} (K_v^I)^2 ds + \frac{1}{2} \int_s EI_{rv} (K_v^{\text{II}})^2 ds \\ &+ \frac{1}{2} \int_s EI_{rv} (K_v^I)^2 ds + \frac{1}{2} \int_s EI_{rv} (K_v^{\text{II}})^2 ds \\ &+ \frac{1}{2} \int_s GJ (K_v^I)^2 ds + \frac{1}{2} \int_s GJ (K_v^{\text{II}})^2 ds \end{aligned} \quad (19)$$

非保向力引起的变形能为

$$\begin{aligned} V_{rk} + V_{dk} + U_D &= \frac{1}{2} \int_s \frac{H_k}{a'} u ds + \frac{1}{2} \int_s \frac{T_s}{a'} u ds - \\ &\frac{1}{2} \int_s \frac{H_s}{a'} u_s dl + \frac{1}{2} \int_s E_D I_D (u_s')^2 dl \end{aligned} \quad (20)$$

式中: EI_{rv} 为拱肋竖向抗弯刚度; V_{rk} 为拱肋的弹性势能; V_{dk} 为桥面的弹性势能; U_D 为桥面的抗弯变形能。

径向荷载做的功为

$$U_q = \int_s q v^I ds + \int_s q v^{\text{II}} ds \quad (21)$$

2.3.4 位移函数与边界条件^[6]

设位移函数为

$$u = a_0 g, \theta = b_0 g, \theta_c = c_0 g, u_d = d_0 g \quad (22)$$

对于拱脚两端固结, $g = 1 + \cos \frac{\pi \varphi}{\alpha}$, $-\alpha \leq \varphi \leq \alpha$ 。

2.4 临界荷载表达式

结构的总应变能为

$$U = U_{rv} + U_r + U_{rw} + U'_{rv} + U_{bv} + U'_{rv} + U_{bv} + U_T + U_q + V_{rk} + V_{dk} + U_D \quad (23)$$

将式(22)代入式(23)中,得

$$U = \frac{EI_{rv}}{R^3} [(G_1 - \lambda G_2) a_0^2 + (G_3 - \lambda G_4) b_0^2 + G_5 c_0^2 + G_6 a_0 b_0 + G_7 b_0 c_0 + G_8 a_0 c_0 - \lambda G_{11} a_0 d_0 + (G_{10} - \lambda G_9) d_0^2] \quad (24)$$

式中: $q = \lambda \frac{EI_{rv}}{R^3}$, $k_1 = \frac{GJ}{EI_{rv}}$, $k_2 = \frac{EI_{rv}}{EI_{rv}}$, $k_3 = \frac{E_b I_{bv}}{EI_{rv}}$,

$$k_4 = \frac{E_b I_{rv}}{EI_{rv}}, k_r = \frac{TR^3}{aEI_{rv}}, k_D = \frac{E_D I_D}{EI_{rv}}, A_1 = \int_{-\alpha}^{\alpha} B^2 g^2 d\varphi,$$

$$A_2 = \int_{-\alpha}^{\alpha} g^2 d\varphi, A_3 = \int_{-\alpha}^{\alpha} g g^2 d\varphi, A_4 = \int_{-\alpha}^{\alpha} g^2 d\varphi,$$

$$A_5 = \int_{-\alpha}^{\alpha} g^2 d\varphi, A_6 = \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{g^2}{B + \frac{3E_b I_{bv} D}{2GJ}} d\varphi,$$

$$A_7 = \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{g^2}{B + \frac{E_b I_{bv} D}{2EI_{rv}}} d\varphi,$$

$$A_8 = 2 \int_{\alpha_1}^{\alpha} \sin(\phi + \varphi) \cos \varphi g^2 d\varphi,$$

$$A_9 = 2 \int_{\alpha_1}^{\alpha} B^2 \sin(\phi + \varphi) \cos \varphi g^2 d\varphi,$$

$$A_{10} = \int_{\alpha_1}^{\alpha} B^2 g^2 d\varphi, A_{11} = \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{R \cos \varphi}{af - R(1 - \cos \varphi)} g^2 d\varphi,$$

$$A_{12} = 2 \int_{\alpha_1}^{\alpha} \frac{R \cos \phi \cos \varphi}{b + \frac{L}{2} - R \sin \varphi} g^2 d\varphi, A_{13} = \int_{-\alpha}^{\alpha} \cos \varphi g^2 d\varphi,$$

$$G_1 = \frac{k_2 A_1}{4R^2} + A_2 + k_1 A_5 + \frac{6R^3 k_3 A_7}{D} + (A_8 + A_{12}) k_r,$$

$$G_2 = A_5 - A_{11}, G_3 = \frac{k_2}{4} A_1 + \frac{6R^4 k_4 A_6}{D} + \frac{k_r A_9}{4},$$

$$G_4 = \frac{A_{10}}{4}, G_5 = R^2 A_4 + R^2 k_1 A_5 + \frac{6R^4 k_4 A_6}{D},$$

$$G_6 = \frac{k_2 A_1}{2R}, G_7 = \frac{12R^4 k_4 A_6}{D}, G_8 = 2RA_3 - 2Rk_1 A_5,$$

$$G_9 = -A_{11}, G_{10} = \frac{k_D A_{13}}{2}, G_{11} = 2A_{11}.$$

利用最小势能原理 $\delta U = 0$, 使总应变能对位移函数系数的一阶偏导数为零, 得到关于位移函数系数的齐次方程组。由齐次方程组有非零解的充分必要条件得到关于 λ 的一元三次方程为

$$A\lambda^3 + B\lambda^2 + C\lambda + D = 0 \quad (25)$$

式中: $A = 4G_4G_5G_{11}^2 - 16G_2G_4G_5G_9$;

$B = 16G_2G_4G_5G_{10} + 16G_1G_4G_5G_9 + 16G_2G_3G_5G_9 -$

$4G_3G_5G_{11}^2 - 4G_2G_7G_9 - 4G_4G_8^2G_9 + G_7^2G_{11}^2$;

$C = 4G_2G_7G_{10} + 4G_4G_8^2G_{10} + 4G_1G_7^2G_9 + 4G_5G_6^2G_9 +$

$4G_3G_8^2G_9 - 16G_1G_4G_5G_{10} - 16G_2G_3G_5G_{10} -$

$16G_1G_3G_5G_9 - 4G_6G_7G_8G_9$;

$D = 16G_1G_3G_5G_{10} + 4G_6G_7G_8G_{10} - 4G_1G_7^2G_{10} -$

$4G_3G_6^2G_{10} - 4G_3G_8^2G_{10}$.

解式(25)可得到侧倾临界荷载系数 λ_{cr} , 则临界荷载为

$$q_{cr} = \lambda_{cr} \frac{EI_n}{R^3} \quad (26)$$

3 分析比较

某下承式双肋斜张拱桥, 矢跨比 $f/L = 1/5$, 跨

径 $L = 200 \text{ m}$, $R = 145 \text{ m}$, $\alpha = 0.761 \text{ rad}$, 桥宽 $B = 10 \text{ m}$, 拱肋侧向刚度 $EI_n = 4.3 \times 10^7 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$, 索张力 $T = 1\,000 \text{ kN}$, $\phi = 40^\circ$ ^[7]. 下面利用式(25)、(26)分析结构物理特性参数(如拱肋和横撑各方向的抗弯、抗扭刚度、索张力大小等)、几何特性参数(如拱矢跨比、横撑数量、索倾角等)对结构侧倾临界荷载的影响. 计算结果见图4~图5.

从图4,5可以看出:①随着矢跨比增大, 结构侧倾临界荷载也随之增大, 当 f/L 从 $1/8$ 增大到 $1/3$ 时, 临界荷载提高了近一倍. ②拱肋本身的抗扭刚度 k_1 及其竖向抗弯刚度 k_2 和横撑在拱径向面内的抗弯刚度 k_4 对结构横向稳定性能的影响很小, 而横撑在拱切向面内的抗弯刚度 k_3 对结构横向稳定性能有很大影响. 在 k_3 从 $0.1 \sim 1.0$ 的变化过程中, 临界荷载有显著提高, 当 k_3 达到2以上后, 临界荷载提高较小, 通过增加横撑在拱切

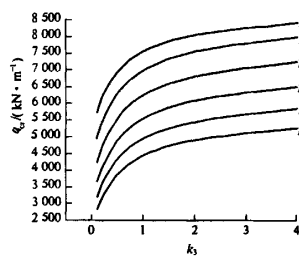


图4 不同矢跨比下的 q_{cr} - k_3 关系图

Fig.4 Relation of q_{cr} - k_3 in different rise-to-span ratio

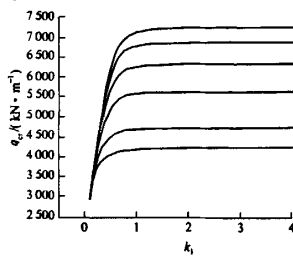


图5(a) q_{cr} - k_1 关系图

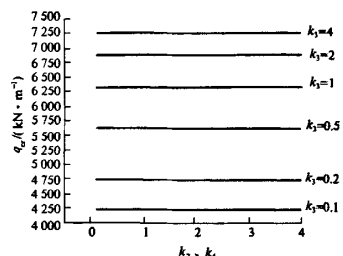


图5(b) q_{cr} - k_2, k_4 关系图

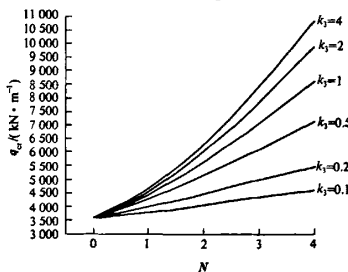


图5(c) q_{cr} - N 关系图

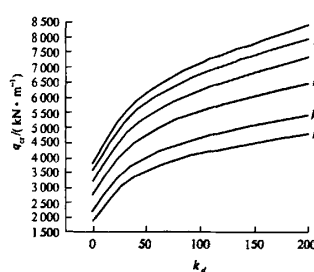


图5(d) q_{cr} - k_d 关系图

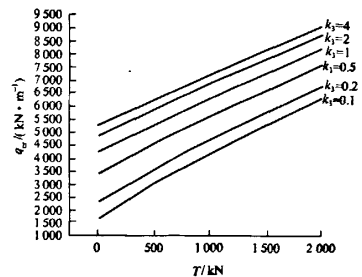


图5(e) q_{cr} - T 关系图

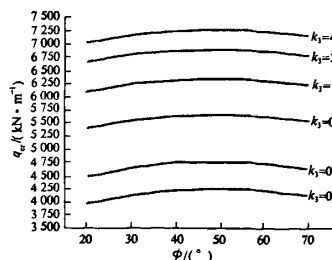


图5(f) q_{cr} - ϕ 关系图

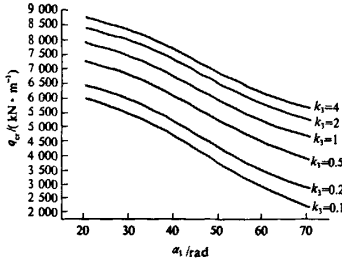


图5(g) q_{cr} - α_1 关系图

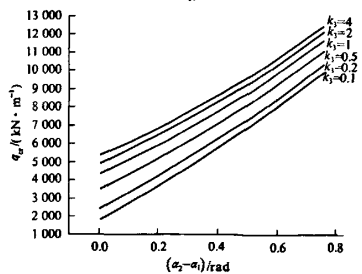


图5(h) q_{cr} 和 $(\alpha_2 - \alpha_1)$ 关系图

图5 不同 k_3 下 q_{cr} 和各参数的关系

Fig.5 Relation of q_{cr} and paramet in different k_3

向面内的抗弯刚度来提高结构横向稳定性效果不大。③横撑根数对结构横向稳定性影响较大,且随横撑在拱切向面内的抗弯刚度增大,其影响增加明显,横撑数量增多,不但减小了拱肋横向局部挠曲自由长度,而且提高了结构整体横向刚度,因此结构侧倾临界荷载得到了较大提高。④桥面侧向刚度 k_d 是吊杆提供非保向力效应的保证,在 $k_d < 50$ 时,结构横向稳定性提高显著,之后趋于缓和。吊杆提供的非保向力效应可使结构横向稳定性提高0.8~1.5倍。⑤结构侧倾临界荷载随索张力 T 的增大而增大,其影响约呈线性关系,当 $T=1\ 000\text{ kN}$ 时,临界荷载增加了42%。⑥结构横向稳定性随索水平倾角的增大先增大后较小,其最优水平倾角随索面由拱脚向拱顶移动逐渐增大。⑦拉索在拱上锚固位置对结构横向稳定性有较大影响,随锚固位置由拱脚向拱顶变化,结构侧倾临界荷载逐渐增大,且索面越大,结构横向稳定性越高。

4 结论

斜张拱桥由于拉索的作用,显著提高了结构横向稳定性能。索面大小、拱上锚固位置、水平倾角及索张力大小、拱矢跨比、横撑在拱切向面内的抗弯刚度、横撑根数等因素对结构横向稳定性

能影响很大,而横撑在拱径向面内的抗弯刚度、拱肋抗扭刚度和竖向抗弯刚度等因素对结构横向稳定性影响很小。综合考虑非保向力作用后,横撑在拱肋切向面内的抗弯刚度与拱肋侧向抗弯刚度之比宜为1~2,在此范围即可有效地提高结构横向稳定性。

参考文献:

- [1] 陈宝春. 钢管混凝土拱桥计算理论研究进展[J]. 土木工程学报, 2003(12): 47-57.
- [2] 张天航,李清富. 多跨连续斜靠式异型拱桥的设计与稳定分析[J]. 郑州大学学报:工学版, 2006, 27(2): 107-109.
- [3] 向中富. 中承式拱桥横向屈曲临界荷载实用计算[J]. 重庆交通学院学报, 1995(1): 27-31.
- [4] 李国豪. 桥梁结构稳定与振动(修订版)[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1996.
- [5] 刘钊, 吕志涛. 有横撑系杆拱桥的侧向稳定承载力[J]. 工程力学, 2004(3): 21-24.
- [6] 陈彦江. 大跨度钢管混凝土拱桥的横向稳定研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学 土木工程学院, 2001.
- [7] 艾永明. 斜拉拱桥横向稳定性分析[D]. 西安: 长安大学 土木工程学院, 2007.

Practical Calculation Method for Lateral Stability of Two-ribs through Cable-stayed Arch Bridge

AI Yong-ming, HUANG Ping-ming, YANG Bing-cheng

(Key Laboratory for Bridge and Tunnel of Shanxi Province, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: Considering the effect of non-directional load of cables and suspenders, the principle of the minimum potential energy is used to analyse the instability behavior in lateral of cable-stayed arch bridge, and a practical formula to determine the critical load of lateral stability of cable-arch structure is given. The result shows that the size of cable-plane, level inclination, the size of cable tension, and the anchor position on arch of the cable structure and rise-to-span ratio, the bending stiffness of crossbar in arch tangential plane and the quantity of crossbar of arch structure have obvious effect on the lateral stability, but the effect of the bending stiffness of crossbar in arch radial plane, the torsional stiffness and vertical bending stiffness of arch rib is small. Considering the effect of non-directional load, cable can improve the lateral stability significantly.

Key words: cable-stayed arch bridge; lateral stability; critical load; non-directional load