

文章编号:1671-6833(2008)01-0074-05

颗粒复合材料界面损伤演化模型的研究

琚宏昌, 陈国荣, 夏晓舟

(河海大学 工程力学系, 江苏 南京 210098)

摘要: 为了预测存在界面脱胶的颗粒增强复合材料有效弹性性质, 采用 Eshelby 微观力学理论及 Dvorak 转化场分析 (TFA), 建立了带有缺陷界面的球形颗粒复合材料模型, 给出了三相颗粒复合材料的有效切线模量和总割线模量. 基于威布尔概率函数, 建立了用于描述颗粒和基体间弱化界面演化的损伤模型. 利用文献实验数据的校验, 选取了合理的模型参数, 并将数值试验结果与实验结果进行了对比, 证明微观力学弹性损伤模型的合理性.

关键词: 颗粒; 复合材料; 界面; 损伤; 微观力学; 弹性模量

中图分类号: TU 502

文献标识码: A

0 引言

颗粒增强复合材料是一种应用非常广泛的材料, 其力学性质取决于其组份材料材料性质和其内部微观结构的变化. 颗粒增强复合材料的界面胶结条件是控制复合材料局部及总体弹性性质的最重要的因素之一^[1].

许多学者, 如 J. W. Ju and H. K. Lee, Z. Liang 等^[2-3], 提出了考虑界面脱胶复合材料微观力学损伤模型, 他们用具有横向各向同性的完全脱胶颗粒代替各向同性脱胶颗粒来描述颗粒和基体脱胶界面载荷转移能力的损失. Schjudt-Thomson and Pyrz^[4] 基于 Mori-Tanaka 平均场理论和由 J. Qu^[5] 1993 年提出的改进 Eshelby 张量, 研究了带弱化界面和复杂取向短纤维增强复合材料的徐变模型. Z. Zhong^[6] 采用界面力连续, 而位移对于界面力有一个跳跃比例的弹性模型, 研究了弱化界面颗粒增强复合材料的三维微观力学模型.

为了预测颗粒增强复合材料有效弹性常数和弱化界面的变化, 笔者采用 Eshelby 微观力学理论及转化场分析 (TFA)^[7-8], 建立了带有缺陷界面的球形颗粒复合材料模型 (见图 1). 笔者在第 4 节采用文献 [9] 的实验数据及笔者建立的微观力学弹性损伤模型, 预测了在单轴拉伸载荷作用下混凝土试件的应力-应变响应, 取得了与实验

一致的结果, 证明了笔者提出的模型具有一定的实用价值.

1 基本理论

对于颗粒增强复合材料体, 如图 1, 在加载路径的某一时间点 t 上, 由三相: 基体相、胶结完好颗粒相和脱胶颗粒相组成, 各相的体积分数分别为 c_m, c_b 和 c_d , 满足 $c_m + c_b + c_d = 1$, 及总颗粒增强相 $c_2 = c_b + c_d$. 在均匀应变 $\bar{\varepsilon}$ 加载的一个代表性体积单元 (RVE) 内, 局部应力-应变关系可表示为

$$\begin{cases} \sigma_r = L_r(\varepsilon_r - \varepsilon_r^*), \\ \varepsilon_r = A_r \bar{\varepsilon} + \sum_{i=1}^3 D_{ri} \varepsilon_i^* \end{cases} \quad (1)$$

式中: L_r 表示相弹性模量; ε_r^* 表示相特征应变 (由热或非弹性效应引起的无应力应变); D_{ri} 表示应变转换张量; A_r 表示应变集中张量. 三相复合材料介质中, A_r, D_{ri} 可表示为^[7]

$$A_r = (L^* + L_r)(L^* + \bar{L}) \quad (2)$$

$$D_{ri} = (I - A_r)(L_r - \bar{L})^{-1}(\delta_{ri}I - c_i A_i^T) L_i, \quad (3)$$

式中: \bar{L} 表示均匀材料的总弹性模量张量 (有效刚度张量); δ_{ri} 表示 Kronecker 符号; $L^* = L_0(S^{-1} - I)$ 表示弹性约束刚度张量, S 是 Eshelby 张量; L_0

收稿日期: 2007-10-04; 修订日期: 2007-12-31

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50679022)

作者简介: 琚宏昌 (1965-), 男, 河南林州人, 河海大学博士研究生, 主要从事工程力学、混凝土细观力学方面的研究, E-mail: qhc410603@126.com.

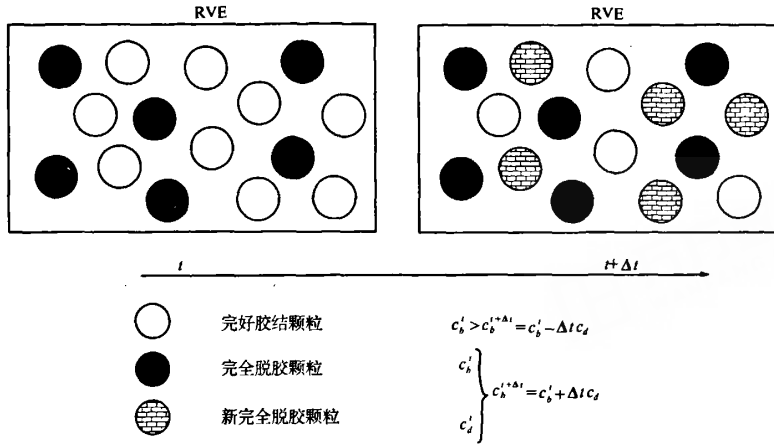


图1 损伤演化与颗粒的体积分数分解

Fig.1 Damage evolution in a RVE and decomposition of volume fraction of particles

表示对比材料介质的弹性刚度张量; I 表示单位矩阵; c_r 表示体积分数.

在宏观尺度上,总应变和总应力可表示为

$$\bar{\varepsilon} = c_m \varepsilon_m + c_b \varepsilon_b + c_d \varepsilon_d \quad (4)$$

$$\bar{\sigma} = c_m \sigma_m + c_b \sigma_b + c_d \sigma_d, \quad \bar{\sigma} = \bar{L}(\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}^*) \quad (5)$$

而总特征应变 $\bar{\varepsilon}^*$ 可表示为

$$\begin{cases} \bar{\varepsilon}^* = \sum_{r=1}^3 c_r B_r^T \varepsilon_r^* \\ B_r = (M^* + M_r)^{-1} (M^* + \bar{M}) \end{cases} \quad (6)$$

其中: M 表示柔度张量; B_r 表示应力集中张量.

1.1 三相复合材料的有效弹性模量

Dvorak and Srinivas^[10]指出,对于由相同形状、相同方向但不同尺寸的 r 相 ($r = 1, 2, \dots, N$) 材料组成的任意一种统计意义上均匀的 RVE 的总刚度张量均可表示为

$$\bar{L} = \left[\sum_{r=1}^N c_r (L^* + L_r)^{-1} \right]^{-1} - L^* \quad (7)$$

其中 \bar{L} 的上下限 $\bar{L}^{\text{upper}}, \bar{L}^{\text{lower}}$ 可以通过选定对比介质的弹性刚度 L_0 , 经计算而得到.

$$L_0 = L_m$$

1.2 割线刚度张量

J. Qu^[5]指出,在颗粒增强复合材料中,假定界面是弹性与各向同性,其二阶柔度张量可表示为

$$\eta_{ij} = \alpha \delta_{ij} + (\beta - \alpha) n_i n_j \quad (8)$$

式中: δ_{ij} 是 Kronecker 符号; α 和 β 是正的常数,分别表示界面切向柔度和法向柔度; n 为单位法外

法向量.

在脱胶颗粒中,其平均应力值 σ_d 表示为

$$\sigma_d = W \sigma_m \quad (9)$$

其中, W 是局部应力集中因子,它是由基体柔度 M_m 、颗粒柔度 M_2 及界面常数 α, β 决定. 当 $W \rightarrow 0$, 即满足脱胶条件时,脱粘突然发生,在基体和脱粘骨料之间没有传递力. 本文规定界面要么是粘结完好的,要么是脱粘的,不考虑中间情况.

为了简化计算,不考虑热效应与非弹性变形,则 $\varepsilon_m^* = \varepsilon_b^* = 0$, 因此,仅存在非零特征应变 ε_d^* . 将式(9)代入式(1)并整理可得

$$\begin{cases} \varepsilon_d^* = N^{-1} R \bar{\varepsilon} \\ N = L_2 (D_{dd} - I) - W L_m D_{md} \\ R = W L_m A_m - L_2 A_d \end{cases} \quad (10)$$

将式(10)代入式(1),得到基于总应变 $\bar{\varepsilon}$ 和当前脱胶骨料相体积分数 c_d 表示的局部应力为

$$\sigma_r = L_r F_r \bar{\varepsilon}, \quad r = m, b, d \quad (11)$$

其中损伤力学张量为

$$F_r = A_r + (D_{rd} - \delta_{rd} I) N^{-1} R \quad (12)$$

总应力可表示为

$$\begin{cases} \bar{\sigma} = \bar{L} : \bar{\varepsilon} \\ \bar{L} = [c_m L_m F_m + c_b L_b F_b + c_d L_d F_d] \end{cases} \quad (13)$$

其中: \bar{L} 表示割线刚度张量,它是一个四阶对称卸载损伤模量. 式(13)假定颗粒脱胶引起的界面裂纹接近卸载,在完全卸载后,没有永久变形存在. 由式(13)表示的应力应变关系可用图2直观地表现出来.

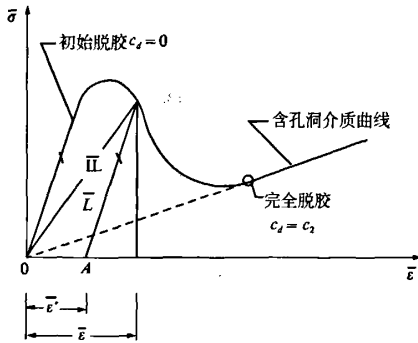


图2 脱胶模型应力应变关系曲线

Fig.2 Stress-strain curve for debonding model

2 损伤模型的建立

当颗粒增强复合材料体受到的变形或载荷连续增加时,颗粒和基体的界面就会出现脱胶缺陷,而此无疑会影响到复合材料体的承载能力和应力应变行为.本文将发生弱化界面的概率模拟为一个两参数威布尔过程,假定颗粒的内部平均应力 $(\bar{\sigma}_{11})_1$ 是威布尔函数的控制因子,则在颗粒内部平均应力 $(\bar{\sigma}_{11})_1$ 水平下,代表性体积单元(RVE)的脱胶颗粒体积分数可表示为^[2]

$$c_d = c_2 P_d[(\bar{\sigma}_{11})_1] = c_2 \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{(\bar{\sigma}_{11})_1}{\bar{S}_0} \right)^{\bar{H}} \right] \right\} \quad (14)$$

式中: $c_2 = c_b + c_d$; P_d 表示单轴拉伸载荷(第1主方向)作用下脱胶界面的累积概率分布函数; $(\bar{\sigma}_{11})_1$ 表示颗粒内部沿第1主方向的应力; \bar{S}_0 是威布尔分布的尺度参数; \bar{H} 是威布尔分布的形状参数.

在一次函数近似计算情况下,颗粒内部应力是均匀的.颗粒复合材料中颗粒开始脱胶的内应力计算公式为

$$\bar{\sigma}_1 = L_b \cdot [I - S_b \cdot (A_b + S_b)^{-1}] \cdot \left[I - \sum_{r=1}^2 c_r S_r \cdot (A_r + S_r)^{-1} \right]^{-1} \cdot \bar{\varepsilon} = U \cdot \bar{\varepsilon} \quad (15)$$

式中: $r = 1, 2 \Leftrightarrow r = b, d$; U 是四阶正定张量,其分量表达式为

$$U_{ijkl} = U_1 \delta_{ij} \delta_{kl} + U_2 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (16)$$

其中,

$$U_1 = \{ (1 - 2\xi_2 - 2\xi_4) [-\xi_1 (3\lambda_b + 2\mu_b) + \lambda_b (c_b - 2\xi_2)] + 2\mu_b (\xi_1 + \xi_3) (c_b - 2\xi_2) \} \\ [c_b (1 - 2\xi_2 - 2\xi_4) (1 - 3\xi_1 - 2\xi_2 - 3\xi_3 - 2\xi_4)] \quad (17)$$

$$U_2 = \mu (c_b - 2\xi_2) / c_b (1 - 2\xi_2 - 2\xi_4) \quad (18)$$

式中: c_b 是当前界面胶结完好的颗粒体积分数; λ_b 是颗粒的Lame常数;分量 ξ_1, \dots, ξ_4 列于附录A中.

3 数值模拟

为了验证颗粒增强复合材料的微观力学弹性损伤模型,笔者进行了单轴拉伸数值试验.在单轴拉伸情况下,宏观应力 $\bar{\sigma}$ 的分量 $\bar{\sigma}_{11} \neq 0$,而其它分量 $\bar{\sigma}_{ij} = 0$.在线弹性情况下,弹性应变增量可表示为

$$\Delta \bar{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{\nu} & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{\nu} \end{pmatrix} \frac{\Delta \bar{\sigma}_{11}}{E} \quad (19)$$

J. A. Wang^[9]测量了各种不同砂子颗粒含量的饱和砂浆试件弹性模量,本文利用该文献的实验数据校正模型参数,并将数值模拟的结果与实验数据进行对比.表1给出了用于制作混凝土试件的水泥胶体和砂粒的弹性常数,表2给出了各种砂粒体积分数下波特兰水泥砂浆的有效弹性模量实验值.表1,2中第2,3列是文献的实验数据,第4、第5列是根据第2,3列计算得来的数据.

表1 混凝土组成成份的弹性常数

Tab.1 Elastic properties of the constituents of concrete

组成成份	K/GPa	G/GPa	E/GPa	γ
水泥浆基体	22.51	11.8	30.13	0.277
砂子	44.0	37.0	86.70	0.172

表2 各种砂子体积分数下混凝土试件弹性模量实验值及屈服应力值

Tab.2 Experimental values of the elastic moduli of mortar measured for various volume fractions of sand and yield stress

c_2	K^*/GPa	G^*/GPa	E/GPa	γ	σ_y/MPa
0.15	24.14	13.35	33.81	0.267	3.5
0.27	26.81	14.87	37.65	0.266	4.2
0.40	27.69	16.91	42.15	0.246	5.0
0.52	29.96	19.26	47.58	0.235	5.8

3.1 参数分析与选择

不同的材料选取不同的威布尔分布形状参数 \bar{H} .对于有机材料,选择范围一般在0.7 ~ 1.3之间,对于弹脆性材料,选择范围一般在3.0 ~ 6.0之间.文中取 $\bar{H} = 5.0$.

取表1数据, $E_m = 30.13 \text{ GPa}$, $\nu_m = 0.277$, $E_b = 86.70 \text{ GPa}$, $\nu_b = 0.172$,表2数据 $\sigma_y = 5 \text{ MPa}$,

$c_2 = 0.4$. 对于球形颗粒弱化界面, 界面柔度参数取 $\alpha = 2.0, \beta = 3.0$. 为了分析威布尔参数的影响和评估弹性损伤模型对威布尔分布的敏感性, 采用三组威布尔分布参数: $\bar{S}_0 = \sigma_y, \bar{H} = 5; \bar{S}_0 = 2 \times \sigma_y, \bar{H} = 5$ 和 $\bar{S}_0 = 3 \times \sigma_y, \bar{H} = 5$ 进行比较分析.

图3是在各种不同 \bar{S}_0 下弱化界面颗粒增强复合材料模型的应力应变关系曲线. 为了进行比较, 图中也绘出了完好胶结界面应力应变关系图. 图4是相应于图3中3种不同 \bar{S}_0 值的脱胶颗粒百分比与应变关系曲线. 由图3、图4可以看出: 较低的 \bar{S}_0 值导致较快弱化界面演化速度, 表明在较低的 \bar{S}_0 值情况下, 在加载的前期阶段大部分颗粒就开始脱胶, 复合材料表现出非线性的应力应变特征.

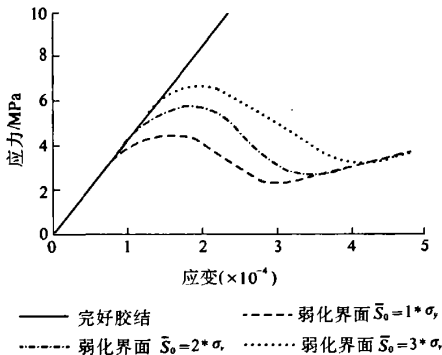


图3 不同 \bar{S}_0 值下单轴拉伸应力应变预测曲线

Fig.3 The stress - strain responses of particulate composites under uniaxial tension with various \bar{S}_0 values.

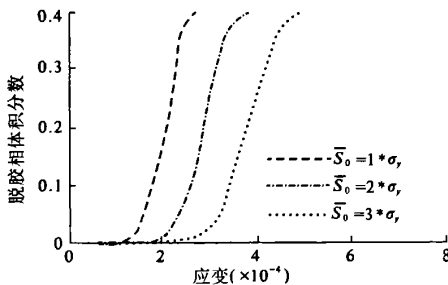


图4 图3中不同 \bar{S}_0 值对应的脱胶相体积分演化

Fig.4 The evolution of volume fraction of debonding phases corresponding to various \bar{S}_0 values in Fig.3

从图3可看出, 参数 $\alpha = 2.0, \beta = 3.0, \bar{H} = 5, \bar{S}_0 = 2\sigma_y$, 可以得到与 $c_2 = 0.4$ 实验结果相近的结果, 因此, 对于不同颗粒体积分数的数值分析, 均采用这些参数.

3.2 数值分析

为了能将本文的数值试验结果与文献[9]中的实验结果进行对比, 笔者采用与文献[9]相同的颗粒含量体积分数 $c_2 = 0.15, 0.27, 0.40, 0.52$ 及3.1节确定的参数进行分析计算. 计算结果见图5、6. 图5是4种颗粒体积分数下所表现出来的应力 - 应变响应曲线. 图6是四种不同颗粒体积分数下弹性模量随应变变化的关系曲线. 为了展示本文所建模型的能力, 图5描述了全部颗粒从完好胶结到所有颗粒完全脱胶形成基体空洞介质的完全加载路径对应的应力应变曲线. 这样的曲线只能利用计算机模拟出来, 在实际试验中一般看不到.

图5 4种增强体积分数下混凝土应力应变关系曲线

Fig.5 Comparison to the predicted overall response of sand/cement composite at four reinforcement concentrations

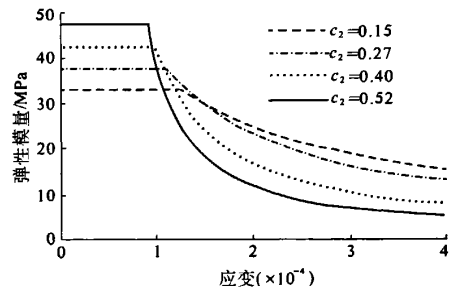


图6 弹性模量退化曲线图

Fig.6 Degradation of the elastic modulus as a function of the overall tensile strain

由图5、6可以看出: 本模型在脱胶前(即线弹性阶段)反映的混凝土弹性模量与实验测得的弹性模量(表2第4列)吻合; 随着骨料体积分数的增加, 试件的刚度越来越大, 发生脱胶所对应的应变越来越小, 脱胶的速度越来越快, 越来越剧烈, 反映在材料性质上, 材料越来越脆. 数值试验的这些现象与实验室试验结果是一致的.

4 结论

笔者采用 Eshelby 微观力学理论及转化场分析(TFA),建立了带有缺陷界面的球形颗粒复合材料模型,给出了三相颗粒复合材料的加载切线刚度张量和卸载割线刚度张量.基于威布尔概率函数,建立了用于描述颗粒和基体间弱化界面演化的损伤模型.利用文献实验数据的校验,选取了合理的模型参数.数值试验表明,笔者所建模型的预测结果与实验室试验结果一致,说明笔者建立的微观力学弹性损伤模型是合理的.

附录 A:式(17)、(18)中的参数 ξ_1, \dots, ξ_4 :

$$\xi_1 = \frac{c_b}{2\Psi_1} \left\{ \frac{-5\omega_1(1+v_m)}{3\omega_1 + 2\Psi_1} + 5v_m - 1 \right\} \quad (A1)$$

$$\xi_2 = \frac{c_b(4 - 5v_m)}{2\Psi_1} \quad (A2)$$

$$\xi_3 = \frac{c_b}{2\Psi_2} \left\{ \frac{-\omega_2(3\chi_1 + 2\chi_2)}{3\omega_2 + 2\Psi_2} + \chi_1 \right\} \quad (A3)$$

$$\xi_4 = \frac{c_d\chi_2}{2\Psi_2} \quad (A4)$$

参考文献:

- [1] DUAN H L, YI X, HUANG Z P, et al. A unified scheme for prediction of effective moduli of multiphase composites with interface effects—Part I: theoretical framework[J]. *Mechanics of Materials*, 2007, 39: 81–93.
- [2] JU J W, LEE H K. A micromechanical damage model for effective elastoplastic behavior of partially debonded ductile matrix composites[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2001, 38: 6307–6332.
- [3] LIANG Z, LEE H K, SUARIS W. Micromechanics – based constitutive modeling for unidirectional laminated composites[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2006, 43: 5674–5689.
- [4] SCHJUDT – THOMSEN J, PYRZ R. Overall creep modelling of short fibre reinforced composites with weakened interfaces and complex fibre orientation [J]. *Mechanics of Materials*, 2000, 32: 349–359.
- [5] QU J. Eshelby tensor for an elastic inclusion with slightly weakened interfaces [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1993, 60(4): 1048–1050.
- [6] ZHONG Z, YU X B, MEGUID S A. 3D micro – mechanical modeling of particulate composite materials with imperfect interface [J]. *International Journal of Multiscale Computational Engineering*, 2004, 2: 172–187.
- [7] DVORAK G J, BENVENISTE Y. On transformation strains and uniform fields in multiphase elastic media [C]//*Proc R Soc London*. 1992, 437: 291–310.
- [8] 杨大鹏, 刘新田. 复合材料有效弹性模量的上、下限的求解[J]. *郑州大学学报:工学版*, 2002, 23(2): 106–109.
- [9] WANG J A, LUBLINER J, MONTEIRO P J M. Effect of ice formation on the elastic moduli of cement paste and mortar[J]. *Cem Concr Res*, 1988, 18(6): 874–885.
- [10] DVORAK G J, SRINIVAS M V. New estimates of overall properties of heterogeneous solids[J]. *J Mech Phys Solids*, 1999, 47: 899–920.

Damage Evolution Model of Particulate Composites' Interfaces

QU Hong – chang, CHEN Guo – rong, XIA Xiao – zhou

(Department of Engineering Mechanics, Hehai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: In order to predict the effective elastic properties of particulate reinforcement composite with weakened interfaces, spherical particulate composite model with imperfect interfaces is set up by utilizing Eshelby micromechanics and Dvorak's transformation field analysis(TFA), expressions of the effective tangent moduli and overall secant moduli of three – phase particulate composite are derived. The damage model with evolution of weakened interfaces between particulates and matrix is founded in accordance with the Weibull's probabilistic function. By verifying with experiment data of literature, parameters of the model are shown to be selected properly. Comparison between results of numerical test and experiment values proves the rationality of the present micromechanical elastic damage model.

Key words: particulate; composite; interface; damage; micromechanics; elastic moduli