

文章编号:1671-6833(2008)03-0035-04

改进参考轨迹的滑模预测控制在磁悬浮轴承的应用

杨 洋, 李书臣, 邵旭东, 王 冠

(辽宁石油化工大学 信息与控制工程学院, 辽宁 抚顺 113001)

摘 要: 研究了不确定离散时间系统的滑模预测变结构控制器的设计问题, 针对常规滑模变结构控制方法在电磁轴承控制当中引起的抖动问题, 提出了一种能有效削弱系统抖振并保证系统渐近稳定的幂指数趋近律, 将该趋近律作为滑模参考轨迹, 以不确定系统的名义模型作为滑模预测模型, 将预测控制中滚动优化、反馈校正的思想引入离散准滑模变结构控制系统的设计, 实现了滚动优化求解。建立电磁轴承动力学模型, 并对其进行了仿真, 结果表明: 该方案可以有效减弱抖动对系统的不利影响, 实现了转子的快速调整和稳定悬浮, 其跟踪性能快速精确, 同时对系统参数变化和阻力扰动具有很强的鲁棒性。

关键词: 滑模预测; 趋近律; 抖振; 主动型磁悬浮轴承

中图分类号: TP 273

文献标识码: A

0 引言

主动型磁悬浮轴承具有无接触、无摩擦、高速度、高精度、能耗低、寿命长、无需润滑、无油污染等一系列优良品质, 特别适用于高速、真空、超净等特殊环境, 被公认为极有前途的新型轴承。但由于其属于复杂的非线性、开环不稳定系统, 而且在被控转子的工作中各种外界干扰无法精确描述, 因此其控制问题十分复杂。滑模变结构控制方法对系统参数变化具有很强的鲁棒性, 系统性能也不受非线性及外部扰动的影响, 因此变结构控制是理想的控制方法。随着计算机技术和 DSP 芯片的高速发展, 相当多的系统已采用数字计算机来实现控制器, 因此, 离散变结构控制的应用更具广阔性^[1-2]。但是传统的变结构控制设计方法大都将不确定性的界可知作为先决条件以保证闭环系统的鲁棒稳定性^[3], 这样导致变结构控制过于保守, 抖振严重, 且不确定性的界有时很难获知, 这些不足限制了离散变结构控制理论的应用。为解决此问题, 将其与其它控制思想相结合的设计方法越来越受到重视, 将模型预测控制与滑模控制结合起来, 可达到更好的控制效果。

笔者针对存在干扰和控制对象参数发生变化的主动型磁悬浮轴承系统, 采用离散变结构控制和预测控制相结合的控制策略处理跟踪的控制任

务, 并详细介绍滑模预测变结构控制器^[4]的设计方法。最后, 提出了一种能有效削弱系统抖振并保证系统渐近稳定的趋近律, 将该趋近律作为滑模参考轨迹, 以不确定系统的名义模型作为滑模预测模型, 利用当前及过去时刻的滑模信息预测将来时刻不确定因素对系统的影响, 实现了滚动优化求解, 从而在保证系统强鲁棒性的同时进一步提高系统的稳态精度。

1 主动型磁悬浮轴承数学模型

为了便于研究, 笔者以单自由度电磁轴承模型为研究对象, 当转子相对平衡位置有偏移量时, 根据电磁学公式^[5], 转子所受的电磁合力为

$$F = F_1 - F_2 = \frac{\mu_0 S_0 N^2}{4} \left[\left(\frac{I_0 + i}{x_0 + x} \right)^2 - \left(\frac{I_0 - i}{x_0 - x} \right)^2 \right] \quad (1)$$

式中: F_1 、 F_2 分别为上磁极和下磁极的吸力; μ_0 为真空中的磁导率; S_0 为单磁极面积; N 为单磁极绕组匝数; I_0 为偏置电流; i 为控制电流; x_0 为名义气隙; x 为气隙的变动量。在静态工作点 ($x=0, i=0$) 附近, 将方程右端泰勒展开, 得到线性化模型:

$$m\ddot{x} = K_x x + K_i i.$$

式中: 位移刚度系数 $K_x = \mu_0 S_0 N^2 I_0^3 / x_0^3$; 电流刚度系数 $K_i = \mu_0 S_0 N^2 I_0 / x_0^2$; m 为转子质量; K_x 、 K_i 与电磁轴承的结构和工作点有关。在电磁轴承的结构和工作点确定后, K_x 、 K_i 为常数。

收稿日期: 2008-05-08; 修订日期: 2008-07-07

作者简介: 杨 洋 (1982-), 女, 辽宁北镇人, 辽宁石油化工大学硕士研究生, 主要从事控制理论与控制工程方面研究, E-mail: mxbl1982@sina.com.

广义的磁悬浮轴承系统包括转子、电磁铁(定子)、控制器、间隙检测传感器、功率放大器等5个主要部分。如图1所示,在转子的正常工作范围内,功率放大器和位移传感器处于线性放大工作区,为比例环节。设 G_p, G_i 分别为功率放大器和位移传感器的比例放大系数。

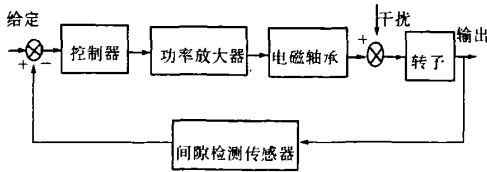


图1 主动型磁悬浮轴承系统框图

Fig.1 The system diagram of Active magnetic Bearing

忽略模型摄动和外扰动对系统的影响,对于单自由度电磁轴承系统模型,系统的状态方程为:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \quad (2)$$

其中,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ K_i/m & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ K_i G_i G_p/m \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{x} = [x \quad \dot{x}]^T; u = i.$$

上式建立的是系统的名义状态方程。实际系统中还存在着参数的变动和外部干扰 f ,干扰可以归并到参数摄动中,经简化以后的状态方程为

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}'\mathbf{X} + \mathbf{B}'\mathbf{U} \quad (3)$$

其中,

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ K_i/m + \Delta_1 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{B}' = \begin{bmatrix} 0 \\ K_i G_i G_p/m + \Delta_2 \end{bmatrix}.$$

把上式变形得

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \Delta\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U} + \Delta\mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{D}f \quad (4)$$

其中, $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ K_i/m & 0 \end{bmatrix}; \Delta\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \Delta_1 & 0 \end{bmatrix};$

$$\Delta\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta_2 \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ K_i G_i G_p/m \end{bmatrix}; \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix}.$$

以上的参数摄动和外部扰动是满足匹配条件的。

2 滑模预测控制

考虑如下单输入不确定离散时间系统:

$$\mathbf{x}(k+1) = (\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A})\mathbf{x}(k) + (\mathbf{B} + \Delta\mathbf{B})\mathbf{u}(k) + \Delta\mathbf{f}(k) \quad (5)$$

其中: \mathbf{A}, \mathbf{B} 可控, $\Delta\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\Delta\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$,表示系统参数的不确定性; $\Delta\mathbf{f}(k)$ 表示系统的外部干扰,定义线性滑模函数 $\mathbf{S}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k)$,则理想准滑动模态满足:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \quad (6)$$

因此我们可以针对式(6)进行极点配置从而确定滑模面参数 \mathbf{C} 。滑模面确定后,变结构控制系统设计的任务就是寻求一个控制律使系统状态能够从

任意初始位置到达滑模面,并最终沿着滑模面收敛到原点。以系统式(5)的名义模型作为预测模型,对未来 $k+P$ 时刻的滑模函数值进行预测,在 $k+P$ 时刻值的预测式为:

$$s_y(k+p) = \mathbf{C}\mathbf{A}^p\mathbf{x}(k) + \sum_{i=1}^p \mathbf{C}\mathbf{A}^{i-1}\mathbf{B}\mathbf{u}(k+p-i) \quad (7)$$

利用实际滑模函数值与过去时刻函数值的误差对未来时刻的预测值进行反馈校正:

$$\begin{aligned} \hat{s}_y(k+p) &= s_y(k+p) + h_p[s(k) - s_y(k)] = \\ &\mathbf{C}\mathbf{A}^p\mathbf{x}(k) + \sum_{i=1}^p \mathbf{C}\mathbf{A}^{i-1}\mathbf{B}\mathbf{u}(k+p-i) + h_p[s(k) - s_y(k)] \end{aligned} \quad (8)$$

式中,

$$s_y(k) = \mathbf{C}\mathbf{A}^p\mathbf{x}(k-p) + \sum_{i=1}^p \mathbf{C}\mathbf{A}^{i-1}\mathbf{B}\mathbf{u}(k-i) \quad (9)$$

为过去 $k-P$ 时刻对 k 时刻的滑模预测值, $h_p \in \mathbb{R}$ 为校正系数,一般取 $h_1 = 1$ 。选取优化指标

$$J_p = \sum_{i=1}^N q_i [\hat{s}_y(k+i) - s_y(k+i)]^2 + \sum_{j=1}^M r_j [u(k+j-1)]^2.$$

式中: N, M 分别为预测时域和控制时域; q_i, r_j 为加权系数,第二项是对控制增量的约束,希望控制量变化不要太剧烈。 $s_y(k+i)$ 为模型参考轨迹,上面的式子可以写成向量的形式:

$$\begin{aligned} J_p &= \Delta\mathbf{S}(k+1)\mathbf{Q}\Delta\mathbf{S}^T(k+1) + \mathbf{U}^T(k)\mathbf{R}\mathbf{U}(k) \\ &= [\phi\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}\mathbf{U}(k) + \mathbf{H}\mathbf{E}(k) - \mathbf{S}_r(k+1)]^T \mathbf{Q} \cdot \\ &\quad [\phi\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}\mathbf{U}(k) + \mathbf{H}\mathbf{E}(k) - \mathbf{S}_r(k+1)] + \\ &\quad \mathbf{U}^T(k)\mathbf{R}\mathbf{U}(k) \end{aligned} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{Q} = \text{diag}[q_1, q_2, \dots, q_N]; \mathbf{R} = \text{diag}[r_1, r_2, \dots, r_M]; \mathbf{H} = \text{diag}[h_1, h_2, \dots, h_N];$

$$\hat{\mathbf{S}}_r(k+1) = [\hat{s}_y(k+2), \hat{s}_y(k+1), \dots, \hat{s}_y(k+N)]^T;$$

$$\mathbf{S}_r(k+1) = [s_y(k+1), s_y(k+2), \dots, s_y(k+N)]^T;$$

$$\mathbf{E}(k) = [s(k) - s_y(k/k-1), s(k) - s_y(k/k-2), \dots, s(k) - s_y(k/k-N)]^T;$$

$$\mathbf{U}(k) = [u(k), u(k+1), \dots, u(k+M-1)]^T;$$

$$\phi = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^N \end{bmatrix}; \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{B} & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{B} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{N-1}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{A}^{N-2}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{C}\mathbf{B} \end{bmatrix}.$$

根据 $\frac{\partial J}{\partial \mathbf{U}(k)} = 0$,求得滑模预测控制的控制律:

$$\mathbf{U}(k) = (\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R})^{-1} + \mathbf{G}^T \mathbf{Q} [\mathbf{S}_r(k+1) - \phi\mathbf{x}(k) - \mathbf{H}\mathbf{E}(k)] \quad (11)$$

上式可一次同时算出从 k 到 $k+M-1$ 时刻的 M 个控制量,但实际只执行当前一步,控制量按照上边的式子递推重算,实现滚动优化。所以滑模预测的控制律可以写成:

$$u(k) = [1, 0, \dots, 0](G^T Q G + R)^{-1} G^T Q \cdot [S_r(k+1) - \phi x(k) - H E(k)] \quad (12)$$

3 改进的滑模参考轨迹

在滑模预测控制中,参考轨迹是一种预先规定的滑动模态,趋近律也是一种人为预先设定的滑模轨迹,因此任何一种收敛的趋近律都可以作为滑模参考轨迹。目前最为常用的是选择指数趋近律作为滑模参考轨迹,有^[3]:

$$\begin{cases} s_r(k+p) = \mu s_r(k+p-1) - \beta s_r(k+p-1) \\ s_r(k) = s(k) \end{cases} \quad (13)$$

但是指数趋近律存在其固有的缺点,即系统运动永远无法趋于原点。因此这里我们提出一种新的趋近律,幂指数趋近律:

$$s(k+1) = \mu s(k) - \beta |s(k)|^\alpha \text{sgn}(s(k)) \quad (14)$$

其中, $1 > \alpha > 0, 1 > \mu > 0$, 该趋近律弥补了指数趋近律最终不能趋近于原点的不足,保证了原点的稳定性,也改善了系统的动态品质。

定理1 对于系统式(6),利用改进的幂指数趋近律式(14)设计的变结构控制律,可保证所得闭环系统运动最终收敛于原点。

证明: 由式(14)有

$$\begin{aligned} s(k+1) &= \mu s(k) - \beta |s(k)|^\alpha \text{sgn}(s(k)) \\ &= \left(\mu - \frac{\beta |s(k)|^\alpha}{|s(k)|} \right) s(k) = p s(k) \end{aligned}$$

其中, $p = \mu - \frac{\beta |s(k)|^\alpha}{|s(k)|}$, 只有 $|p| < 1, |s(k)| > \frac{\beta |s(k)|^\alpha}{\mu + 1}$ 时, $|s(k)|$ 才是收敛的。当 $|s(k)| = \frac{\beta |s(k)|^\alpha}{\mu + 1}$ 时, 有 $s(k+1) = -s(k)$, 即系统呈等幅振荡状态。但与指数趋近律不同的是, 这里 $\beta = \beta |s(k)|^\alpha$ 不是常数, 而是一个时变的变量。随着 $s(k) \rightarrow 0$, 切换区的厚度也在不断变薄, 从而在原点附近形成一个近似扇形的切换区, 这就使得趋近律式(14)可以保证系统运动最终到达原点。为了进一步减少系统的抖振, 用饱和函数代替理想滑动模态中的符号函数。即在理想滑动模态下引入了准滑动模态和边界层, 于是, 趋近律式(14)变为:

$$s(k+1) = \mu s(k) - \beta |s(k)|^\alpha \text{sats} \quad (15)$$

其中,

$$\text{sats} = \begin{cases} 1, & s(k) > \Delta \\ L s(k), & |s(k)| \leq \Delta; L = \frac{1}{\Delta} \\ -1, & s(k) < -\Delta \end{cases} \quad (16)$$

选择趋近律式(15)作为参考轨迹, 则有

$$\begin{cases} s_r(k+p) = \mu s_r(k+p-1) - \beta |s_r(k+p-1)|^\alpha \cdot \text{sgn}(s_r(k+p-1)) \\ s_r(k) = s(k) \end{cases} \quad (17)$$

4 仿真研究

针对主动型磁悬浮轴承系统, 通过 Matlab 仿真软件对所设计控制器进行了系统的仿真研究, 系统参数为转子质量 $m = 2.69 \text{ kg}$, 间隙检测传感器的比例系数为 $G_r = 1500$, 功率放大器比例系数为 $G_p = 1$, 位移刚度 $K_s = 203572.8 \text{ N/m}$, 电流刚度 $K_i = 339.3 \text{ N/A}$ 。选择采样周期 $T = 0.001 \text{ s}$, 预测时域 $N = 10$, 控制时域 $M = 2, q_i = 1, r_i = 0.8, h_i = 1$, 用改进方法和常规方法跟踪阶跃输入 $r = 0.75$, 如下图2所示。当存在扰动时, 对常规离散滑模控制和改进的预测滑模控制进行了仿真, 位移参考轨迹选为 $\gamma = 2\sin(2\pi t) \text{ m/s}$, 且加入时变扰动 $F = 40\cos(4\pi t) \text{ N}$ 。图3、4分别显示了常规方法和改进的控制策略的位移跟踪曲线Y。

比较图2(b)可以看出, 采用指数趋近律控制时的切换带为带状, 在稳态时会产生较大的抖振; 而用本文给出的改进算法, 可以有效的削弱系统的抖振。图3和4反应了系统在突加时变扰动和模型参数变化情况下, 常规方法跟踪精度和鲁棒性能较差, 而笔者给出的方法保证了系统具有快速的跟踪性能以及较强的抗扰性能。

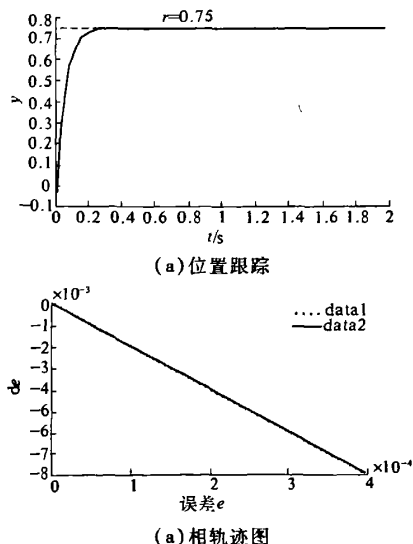


图2 基于改进的滑模预测控制位置跟踪曲线和相轨迹图

Fig. 2 Location tracking curve and phase tracks of sliding mode prediction control based on improved reference sliding mode trajectory

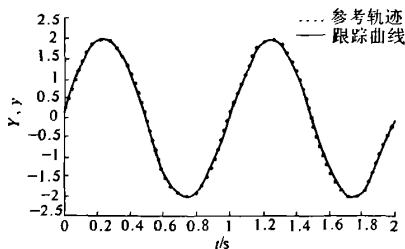


图3 改进参考轨迹的滑模预测控制位移跟踪特性曲线

Fig.3 Displacement tracking characteristics of sliding mode prediction control based on improved reference sliding mode trajectory

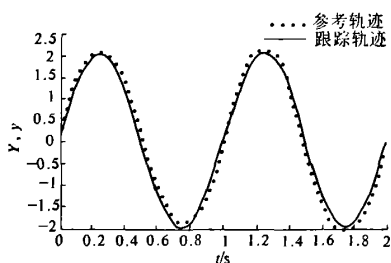


图4 常规离散滑模控制位移跟踪特性曲线

Fig.4 Displacement tracking characteristics of conventional discrete sliding control

5 结论

研究了主动型磁悬浮轴承系统的滑模预测变结构控制器的设计问题, 针对传统指数趋近律的

不足, 提出了一种能有效削弱系统抖振并保证系统渐近稳定的趋近律, 并将该趋近律作为滑模预测控制中的参考轨迹. 改进参考轨迹的滑模预测控制能进一步削弱系统的抖振, 比常规的滑模变结构控制方法具有更好的动态品质和稳定性能, 同时该算法具有很强的鲁棒性和抗干扰的能力, 能有效改善跟踪性能.

参考文献:

- [1] KOSHKOEI A J, ZINOVER A S. Sliding mode state observers for discrete time linear systems[J]. International Journal of Systems Science, 2002, 33(9): 751 - 758.
- [2] FURUTA K. Sliding mode control of a discrete systems [J]. System and Control Letters, 1990, 14(2): 145 - 152.
- [3] 高为炳. 离散时间系统的变结构控制[J]. 自动化学报, 1995, 21(2): 154 - 161.
- [4] 宋立忠, 陈少昌, 姚琼莹. 滑模预测离散变结构控制[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(5): 826 - 829.
- [5] 施韦策 C. 主动磁轴承 - 基础、性能及应[M]. 虞烈, 袁崇军, 译. 北京: 新时代出版社, 1997.
- [6] 刘金琨. 滑模变结构控制 MATLAB 仿真[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
- [7] 吴黎明, 韩丰田, 侯伯杰. 静电悬浮系统的离散滑模控制[J]. 郑州大学学报: 工学版, 2004, 25(3): 111 - 114.

Sliding Mode Prediction Control Based on Improved Reference Trajectory for Active Magnetic Bearing

YANG Yang, LI Shu - chen, SHAO Xu - dong, WANG Guan

(School of Information and Control Engineering, Liaoning Shihua University, Fushun 113001, China)

Abstract: The sliding mode prediction variable structure control design for uncertain discrete - time systems was studied. To solve the chattering problem caused by general sliding mode control in active magnetic bearings control, a new reaching law for sliding model control systems is proposed, which overcomes the shortcomings of the exponential rate reaching law. The modified reaching laws will not only have the advantage of original one, but also eliminate chattering effectively. This paper uses the new reaching law being the reference sliding mode trajectory, and uses a nominal model to predict future sliding mode value, conducts receding optimization, makes feedback correction. The modified algorithm is applied to the active magnetic bearings. The simulation results show that the disadvantage of chatting can be effectively reduced by using the new method, the rotor's quick adjusting and steady levitating are achieved, and the method not only enhances the fast tracking performance, but also has a stronger robustness against parametric variations and resistance disturbances.

Key words: sliding mode prediction; reaching law; chattering; active magnetic bearing;