

模糊数学方法在黄土湿陷性评价中的应用研究

李瑞娥^{1,2}, 谢永利¹

(1. 长安大学 特殊地区公路工程教育部重点实验室, 陕西 西安 710064; 2. 西安建筑科技大学 土木工程学院, 陕西 西安 710055)

摘 要: 将模糊数学方法应用于黄土湿陷性的评价与预测, 运用模糊信息优化处理方法中的信息扩散原理, 收集到 60 组黄土湿陷性的试验资料, 选取孔隙比、含水量建立与湿陷系数之间模糊的关系, 得到相应的湿陷性评价数学模型. 应用该模型对 10 组非母体资料进行验证, 其误差小, 效果良好, 该方法能够较好地应用于实际工程中.

关键词: 黄土湿陷性; 模糊数学; 信息扩散; 信息优化

中图分类号: U 416.1

文献标识码: A

0 引言

由于黄土的湿陷性常造成建筑物地基、公路路基、边坡等的沉陷、开裂、变形破坏, 影响建筑物、公路等的正常使用、运营. 已成为工程界普遍关注的问题. 正确认识并且预测黄土湿陷, 避免黄土湿陷性事故造成的灾害, 就显得非常重要了. 黄土湿陷性的评价往往用湿陷系数 δ_s , 并结合其他物理力学指标如含水量、起始压力等, 而这些指标要通过室内试验来获得, 若进行区域湿陷性分析或大面积的城市防灾规划, 进行大量试验很不经济. 文献[1,2]中采用隶属函数, 而隶属函数的确定方法在目前还处于研究阶段, 多依靠经验, 有一定的盲目性. 鉴于以上不足, 作者收集 60 组黄土高原地区的湿陷资料, 选用含水量、孔隙比作为评价指标, 采用模糊信息优化处理方法, 建立黄土湿陷评价的数学模型.

1 模糊信息优化处理的数学模型

1.1 信息扩散

采用信息扩散方法来确定模糊关系. 将原始信息, 分别按一定的扩散规律向域 Ω 内的所有点扩散, 则域内的每一点都可获得 Ω 内若干个原始信息扩散来的若干个信息量. 然后, 将域内各点自身所得信息量叠加, 便可形成原始信息库, 再做正

规化处理后可得模糊关系.

1.2 模糊近似推论

对于自变量论域(原因论域) U 和因变量论域(结果论域) V 有 $U \triangleq \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ 和 $V \triangleq \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$; 设 A_i, B_i 分别为论域 U, V 的模糊子集, 其模糊关系为 R , 则推论模型为

$$B_i = A_i \circ R \quad (1)$$

式中: 符号 \circ 表示运算规则或合成方法, 文中使用经典矩阵普通乘法.

1.3 信息集中

为了消除信息扩散带来的影响, 同时也为了求取最佳预测值, 应用信息集中方法. 公式为^[5]

$$\delta'_i = \sum_{j=1}^n (B'_i)^k \cdot \delta_{ij} / \sum_{j=1}^n (B'_i)^k \quad (2)$$

式中: δ'_i 为最终要推论的结果; B'_i 为二次模糊近似推论等级的可能性分布; δ_{ij} 为要推论的等级值; k 为常数视情况而定^[5], 文中取 $k = 2$.

2 模糊信息优化处理方法的应用

黄土的湿陷资料 $(\delta_s, \omega, e, r, p_0, \dots)$, 其中 δ_s 是湿陷系数, ω 是含水量, e 是孔隙比 \dots , 影响黄土湿陷性的因素很多, 如孔隙比、含水量、起始压力、地形地貌、微结构等, 作者选用含水量、孔隙比来建立它们与黄土湿陷系数之间的模糊关系.

收稿日期: 2006-09-17; 修订日期: 2006-12-17

基金项目: 陕西省科技攻关资助项目(2003K09-G5)

作者简介: 李瑞娥(1979-), 女, 陕西咸阳人, 西安建筑科技大学助教, 长安大学博士研究生, 主要从事岩土工程方面的研究工作.

表1 黄土湿陷资料

Tab.1 The loess collapse data

序号	湿陷系数 δ_s	孔隙比 e	含水量 $\omega/\%$	序号	湿陷系数 δ_s	孔隙比 e	含水量 $\omega/\%$
1	0.014 0	0.860	7.2	26	0.106 5	1.024	16.5
2	0.035 0	0.867	7.3	27	0.061 0	1.025	16.8
3	0.037 0	0.875	7.6	28	0.083 7	1.042	17.1
4	0.045 8	0.900	8.0	29	0.113 5	1.044	17.5
5	0.020 7	0.901	8.1	30	0.046 5	0.054	17.6
6	0.046 0	0.902	8.5	31	0.048 0	1.058	18.0
7	0.027 0	0.925	9.0	32	0.034 5	1.074	18.5
8	0.052 0	0.940	9.4	33	0.096 3	1.075	18.9
9	0.033 2	0.950	9.9	34	0.075 0	1.084	19.2
10	0.060 0	0.951	10.0	35	0.042 0	1.090	19.5
11	0.041 0	0.955	10.8	36	0.103 2	1.100	19.8
12	0.030 0	0.966	11.0	37	0.078 0	1.102	20.0
13	0.033 0	0.971	11.7	38	0.068 1	1.103	20.3
14	0.034 6	0.975	12.0	39	0.081 3	1.109	20.4
15	0.039 0	0.980	12.4	40	0.083 5	1.120	20.8
16	0.039 8	0.982	12.8	41	0.072 0	1.125	21.0
17	0.059 0	0.984	13.5	42	0.032 5	1.127	21.4
18	0.045 0	0.990	13.8	43	0.063 0	1.138	22.0
19	0.062 0	0.990	14.0	44	0.038 0	1.150	22.2
20	0.580 0	0.991	14.5	45	0.071 4	1.175	22.8
21	0.031 0	0.999	14.6	46	0.133 0	1.200	23.0
22	0.057 0	1.000	15.0	47	0.068 0	1.210	23.2
23	0.040 0	1.006	15.2	48	0.097 0	1.253	23.3
24	0.071 0	1.012	15.3	49	0.140 0	1.396	23.5
25	0.033 5	1.020	15.6	50	0.103 0	1.400	24.0

2.1 湿陷系数与孔隙比、含水量之间模糊矩阵的建立

如表1所示,作者所收集资料的孔隙比变化范围为0.86~1.4,湿陷系数的变化范围为0.014~0.14,故取两个论域:

$U_e = \{e_1, e_2, \dots, e_{11}\} = \{0.860, 0.914, 0.968, 1.022, 1.076, 1.130, 1.184, 1.238, 1.292, 1.346, 1.400\}$

$V_{\delta_s} = \{\delta_{s1}, \delta_{s2}, \dots, \delta_{s7}\} = \{0.014, 0.035, 0.056, 0.077, 0.098, 0.119, 0.140\}$

两论域中的每一个元素都是按照基础变量各档次的步距得到的,取值可根据需要而定,由于信息分配只能把一个信息分配给相邻的两个控制点,所以当 Δ 不适当的小时,必然有很多控制点得不到信息,信息矩阵 Q 就会出现波动.在实际工作中,先取较小的 Δ ,然后逐渐变大,使得 Q 刚好不波动为止. U_e 为黄土孔隙比论域,步距 $\Delta = e_{i+1} - e_i = 0.054$; V_{δ_s} 为湿陷系数的论域,步距 $\Delta = 0.021$,按照二维正态信息扩散公式^[6]建立模糊关系矩阵,则有

$$Q = \hat{f}_m(u, v) = \frac{1}{2\pi m h^2} \cdot \sum_{j=1}^m \exp\left(-\frac{(u' - u'_j)^2 + (v' - v'_j)^2}{2h^2}\right) \quad (3)$$

式中: $u' = (u - a_1)/(b_1 - a_1)$; $u'_j = (u_j - a_1)/(b_1 - a_1)$; $v'_j = (v_j - a_2)/(b_2 - a_2)$; $a_1 = \min_{1 \leq j \leq m} \{u_j\}$; b_1

$$= \min_{1 \leq j \leq m} \{u_j\}; a_2 = \min_{1 \leq j \leq m} \{v_j\}; b_2 = \max_{1 \leq j \leq m} \{v_j\}; h =$$

1.420 8/($m-1$), m 为样本数.

按式(3)将所收集的50组数据建立模糊关系矩阵 R , $m=50$.首先按照信息扩散法将这50组原始数据中的孔隙比与湿陷系数建立模糊关系,其中, $a_1 = 0.860$, $b_1 = 1.400$, $a_2 = 0.014$, $b_2 = 0.140$, $u \in U_e$, $v \in V_{\delta_s}$, u_j 和 v_j 分别为对应的孔隙比和湿陷系数,可得到原始信息分布矩阵 Q_{e, δ_s} ,如表2所示.再按行对原始信息作正规化处理,可得到湿陷系数 δ_s 与孔隙比 e 的模糊关系矩阵 R_{e, δ_s} .

同样将含水量与湿陷系数建立模糊关系,其中 $a_1 = 7.2$, $b_1 = 24$, $a_2 = 0.014$, $b_2 = 0.140$, $u \in U_e$, $v \in V_{\delta_s}$. u_j 和 v_j 分别为含水量和湿陷系数,可得到原始信息分布矩阵 Q_{w, δ_s} ,如表3所示.再按行对原始信息作正规化处理,即可得到湿陷系数 δ_s 与含水量 ω 的模糊关系矩阵 R_{w, δ_s} .

2.2 模糊近似推论

按模糊近似推论公式 $B_i = A_i \circ R$ 来验证表4中的资料,式中 A_i 的计算采用如下公式:

$$\text{当 } a \leq a_{\min}, a_{\min} \in A_i \text{ 时, } A_i = [1, 0, \dots, 0] \quad (4)$$

$$\text{当 } a \geq a_{\max}, a_{\max} \in A_i \text{ 时, } A_i = [0, 0, \dots, 1] \quad (5)$$

$$\text{当 } a_{\min} < a < a_{\max} \text{ 时, } A_i = [\max(0, 1 - \frac{|a - a_i|}{\Delta})] \quad (6)$$

式中: Δ 为步长; $\Delta = a_{i+1} - a_i$; ($i=1, 2, \dots, m$)

该方法表明:当原始信息元素 a 超出 A_i 的范围时($a \notin A_i$),应突出两头元素(a_{\min}, a_{\max})的信息.

利用公式(4)、(5)、(6)(其中 A_i 对应于孔隙比和含水量),取表 4 中的一组孔隙比、含水量(0.967,7.5)进行一维信息分配,得到 $e=0.967$, $w=7.5$ 时

$A_e = [0, 0.019, 0.981, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$,
 $B_e = A_e \circ R_{e,\delta_i} = [0.012, 1, 0.309, 0.001, 0, 0, 0]$,
 $B_w = A_w \circ R_{w,\delta_i} = [0.558, 0.932, 0.182, 0, 0, 0, 0]$.

若是只考虑单因素对湿陷性的影响则到此再进行信息集中就可得到最终结果,但考虑孔隙比、含水量对黄土湿陷性的影响,因二者影响程度不同,所以应当综合考虑各因素的影响,其模糊推论为:

$B' = A' \cdot R'$ (7)

式中: R' 为影响湿陷性各因素的模糊向量组成 2×11 阶矩阵, A' 为各因素的权重,根据灰色关联度求解并归一化,本文限于篇幅计算过程略,取一组孔隙比、含水量(0.967,7.5),得孔隙比、含水量的权重为 $A' = (0.36, 0.64)$,得到

$R' = \begin{bmatrix} B_e \\ B_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.012 & 1 & 0.309 & 0.001 & 0 & 0 & 0 \\ 0.558 & 0.932 & 0.182 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

此时 B 还需要利用信息集中处理后方可作为最终结果.

2.3 信息集中求取最终结果

利用式(2)由 $e=0.967$, $w=7.5$,求取最终结果得到 $\delta'_i=0.0355$,与实际 δ_i 的值为 0.0353 非常接近,推论值与实测值对比见表 4.

表 2 孔隙比和湿陷系数的原始信息分布矩阵 Q_{e,δ_i}

Tab.2 Initial information distribution matrix Q_{e,δ_i} of pore-solid ratio and coefficient of collapsibility

孔隙比	δ_{i1}	δ_{i2}	δ_{i3}	δ_{i4}	δ_{i5}	δ_{i6}	δ_{i7}
	0.014	0.035	0.056	0.077	0.098	0.119	0.140
$e_1(0.860)$	3.809	5.489	0.005	0.000	0.000	0.000	0.000
$e_2(0.914)$	0.514	0.804	0.770	0.000	0.000	0.000	0.000
$e_3(0.968)$	0.000	13.553	4.013	0.019	0.000	0.000	0.000
$e_4(1.022)$	0.000	5.244	3.111	1.115	0.263	0.465	0.000
$e_5(1.076)$	0.000	4.149	0.191	4.122	3.817	0.151	0.000
$e_6(1.130)$	0.000	4.166	0.534	3.661	0.228	0.000	0.000
$e_7(1.184)$	0.000	0.260	0.013	1.039	0.000	0.001	0.358
$e_8(1.238)$	0.000	0.000	0.003	0.037	2.035	0.000	0.032
$e_9(1.292)$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.164	0.000	0.000
$e_{10}(1.346)$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.004	0.000	0.023
$e_{11}(1.400)$	0.000	0.000	0.000	0.000	1.484	0.000	3.664

表 3 含水量和湿陷系数的原始信息分布矩阵 Q_{w,δ_i}

Tab.3 Initial information distribution matrix Q_{w,δ_i} of moisture content and coefficient of collapsibility

含水量	δ_{i1}	δ_{i2}	δ_{i3}	δ_{i4}	δ_{i5}	δ_{i6}	δ_{i7}
	0.014	0.035	0.056	0.077	0.098	0.119	0.140
$\omega_1(7.20)$	3.914	6.048	0.023	0.000	0.000	0.000	0.000
$\omega_2(8.88)$	0.212	0.872	1.405	0.000	0.000	0.000	0.000
$\omega_3(10.56)$	0.000	3.459	1.197	0.000	0.000	0.000	0.000
$\omega_4(12.24)$	0.000	7.962	0.097	0.000	0.000	0.000	0.000
$\omega_5(13.92)$	0.000	1.059	3.185	0.019	0.000	0.000	0.000
$\omega_6(15.60)$	0.000	4.792	1.785	0.819	0.046	0.003	0.000
$\omega_7(17.28)$	0.000	0.196	1.133	0.660	0.086	1.104	0.000
$\omega_8(18.96)$	0.000	2.730	0.054	3.290	3.683	0.014	0.000
$\omega_9(20.64)$	0.000	0.942	0.025	5.276	0.318	0.000	0.000
$\omega_{10}(22.32)$	0.000	3.125	0.490	0.802	0.486	0.001	0.429
$\omega_{11}(24.00)$	0.000	0.003	0.005	0.104	2.783	0.001	2.309

$R_{e,\delta_i} = \begin{bmatrix} 0.694 & 1.000 & 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.639 & 1.000 & 0.958 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.000 & 0.296 & 0.001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.000 & 0.593 & 0.213 & 0.050 & 0.089 & 0 \\ 0 & 1.000 & 0.046 & 0.993 & 0.920 & 0.036 & 0 \\ 0 & 1.000 & 0.128 & 0.879 & 0.055 & 0 & 0 \\ 0 & 0.250 & 0.013 & 1.000 & 0 & 0.001 & 0.345 \\ 0 & 0 & 0.001 & 0.016 & 1.000 & 0 & 0.014 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.174 & 0 & 1.000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.405 & 0 & 1.000 \end{bmatrix}$

$R_{w,\delta_i} = \begin{bmatrix} 0.647 & 1.000 & 0.004 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.151 & 0.621 & 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.000 & 0.346 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.000 & 0.012 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.332 & 1.000 & 0.006 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.000 & 0.372 & 0.171 & 0.010 & 0.001 & 0 \\ 0 & 0.173 & 1.000 & 0.583 & 0.076 & 0.974 & 0 \\ 0 & 0.741 & 0.015 & 0.893 & 1.000 & 0.004 & 0 \\ 0 & 0.179 & 0.005 & 1.000 & 0.060 & 0 & 0 \\ 0 & 1.000 & 0.157 & 0.257 & 0.156 & 0 & 0.137 \\ 0 & 0.001 & 0.002 & 0.037 & 1.000 & 0 & 0.830 \end{bmatrix}$

表 4 黄土湿陷资料验证表

Tab. 4 The verification table of loess collapsibility data

序号	孔隙比 e	含水量 $\omega/\%$	实际湿陷 系数 δ_i	计算湿陷 系数 δ'_i
1	0.835	12.6	0.035 4	0.032 8
2	0.894	7.9	0.037 5	0.034 3
3	0.967	7.5	0.035 3	0.035 5
4	0.956	8.2	0.034 0	0.036 7
5	1.003	22.5	0.038 0	0.039 9
6	1.004	14.2	0.046 8	0.043 6
7	1.036	15.8	0.054 0	0.044 0
8	1.068	8.2	0.048 0	0.055 4
9	1.078	19.0	0.070 0	0.070 2
10	1.084	19.4	0.073 0	0.069 0

2.4 误差分析

在此采用均方差方法分析其误差为

$$\delta_{DF} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (p(v_i) - \hat{f}(v_i))^2 \quad (8)$$

式中: $p(v_i)$ 在本文中为实际的湿陷系数 δ_i , $\hat{f}(v_i)$ 为计算出的湿陷系数值 δ'_i , 将表 4 中的数据代入式(8), 可得到 $\delta_{DF} = 0.000\ 023\ 2$, $\delta = \sqrt{\delta_{DF}} = 0.004\ 8$.

可见, 用信息扩散法估算的湿陷系数 δ_i 误差较小.

3 结束语

作者通过将模糊数学方法中的信息优化处理方法引进到黄土湿陷系数的预测中, 无需构造隶属函数这一中间过程, 能够更客观地反映实际情况. 该方法误差小, 精度高且能够简单、快速地预测湿陷系数, 具有一定的实用性. 若将更多的影响因素参与评价, 则其模型的预测效果更好.

参考文献:

- [1] 吴翔天, 谷栓成. 关中地区黄土湿陷性的模糊综合评判[J]. 建筑技术开发, 2004, 31(9): 89-91.
- [2] 关文章. 湿陷性黄土工程性能新篇[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1990.
- [3] 黄崇福, 张俊香, 刘 静. 模糊信息优化处理技术应用简介[J]. 信息与控制, 2004, 33(1): 61-66.
- [4] 王家鼎. 地理学研究中的模糊信息优化处理方法[J]. 地理学与国土研究, 1999, 15(1): 75-80.
- [5] 王家鼎, 张倬元. 典型高速黄土滑坡群的系统工程地质研究[M]. 成都: 四川科学技术出版社, 1999, 125-127.
- [6] 黄崇福, 王家鼎. 模糊信息优化处理技术及其应用[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1995, 84-125.

Application of Fuzzy Method in the Evaluation of Loess Collapsibility

LI Rui-e^{1,2}, XIE Yong-li¹

(1. Key Laboratory for Special Area Highway Engineering of Ministry of Education, Chang'an University, Xi'an 710064, China; 2. Civil Engineering Institute, Xi'an University of Architecture & Technology, Xi'an 710055, China)

Abstract: The fuzzy mathematics method is used in the evaluation and forecast of loess collapsibility. With the application of information diffusion principle of fuzzy information optimization processing method, based on the 60 sets of collapsing loess data from test, the fuzzy relationship between the coefficient of collapsibility and the pore-solid ratio, moisture content which is selected from important influence factors is built. And the corresponding mathematics model of evaluation collapsibility is established. After testing another ten sets data with this model, we find that the model has lower deviation and better effect. It is of great value in the application to practical projects.

Key words: loess collapsibility; fuzzy mathematics; information diffusion; information optimization