

文章编号:1671-6833(2008)01-0132-04

非平稳时序分析法在隧道施工变形预测中的应用

杨伟超, 彭立敏, 黄娟, 赵丹

(中南大学土木建筑学院, 湖南长沙 410075)

摘要:根据隧道施工变形的时空效应,提出基于求和型的自回归滑动平均ARIMA(p, d, q)计算模型的隧道变形预测方法.采用差分运算,对现场监测数据平稳性化处理,通过自、偏自相关函数的分析确定计算模型,采用AIC准则确定模型的阶次,最后通过最小二乘法对模型参数进行估计.工程应用表明,非平稳时序分析法的预报值与实际沉降量的平均相对误差为8.28%,最大绝对误差为0.45 mm,说明了采用非平稳时序分析法对隧道施工变形进行短期预报和实时监控是可行的.

关键词:隧道;变形;非稳定时序;ARMA;预测

中图分类号:U 655.55

文献标识码:A

0 引言

新奥法隧道施工中,现场量测数据能如实反映围岩和支护结构的施工动态和力学行为信息.科学分析量测数据,实时预测隧道围岩变形,确定支护结构构筑的适宜时机,具有重要的实际意义.目前国内外学者主要从回归分析和人工智能两种方法进行研究.前者根据实测数据建立合理的围岩变形回归模型,多采用多项式、指数和对数函数等常规分析法^[1],无法体现岩体复杂的力学性质和工序等施工因素的影响^[2];后者对数据样本数量过于敏感,过少数据样本难以保证计算精度,过多数据样本又会陷入维数灾难,模型的泛化性能不高^[3].为此,田执祥等^[4]提出基于支持向量机的隧道变形预测法,但向量机核函数的选择有很大的主观性,不同的核函数直接影响到支持向量机的学习性能和预测精度,可操作性不强.

时间序列分析法可根据量测数据(输入)和估计结果(输出)自行调整模型参数,并随着量测数据的陆续采集,自动递推模型参数,使其接近最佳值,即便不完全掌握序列特性也可得到满意结果.

1 隧道变形分析及ARMA模型

1.1 隧道变形的时空效应分析

大量的现场实测和模型实验数据表明^[5],全断面开挖隧道的围岩变形时程曲线形态由4部分

组成:负空间效应段、正空间效应段、阻尼变形段和流变段.隧道开挖解除了岩体的原有受力约束,围岩产生向内移动或移动趋势,同时牵动更深处的岩体产生联动,如此延续,直到一定的深度,同时变形速率也随着开挖面与测点距离的变化而变化,如图1所示.

设测点布置在B-B断面,当开挖断面到达A-A断面时,测点处围岩即开始受到轻微扰动,随着开挖的不断推进,围岩受到的扰动越来越大,测点的变形速率变大;开挖面到达B-B断面后,测点的变形速率达到最大值;开挖面超过B-B断面后一定距离时,变形速率仍表现为加速趋势;当开挖断面到达C-C断面时,围岩变形速率呈现递减趋势,围岩变形只是时间的函数,与开挖空间无关,转入到阻尼变形和流变阶段.

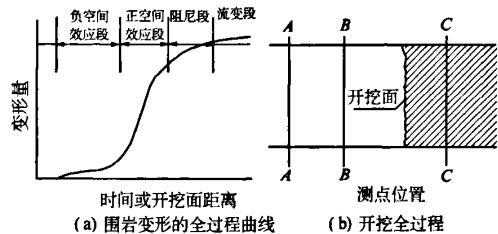


图1 施工变形与开挖进度对照图
Fig.1 Comparative diagram of tunnel deformation with excavation process

从图1的变化曲线可以看出,隧道的施工变形

收稿日期:2007-09-27;修订日期:2007-10-31

基金项目:铁道部科技发展计划项目(2005K002-A-1-1)

作者简介:杨伟超(1978-),男,河南许昌人,中南大学博士研究生,主要从事隧道施工力学及空气动力学方面的研究, Email: weic_yang@163.com

具有显著的增长趋势,考虑采用 $ARIMA(p, d, q)$ 模型对变形趋势进行预测,即先对原时序进行 d 次差分,得到平稳化的残差数列,判断残差数列的稳定性,最后根据该序列构建 $ARMA(p, q)$ 模型。

1.2 ARMA 模型

时间序列是按时间次序排列的随机变量序列。基本的时序分析法包括自回归模型 $AR(p)$ 、滑动平均模型 $MA(q)$ 、自回归滑动平均模型 $ARMA(p, q)$ 3 种简单的模型,其中, $AR(p)$ 和 $MA(q)$ 是 $ARMA(p, q)$ 的特殊情况。

设 ε_t 为白噪声 $WN(0, \sigma^2)$, 实系数多项式 $A(z)$ 和 $B(z)$ 无公共根,满足 $b_0 = 1, a_p b_1 \neq 0$, 且

$$A(z) = 1 - \sum_{j=1}^p a_j z^j \neq 0, |z| \leq 1 \quad (1)$$

$$B(z) = 1 - \sum_{j=0}^q b_j z^j \neq 0, |z| < 1 \quad (2)$$

自回归滑动平均模型 $ARMA(p, q)$ 可表示为

$$Y_t = \sum_{j=1}^p a_j X_{t-j} + \sum_{j=0}^q b_j \varepsilon_{t-j}, t \in Z \quad (3)$$

简称为 $ARMA(p, q)$ 模型。当 $q = 0$ 时,则变为 $AR(p)$ 模型;当 $p = 0$ 时,则变为 $MA(q)$ 模型。 $ARMA$ 、 AR 、 MA 模型均可实现实时监测和短期预报,并且预测步数越少,误差越小。与 AR 、 MA 模型相比, $ARMA$ 模型的预测误差方差小,预测结果相对稳定。

$ARMA$ 模型采用 Box 建模方案确定,它是利用偏自相关函数 γ 对 AR 模型的截尾特性和自相关函数 ρ 对 MA 模型的截尾特性检验,若无截尾现象,则拟合 $ARMA(p, q)$ 模型,搜索 p, q 值,确定 $ARMA(p, q)$ 模型。主要包括以下步骤:

(1) 分析序列值,计算均值和方差,进行平稳化检验。

(2) 从 $k = 1$ 开始对 Y_t 拟合 $AR(k)$ 模型,检查最后一个自回归函数 γ_k (即偏自相关函数 γ_{kk}),如果 $\gamma_k < 2\sqrt{1/N}$ (N 为样本总数)则确定适用模型为 $AR(k-1)$;否则令 $k = k+1$,继续拟合 $AR(k)$ 模型,直至上限。偏自相关函数采用以下递推公式计算:

$$\begin{cases} \gamma_{11} = \rho(1) \\ \gamma_{k+1, j+1} = \gamma_{k, j} - \gamma_{k+1, j+1} \gamma_{k, k-(j-1)} \\ \gamma_{k+1, j+1} = \left[\rho(k+1) - \sum_{j=1}^k \rho(k+1-j) \gamma_{k, j} \right] / \left[1 - \sum_{j=1}^k \rho(j) \gamma_{k, j} \right] \\ j = 1, 2, \dots, k \end{cases} \quad (4)$$

(3) 相同的方法,用自相关函数 ρ_k 来进行 MA 模型检验。其中:

$$\rho_k = \frac{1}{N} \sum_{i=k+1}^N Y_i Y_{i-k} \quad (5)$$

(4) 若上述两方法均不适用,则表示模型为 $ARMA$ 模型,自 $p = 1, q = 1$ 开始进行全面搜索。

(5) 确定模型阶数后,选择最小二乘法进行参数估计:

$$Y = X\beta + U \quad (6)$$

或

$$y_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}) \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \dots \\ \beta_k \end{bmatrix} + u_i \quad (7)$$

(6) 根据以上确定的数学模型,采用逆函数预报法进行预报。

2 应用实例分析

2.1 工程概况

某城市建造大跨公路交通连拱隧道,隧道出口地面坡度 $22^\circ \sim 24^\circ$,植被发育,残坡积层 $0.3 \sim 0.8$ m;下伏强风化泥质板岩,多呈碎块状;中风化泥质板岩,局部构造裂隙发育,遇水易软化;微风化泥质板岩,板理较发育;主要位于 II 类中风化泥质板岩中。在中导洞施工时,曾出现多次坍塌,因此,确保施工安全,须施工过程中对地表、拱顶和拱腰等受力不利部位进行实时监测和短期预报。

现以 K1+274 的地表某观测点沉降序列 Y_t 为样本(如表 1),采用 $ARIMA(p, d, q)$ 预测模型,对隧道施工变形进行时序分析。

表 1 K1+274 断面地表沉降监测数据

Tab. 1 Surface substance measured in K1+274

日期	沉降量/mm	日期	沉降量/mm	日期	沉降量/mm
23-May.	0.08	7-Jun.	0.49	22-Jun.	2.64
24-May.	0.22	8-Jun.	1.65	23-Jun.	2.11
25-May.	0.58	9-Jun.	1.00	24-Jun.	2.81
26-May.	0.70	10-Jun.	0.67	25-Jun.	2.42
27-May.	1.05	11-Jun.	1.44	26-Jun.	2.13
28-May.	1.12	12-Jun.	0.99	27-Jun.	2.65
29-May.	0.39	13-Jun.	0.89	28-Jun.	2.91
30-May.	0.21	14-Jun.	1.36	29-Jun.	2.32
31-May.	0.84	15-Jun.	1.22	30-Jun.	2.86
1-Jun.	0.21	16-Jun.	2.0	31-Jun.	2.41
2-Jun.	0.58	17-Jun.	2.18	1-Jul.	3.15
3-Jun.	0.58	18-Jun.	1.93	2-Jul.	3.22
4-Jun.	0.28	19-Jun.	2.22	3-Jul.	2.82
5-Jun.	0.93	20-Jun.	2.47	4-Jul.	3.35
6-Jun.	0.55	21-Jun.	2.30		

2.2 模型的识别

对地表沉降序列进行自相关函数分析见图 2。

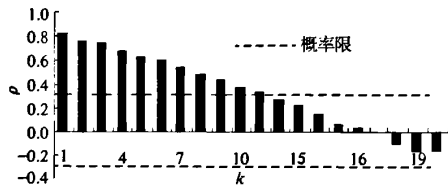


图2 原序列的自相关图

Fig.2 Autocorrelation of Original Series

由图2可知,自相关函数按某种非指数规律由大到小趋势衰减,前11个自相关函数估计值 $\hat{\rho}$ 均落在 $\rho = \pm 2/\sqrt{N}$ 以外(N 为样本总数),说明 Y_t 不属于独立序列,通过差分法消除 Y_t 的趋势性。

采用差分公式 $Z_t = Y_t - Y_{t-1}$,得出沉降速率的残差样本 Z_t 序列,计算残差样本序列的自相关和偏自相关函数,如图3所示。

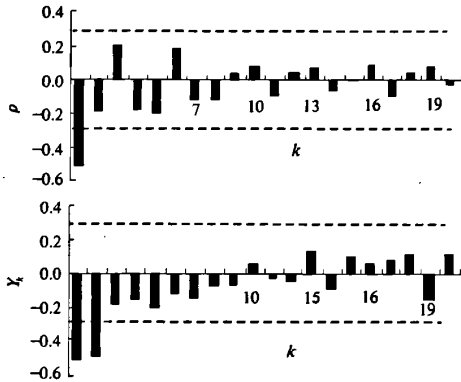


图3 一阶差分序列的自、偏自相关图

Fig.3 Autocorrelation and part-autocorrelation of first-order difference series

从图3可以看出,自相关函数经过1步滞后,全落在置信区间以内,说明序列属于独立序列;偏自相关函数经过2步滞后,全部落在置信区间以内,断定原序列在经过一阶差分后变为平稳序列。自相关函数和偏自相关函数在落入置信区间后在0值附近波动,可考虑采用ARMA模型。

笔者采用AIC法^[6]对ARMA(p, q)定阶。设存在 $p, q \in I$, AIC函数可表示为

$$AIC(k, j) = \ln \hat{\sigma}^2(k, j) + 2(k + j)/N \quad (8)$$

式中: σ 是残差方差; P, Q 分别为 p, q 的上限。求得 $AIC(k, j)$ 的最小值,其对应的 k, j 就是 p, q 的值。经过试算得时序 Z_t 属于ARMA(2,1)模型。

2.3 参数估计

时间序列 Z_t 确定为ARMA(2,1)序列后,根据文献[6],由下式对模型参数 $A(z), B(z)$ 进行

估计:

$$\hat{\gamma}_k(\gamma) = \begin{cases} \hat{\sigma}^2(1 + \sum_{j=1}^q \hat{\beta}_j^2), & k=0 \\ \hat{\sigma}^2(-\hat{\beta}_k + \sum_{j=1}^{q-k} \hat{\beta}_j \hat{\beta}_{j+k}), & k=1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (9)$$

得 $a_1 = 0.1748, a_2 = -0.5011, b_1 = 0.9120$ 。

经过计算可以得到 $A(z) = 0$ 和 $B(z) = 0$ 的根都在单位圆外,因此ARMA(2,1)是独立时间序列。

2.4 预测

采用模型递推法对地表沉降值进行平稳线性最小方差预测。设线性最小均方差为 μ, l 为向后预测步数,可得 l 步预测的最小均方差为

$$\mu^2(l) = \sigma^2(G_0^2 + G_1^2 + \dots + G_{l-1}^2) \quad (10)$$

其中, G_i 为ARMA(2,1)的格林函数。

$\mu^2(l)$ 与预测时间无关,只与预测的步数有关,预测的步数越多,即预测的时间越远,方差越大,预测的结果与实际值的差别越大,预测的结果越不可靠。为减小预测误差,采用1步预测模型递推法预测:

$$\begin{aligned} \text{由 } Z_t - \sum_{j=1}^2 Z_{t-j} &= \varepsilon_t - \sum_{j=1}^1 \varepsilon_{t-j}, \text{ 可得} \\ \varepsilon_t &= \sum_{j=0}^2 Z_{t-j} - \sum_{j=1}^1 \varepsilon_{t-j} \end{aligned} \quad (11)$$

同理可得 ε_{t-1} 和 ε_{t-2} 。令 $\varepsilon_{t-3} = 0$, 1步预测值

$$\hat{Z}(1)_t = a_{t-1} Z_{t-1} - a_{t-2} Z_{t-2} + \varepsilon_t + b_{t-1} \varepsilon_{t-1} \quad (12)$$

可以看出,1步预测的模型递推法只需要预测之前的3个观测值,即可得到的下一个时间点的预测值 Z_{t+1} (为一随机项)。由 $Z_t = Y_t - Y_{t-1}$,可得下一时间点的变形值 $Y_{t+1} = Z_{t+1} + Y_t$ 。

3 等维新息预测

由于实测信息的不断增加和变化,在模型中应不断加入新信息,保证模型的实时性,这样的预测才更合理、准确。等维新息模型是一种实用的建模思想,即在获得新的实测值后,将新信息加入到拟合样本中,并去除等量的老样本,采用等时段(或等样本数)的实测序列不断更新模型。

为了衡量预测的效果,引入绝对误差、相对误差、最大绝对误差、最小绝对误差、平均相对误差等概念。

利用1步ARMA(2,1)的等维预测模型对未来10天内的平均沉降进行预测,结果见表2。

对沉降的预测值与实际值的计算可以得出,平均相对误差为8.28%,最大绝对误差为0.45 mm,最小绝对误差为0.03 mm,说明了利用ARMA模型对地表沉降的预测是可行的,且具有

较好的预测效果.

表 2 量测值与预测结果对比
Tab. 2 Forecast vs. measured results contrast

序号	观测值 /mm	实际值 /mm	相对误差 /%	绝对误差 /mm
5 - Jul.	2.91	2.84	2.41	0.07
6 - Jul.	3.13	3.18	1.60	0.05
7 - Jul.	3.75	3.30	12.00	0.45
8 - Jul.	3.32	3.75	12.95	0.43
9 - Jul.	2.90	2.93	1.03	0.03
10 - Jul.	2.23	2.04	8.52	0.19
11 - Jul.	2.23	2.04	8.52	0.19
12 - Jul.	2.03	2.32	14.29	0.29
13 - Jul.	2.51	2.33	7.17	0.18
14 - Jul.	2.20	2.30	4.55	0.10

4 结语

以监测资料的短期实时拟合预测为目的,在对实测的隧道施工变形规律分析基础上,采用非平稳时间序列分析方法,建立的隧道施工变形 ARMA 模型无需将岩体力学性状抽象成数学模型,即能综合考虑岩体不连续结构面和工序等因素对隧道施工变形的影响.从工程应用和利用新息数据的角度出发,采用了等维新息思想,不断更

新预测模型,得到的预报值与实际沉降量的平均相对误差为 8.28%,最大绝对误差为 0.45 mm,说明了采用非平稳时序分析法对隧道施工变形进行短期预报和实时监控是可行的.

参考文献:

[1] 张俊艳,冯守中,刘东海. 基于 RBF 神经网络的隧洞围岩变形预测方法[J]. 中国工程科学,2005,7(10):87-90.

[2] 任松,姜德义,杨春和. 基于遗传算法的浅埋隧道开挖地表沉降神经网络预测[J]. 郑州大学学报:工学版,2006,27(3):46-49.

[3] 王穗辉,潘国荣. 人工神经网络在隧道地表变形预测中的应用[J]. 同济大学学报,2001,29(10):1147-1151.

[4] 田执祥,乔春生,滕文彦,等. 基于支持向量机的隧道变形预测方法[J]. 中国铁道科学,2004,25(1):86-90.

[5] 赵明阶,徐容,许锡宾. 岩溶区全断面开挖隧道围岩变形规律及其监测[J]. 同济大学学报:自然科学版,2004,32(7):866-871.

[6] MAKRIDAKIS S, WHEEL WRIGHT S C, HYNDMAN R J. Forecasting: Methods and Applications [M]. New York:Prentice Hall, 1998:221-236.

Deformation Prediction Due to Tunnel Construction on
Non - steady Time - series Analysis

YANG Wei - chao, PENG Li - min, HUANG Juan, ZHAO Dan

(Department of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)

Abstract: Based on the deformation's time - space effect during tunnel construction, this paper adopted the auto regressive moving average (ARMA) process to forecast the deformation of tunnel excavation. According to difference operation, the randomness and the stabilization of the raw monitoring data are analyzed, and ARMA model is established by calculation of autocorrelation function and partial autocorrelation function, then the order of model ARMA is obtained based on the AIC criterion and its parameters are estimated by the least square method. As a test in the prediction of tunnel surface settlement, the mean relative error and the maximum absolute error between the prediction result and the real settlement are respective 8.28% and 0.45mm, which indicate that ARMA is reliable in the prediction of tunnel construction deformation.

Key words: tunnel; deformation; non - steady time - series; ARMA; prediction