

文章编号: 1671-6833(2006)04-0092-05

# 结构健康监测中传感器优化设置方法研究

吴子燕, 代凤娟, 杨海峰

(西北工业大学力学与土木建筑学院, 陕西 西安 710072)

**摘要:** 首先探讨了 3 种基于数据信息最大化准则的传统传感器优化布置方法, 即有效独立法、有效独立驱动点-残差法及运动能法. 其中前 2 种基于 Fisher 信息阵最大化, 而第 3 种基于运动能最大化. 然后运用结构振动模态和三样条插值模态之间的均方差最小和抗噪性能最好, 这两种比较准则来确定最优的传感器设置方法. 数值分析表明: 这 3 种传感器优化布置法都是有效的, 而有效独立-驱动点残差法的效果最好.

**关键词:** 传感器; Fisher 信息阵; 优化配置; 抗噪性; 有效独立-驱动点残差法; 有效独立法; 运动能法  
**中图分类号:** TE 951; P 315.916 **文献标识码:** A

## 0 引言

结构健康监测是近几年发展起来的结构无损检测技术, 而传感器优化设置问题是能否有效进行结构无损检测的关键问题. 选用最优的传感器数量及其在结构中的最优配置已经受到业界越来越多的关注, 不适当的传感器配置将影响识别参数的精度<sup>[1]</sup>, 尤其是对于像桥梁结构这种自由度数目巨大, 实际中只能用有限的离散的传感器来获取参数, 用连续函数描述其状态的结构. 为了使传感器在含噪声的环境中获取最全面、最精确的结构模态信息, 使测试获取的信息能和结构模态分析的结果相对应, 有必要对传感器的位置进行优化.

要进行传感器的优化配置, 首先要确定合理的优化配置准则. 目前发展起来了很多优化准则<sup>[2]</sup>, 最为常用的方法是识别误差最小准则和模型缩减准则. 模型缩减准则能保证低阶模态的精度. 对于在噪声环境中的优化, 有限元模态振型和三样条插值模态振型之间的均方差准则是评价捕捉结构状态的更好准则.

传感器的优化配置最重要的是选择适当的优化方法. 近几年发展了很多的随机类方法, 主要有模拟退火法、遗传算法和神经网络法, 这些算法的引入其实质只是对传统计算方法思想的变通, 并

没有本质上的改变, 这些方法不易陷入局部最优, 但是搜索性能和可靠性都不高. 作者研究了 3 种不同的传统优化传感器布置技术, 第 1 种方法是根据最大化 Fisher 信息矩阵行列式, 用改进的有效独立法对大空间结构按模态次序识别<sup>[3]</sup>(identifying according to modal sequence); 第 2 种方法是以传感器测得的结构运动能最大为优化目标的运动能法, 它依赖于有限单元网格的划分; 第 3 种方法是有效独立-驱动点残差法<sup>[4]</sup>(DPR), 它是一种有效独立法和能量法、驱动点残差相结合的方法, 在一定程度上, 它来源于有效独立法, 但是属于运动能法, 能够最大化所获信号的运动能. 通过一个具体的例子对 3 种方法进行计算验证, 结果表明这 3 种方法均是有效的, 而有效独立-驱动点残差法是一种最优的方法.

## 1 基本理论

### 1.1 有效独立法(EFI)

有效独立法(EFI)是由 Kammer<sup>[5]</sup>提出的一种优化方法, 主要思想是从所有的测点出发, 逐步消除对目标模态向量线性无关贡献最小的自由度, 通过最大化有关的 Fisher 信息阵的行列式进而转化为  $N$  个模态的空间线性无关或最大化它们的目标模态的信号强度来实现.  $y_s$  是  $N$  个模态振型叠加得到结构的响应向量, 即传感器的输出信息.

收稿日期: 2006-06-27; 修订日期: 2006-09-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10072041)

作者简介: 吴子燕(1962-), 女, 上海人, 西北工业大学教授, 博士, 主要从事土木工程系统理论与建筑工程设计集成研究.

$$y_s = \Phi q + \omega = \sum_{i=1}^N q_i \Phi_i + \omega \tag{1}$$

式中： $\omega$  是的零均值高斯白噪声； $N$  表示  $\Phi$  的列数 ( $n \times N$  矩阵,  $n$  是待选传感器位置的数量)； $\Phi_i$  是  $\Phi$  的第  $i$  个列向量也就是第  $i$  阶目标模态；

不论在时域还是在频域中,可以把  $y_s$  看作是模态线性组合值,并且能够得到一个弹性结构任意点的响应值.因此可以根据这个原则来描述结构的响应<sup>[5]</sup>. $y_s$  的第  $i$  个系数是第  $i$  阶模态向量的线性组合,式中的  $q_i$  是一个放大系数,这个系数可以是时域或频域的一个函数.

假设有  $n$  个候选测点,而只有  $M$  ( $M < n$ ) 个传感器可用,这种方法的目标是保持尽可能多的线性无关信息,从而获得模态振型的最佳估计,也即真实的广义坐标  $\bar{q}$  的最佳估计.对应于  $\bar{q}$  存在着一个偏差,假如这个过程是一个无偏有效估计,估计偏差的协方差矩阵  $J$  由下式给出

$$J = E \left[ \left( q - \bar{q} \right) \left( q - \bar{q} \right)^T \right] = \left[ \frac{1}{\sigma^2} \Phi^T \Phi \right]^{-1} = Q^{-1} \tag{2}$$

式中,  $Q$  表示 Fisher 信息矩阵<sup>[4]</sup>.

$$G^T = \frac{\partial y_s(q)}{\partial q}, \quad Q(q) = \frac{1}{\sigma^2} G^T G \tag{3}$$

$G$  表示为敏感性矩阵<sup>[4]</sup>.因此,当  $Q$  阵最大化式时,将得到参数  $q$  的最佳估计,也就是把待选传感器位置去掉后,计算  $Q$  的行列式,当得到的  $Q$  行列式值最大时,表明就删除这个待选位置对目标模态的无关性影响最小,这就是最大化 Fisher 信息阵行列式法.

为了实现这些计算,可以用一种迭代法<sup>[4]</sup>,用候选测点对模态矩阵的线性无关的贡献有效独立分配向量  $E_D$  来求得

$$E_D = [\Phi \Psi]^2 \lambda^{-1} \{1\}_k \tag{4}$$

式中:  $\Psi$  表示  $Q$  的特征向量矩阵;  $\lambda$  表示有关的特征值矩阵;  $\{1\}_k$  表示第  $k$  行所有系数的总和.

其中的乘方是简单的矩阵中所有元素各自的平方.为了保证每次迭代后  $Q$  行列式最大化,排除最小  $E_D$  系数的传感器位置,这样就从最初设置的传感器位置数  $n$  得到设定的所用传感器数目  $m$ .

有效独立法的主要缺点是:通常为了得到一个非奇异矩阵  $Q$ ,传感器的用量必须等于目标模态数  $N$ .

1.2 运动能量法(KEM)

运动能量法<sup>[6]</sup>布置传感器的步骤和有效独立

法类似,主要不同点在于运动能的目的是寻找传感器位置的简化结构,通过最大化结构运动能来测量而不是通过 Fisher 信息  $Q$  行列式.用有限元模型质量阵加权 Fisher 信息阵  $Q$ ,产生运动能阵  $KE$ ,定义如下:

$$KE = \Phi^T M \Phi \tag{5}$$

分解质量阵为下三角  $L$  和上三角  $U$  的因数阵

$$\Psi = U \Phi \tag{6}$$

$$M = LU \tag{7}$$

运动能可表示为矩阵  $\Psi$  和它的转置的乘积,与 Fisher 信息阵  $Q$  相似,可以通过下面的表达式来描述:

$$KE = \Psi^T \Psi \tag{8}$$

因此,估计  $\Psi$  后求解传感器优化位置的迭代方法和有效独立法的式子相同,不再累述.

1.3 有效独立—驱动点残差法(EFI-DPR)<sup>[4]</sup>

有效独立法的局限性是所选择传感器的位置能量低,从而必然会引起信息的丢失;对于运动能法的局限性使设置传感器时没有考虑结构的对称性,而效独立—驱动点残差<sup>[4]</sup> (Drive-Point Residue)通过相应的驱动点残差(DPR)系数乘以有效独立法待选传感器的有效分配向量,可以避免他们的局限性.驱动点残差的公式如下:

$$DPR_i = \sum_{j=1}^N \frac{\Phi_{ji}^2}{\omega_j} \tag{9}$$

从而得到有效独立分配向量的表达式如下:

$$E_{Di} = [\Phi \Psi]^2 \lambda^{-1} \{1\}_k DPR_i \tag{10}$$

式中:  $\omega_j$  是第  $j$  阶目标模态频率.实质上 DPR 是  $E_D$  向量的一个权值因素.

1.4 两种比较准则

用两种标准来比较不同的传感器位置优化方法的优劣,分析其捕获桥梁模型的振动行为的能力.概念上优化标准应该和最大的损伤信息有关.一种好的传感器布设方案应做到测得的时程记录对参数的变化最为敏感<sup>[7]</sup>,它们能对结构系统潜在损伤产生可靠的敏感的信息.

第一个标准是均方差标准,即有限元模型的模态振型和通过三次样条插值拟合传感器所测的模态振型之间的均方差,来评价每种传感器位置优化方法捕获结构动态响应的能力.每个第  $i$  阶振动模态的均方差被标准化为它的标准偏差  $\sigma_i$  来评估总的均方差,由下式得到

$$TMSE = \sum_{i=1}^n \frac{\frac{1}{\sigma_i} \sum_{j=1}^n (\Phi_{ij}^{CS} - \Phi_{ij}^{FE})^2}{n} \tag{11}$$

第二种比较标准是抗躁性能,即测得的模态应能够与模型分析的结果建立起对应关系,所得有关模态特性的信号强度应尽可能减少噪声.这是一个重要的方面,记录删除传感器的数量,用删除后的行列式的值与原始行列式的值的百分比来评价每种方法的抗噪声能力.

2 数值算例

对于简单结构,凭经验可以直接寻找到较合理的传感器布设位置,但对于复杂的大型结构,经验方法的局限性便显而易见.

图 1 用计算机软件 ANSYS 模拟了一座主跨为 360 m、边跨为 174 m、塔高为 162 m,主塔为倒 Y 型的斜拉桥.斜索在主梁每 6 m 处设置一根,索塔处也布置横梁且被斜拉索吊住.主塔从塔顶往下每隔 18 m 设置一个斜拉索张拉集中点,共分 4 个张拉点.上面 3 个集中点每个单侧可以张拉 7 条斜拉索,第 4 个点张拉 8 条斜拉索,在塔的倒 Y 分叉点也张拉一条吊索.作者所选择的桥梁结构不仅在横向上对称,在纵向上也是对称的.

桥的材料性能:①主梁、索塔:  $E=3.5E+10$ ,  $\rho=2\,500\text{ kg/m}^3$ ,  $\mu=0.17$ ;②刚性鱼刺横梁和主塔连接横梁:  $E=10E+15$ ,  $\rho=0$ ,  $\mu=0$ ;③斜拉索:  $E=1.9E+10$ ,  $\rho=1\,200\text{ kg/m}^3$ ,  $\mu=0.25$ .

截面特性:

(1) 主梁:  $a=16$ ,  $b=1.6$ ,  $A=25.6$ ,  $l_y=2\,000$ ,  $l_z=20$ ,  $l_x=21.8$ ;

(2) 上索塔:  $a=4.7$ ,  $b=3.4$ ,  $A=16$ ,  $l_y=39.7$ ,  $l_z=77.7$ ,  $l_x=61.6$ ;

(3) 中索塔:  $a=9$ ,  $b=6$ ,  $A=54$ ,  $l_y=200$ ,  $l_z=450$ ,  $l_x=61.6$ ;

(4) 下索塔:  $a=8$ ,  $b=5$ ,  $A=40$ ,  $l_y=83.3$ ,  $l_z=213.3$ ,  $l_x=333.3$ ;

(5) 刚性鱼刺横梁和索塔横梁:  $a=1$ ,  $b=1$ ,  $A=1$ ,  $l_y=1/12$ ,  $l_z=1/12$ ,  $l_x=1/3$ ;

(6) 斜拉索:  $A=0.012$ .

笔者只对桥的主梁进行分析和用不同的传感器优化技术布置传感器.每个节点具有 3 个平动、3 个转动自由度.假定只同时考虑竖向 Z 和水平 Y 方向设测点,用有限元分析规范和 ANSYS 系统的模态分析计算桥的振动模态特性,给传感器的优化设置方法提供输入数据.选择了它的低阶模态,即第二至四阶模态的模态振型值作为寻找最优传感器位置的输入数据(表 1).传感器的待选位置用第二至四阶模态和主梁限定.分别用这三种方法进行传感器优化布置.在模拟数值试验中加入 3% 的噪声,得到的分布情况如图 2~4 图.

表 1 用有限元计算的模态频率

Tab.1 Model frequencies calculated using FE model	
模态	频率/Hz
1 阶	0.031 769
2 阶	0.108 993
3 阶	0.256 275
4 阶	0.293 235

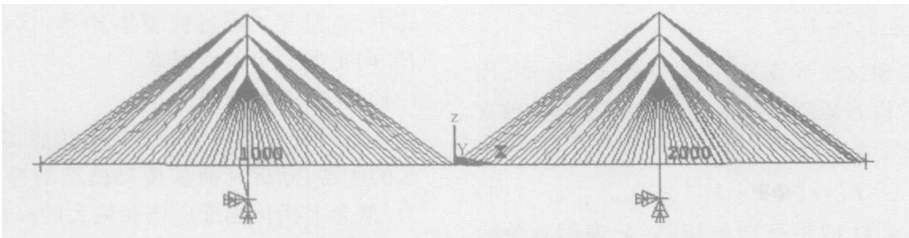


图 1 桥的有限元模型  
Fig.1 Bridge finite element model



图 2 有效独立法布置的传感器位置  
Fig.2 EFI sensor location

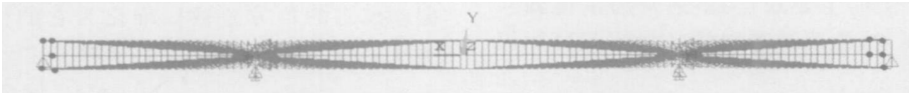


图 3 用运动能法布置的传感器位置  
Fig.3 KE method sensor selected.

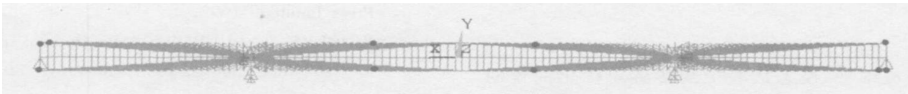


图 4 有效独立一驱动点残差法布置的传感器位置

Fig.4 EFI-DPR sensor selection

从图 2~4 可以看出运动能方法识别的传感器位置仅仅集中在高能量区,而有效独立一驱动点残差法布置的不仅对称分布,而且主要分布在高能量区段内.这对于像桥梁这样狭长对称的结构来说是一种很好的布置方法.

第一种比较原则进行比较;用 MATLAB 编码函数得到桥的主梁模态振型的三次样条插值和用 ANSYS 分析模拟的模态振型之间的均方差,结果总结成表 2.

表 2 拟合振型与分析振型均方差比较

Tab.2 MSE comparison between FE model and interpcated mode

优化方法	第一阶 模态	第二阶 模态	第三阶 模态	总合
EFI	0.004 6	0.005 2	0.008 2	0.006 2
EFI-DPR	0.000 4	0.000 3	0.001 0	0.000 6
KEM	0.043 2	0.025 6	0.072 3	0.051 3

从表 2 可以看出有效独立一驱动点残差法得到的均方差值分别比有效独立法和比运动能法低大约一两个数量级.这说明了有效独立一驱动点残差法能够很好的模拟真实的结构的实时动态状况,这样就更有利于掌握结构的动态行为,从而能对结构的健康做出准确的评价和及时的相应措施.

第二个准则可以使我们在所用传感器的数量和信号强度间有个动态的比较.图 5 显示了 Fisher 信息阵行列式图信息阵行列式的全部行为.

从图中看出对于相同数量的测点数,有效独立一驱动点残差法的 Fisher 信息阵行列式的百分含率和有效独立法的几乎相同,而高于运动能法,对于以结构参数识别为目标的损伤监测来说,测点模态的信息含量是非常重要的.因此,有效独立一驱动点残差法抗噪声捕获信号的能力是较好的.

分析以上两种标准比较的结果,可以认为有效独立一驱动点残差方法在 3 种方法中是最好的.主要理由如下:

(1)通过测得的特征参数来拟合整个结构的模态特征来捕获结构的动态反应具有较高的能力

- (2)传感器对称的分布在所测结构上(图 4).
- (3)它布置的传感器得到的信息量比有效独立法布置的传感器得到的信息多(图 5).
- (4)所选择的传感器位置趋向于较高振动能的位置,它设置的传感器比有效独立法的传感器测得的信号的强度大,保证了信息的获得.

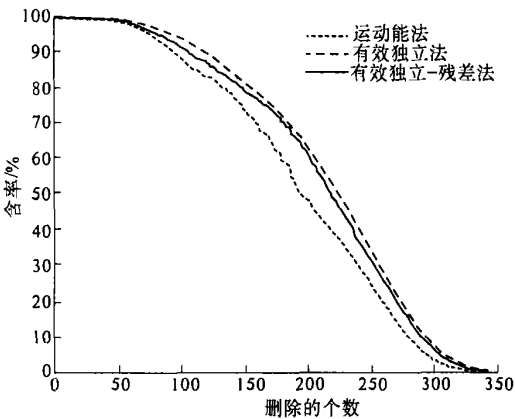


图 5 Fisher 信息阵行列式图

Fig.5 Fisher information matrix determinant

3 结论

笔者研究了 3 种传统的传感器位置优化方法.一种好的传感器布置应能够测出所研究结构的动态特性和模态重构信息,并且抗噪声性能好,测得结构的模态特性不因为噪声而与实际有太大差异.因此,笔者用两个比较标准来评价这 3 种优化方法的有效性.第一个标准是通过有限元模态振型值和用三样条插值法通过所设置的传感器拟合所有位置值之间的均方差最小.这种准则主要是衡量这些方法捕捉结构动态特性的能力.第二个标准是通过估计所设传感器的信息量的获得来测量抗噪声信号强度的能力,信息量通过计算信息阵的行列式得到.两种标准比较结果表明:有效独立一驱动点法比运动能法和有效独立法具有更好的捕捉结构动态特性的能力和它有较小的均方差值,抗噪声信号强度高和重视结构对称性.因此,有效独立一驱动点残差法是一种最优的传感器位置优化法.

参考文献:

[1] 刘 娟,黄维平. 模态试验中的传感器优化配置的逐步削减法[J]. 海洋工程, 2004, 22(1): 32~45.

[2] 刘福强,张令弥. 作动器与传感器优化配置的逐步削减法[J]. 宇航学报, 2000, 21(3): 64~69.

[3] KAMMER D C, BRILLHART R D. Optimal sensor placement for modal identification using system — realization methods[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics 1996, 19(7): 29~31.

[4] IMAMOVIC N. Model Validation of Large Finite Element Model Using Test Data [D]. London Imperial College. 1998.

[5] EWINS D J. Modal testing: theory, practice and application[M]. 2nd ed. Hertfordshire England: Research Studies Press Limited. 1999.

[6] WORDEN K, BURROWS A P. Optimal sensor placement for fault detection [J]. Engineering Structures, 2001, (23): 885~901.

[7] 崔 飞,高 岩. 结构损伤识别的传感器优化布设方法[J]. 铁道建筑, 2003, (3): 51~54.

[8] DOWSKI E. Fisher information and Cramer—Rao bound. [DB/OL]; [http://www. colorado. edu/isl/papers/info/ node2. html](http://www.colorado.edu/isl/papers/info/node2.html). 2002—06—04.

[9] 高 丽,李金莉,张 斌. 远程监控网中快速 CRC 算法设计及实现[J]. 郑州大学学报(工学版), 2003, 24(1): 97~100.

[10] 刘 军,瞿伟廉,袁润章. 基于灵敏度分析的结构损伤识别中的传感器优化配置[J]. 地震工程与工程振动, 2003, 23(6): 85~90.

Research on Optimal Sensor Placement Methods for Structure Health Monitoring

WU Zi—yan, DAI Feng—juan, YANG Hai—feng

(College of Mechanics and Civil engineering, Northwest Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** This paper discusses three different optimal sensor placement methods with the aim of maximizing the data information, that is Effective Independence (EFI) method, Effective Independence Driving—point Residue (EFI—DPR) method and Kinetic Energy method. Two of them are based on maximizing Fisher information matrix and the other is based on Kinetic energy. Then using minimum of the mean square error between the FE model and the cubic spline interpolated mode shapes and the best capability to withstand the noise pollution keeping intact the information relative to the structure properties, the two criteria determine which is the most optimal sensor placement methods. The numerical analysis shows the three methods are all effective, but the effective independence driving—point residue method is the best optimal method.

**Key words:** sensor; Fisher information; optimal placement; the capability to withstand noise; EFI method; KEM method; EFI—DPR method