

文章编号:1671-6833(2006)04-0084-05

组合赋权灰关联法在桥梁加固方案优选中的应用

杨雅勋, 李子青, 郝宪武

( 长安大学桥梁与隧道陕西省重点实验室, 陕西 西安 710064)

摘 要: 基于改进 AHP 法和熵值法, 提出了确定指标权值的一种非线性目标规划方法, 该方法把主观和客观两类权值信息相结合, 既能充分利用客观信息, 又能满足决策者的主观愿望. 同时针对桥梁加固方案优选中存在诸多的灰色信息, 采用灰关联度分析进行方案优选. 最后通过工程实例说明了该决策方法的合理性和实用性, 为桥梁加固方案决策的科学性提供了一个新的思路.

关键词: 桥梁加固; 方案优选; 信息熵; 组合赋权; 灰色关联度

中图分类号: U 445.72 文献标识码: A

0 引言

多属性决策在工程设计、经济和管理等诸多领域中具有广泛的理论与实际应用背景, 桥梁加固方案优选就属于多属性决策问题<sup>[1]</sup>. 在多属性决策中, 指标权重对决策结果有着重要影响, 合理的确定指标权重是多属性决策的一个关键问题. 关于指标权重的确定方法主要有主观法和客观法两大类. 主观法是根据决策者对指标的主观重视程度而赋权的方法, 例如层次分析法、专家调查法等; 客观法是单纯利用指标的客观信息而确定权重的方法, 例如熵值法等. 主观法所确定的权重体现了决策者的意向, 决策或评价结果具有较大的主观随意性; 客观法所确定的权重虽然具有较强的数学理论依据, 但没有考虑到决策者的主观意向, 两类方法均有一定的局限性<sup>[2]</sup>.

目前进行桥梁加固方案优选时, 主要是应用模糊数学和层次分析等方法, 指标权值以及最终的优选结果受主观影响很大, 其存在很多问题. 为了兼顾到对指标的偏好, 同时又力争减少主观随意性, 充分利用客观信息, 使对指标的赋权达到主观与客观的统一, 作者提出了组合赋权的一种非线性目标规划方法. 该方法把主观和客观两类权值相结合, 确定各影响指标的组组合权值. 同时针对桥梁加固方案优选中存在诸多的灰色信息, 采用灰色关联法确定各加固方案相对于理想最优方案

的灰关联度, 从而实现了多方案的合理优选.

1 优选方法

1.1 指标体系的确定

桥梁加固方案优选的目的是从多个初步可行的方案中, 选择出一个技术可行、效果可靠、经济合理、施工简便和确保质量的方案. 为达到这一目的, 结合桥梁加固的特点和技术要求, 首先确定影响加固方案优选的因素, 其主要包括以下四个方面内容<sup>[3]</sup>: ①桥梁加固方案的效果可靠性; ②桥梁加固方案的经济合理性; ③桥梁加固方案的技术可行性; ④桥梁加固方案的结构美观性.

明确了桥梁加固方案优选的影响因素和目标后, 就可以根据加固问题的需要建立桥梁加固方案综合评价指标体系, 如表 1 所示.

1.2 指标归一化处理

桥梁加固方案优选中, 所涉及的评价指标很多, 其中有定量指标, 也有定性指标. 定量指标和定性指标的评价标准显然是不同的. 同时各评价指标的量纲各不相同, 并且在数值上往往相差悬殊, 因此评价之前须将各评价指标进行无量纲化处理, 消除不同指标量纲所带来的不可公度性. 这是方案优选的关键之一.

1.2.1 定量指标处理

定量指标是那些能够用数值表示出来并且指标值可以直接用来做为方案优选的评价指标. 在

收稿日期: 2006-06-21; 修订日期: 2006-09-27

作者简介: 杨雅勋 (1979-), 男, 陕西西安人, 长安大学博士研究生, 主要从事桥梁状态评估研究.

桥梁加固方案优选中,加固所需费用、加固所需工期、加固后所需的维修费用都属于定量指标.对于定量指标,可以采用如下处理方法<sup>[3]</sup>:

表1 桥梁加固方案评价指标体系

Tab.1 Evaluation index system of reinforcement proposals for bridges

第一层次因素	第二层次因素
(1) 效果可靠性	① 承载能力要求满足程度
	② 耐久性要求满足程度
	③ 新旧结构协调工作要求满足程度
	④ 对加固构件无不利影响的要求满足程度
(2) 经济合理性	① 加固所需总费用
	② 加固所需工期
	③ 加固后所需的年维护费用
	④ 对原有结构的利用程度
(3) 技术可行性	① 加固技术可靠性
	② 加固技术适用性
	③ 加固技术的复杂程度
	④ 加固对交通影响程度
(4) 结构美观性	① 加固后结构美观程度

(1) 对于效益型指标,即属性值越大越好的指标,其归一化值为

$$f'_{ij} = \begin{cases} 0 & (f_{ij} \leq f_{i\min}) \\ \frac{f_{ij} - f_{i\min}}{f_{i\max} - f_{i\min}} & (f_{i\min} < f_{ij} < f_{i\max}) \\ 1 & (f_{ij} \geq f_{i\max}) \end{cases} \quad (1)$$

(2) 对于成本型指标,即属性值越小越好的指标,其归一化值为

$$f'_{ij} = \begin{cases} 0 & (f_{ij} \geq f_{i\max}) \\ \frac{f_{i\max} - f_{ij}}{f_{i\max} - f_{i\min}} & (f_{i\min} < f_{ij} < f_{i\max}) \\ 1 & (f_{ij} \leq f_{i\min}) \end{cases} \quad (2)$$

式(1)、(2)中 $f_{ij}$ 为 $j$ 第个待评价方案对第 $i$ 项指标所具有的指标值; $f'_{ij}$ 为 $f_{ij}$ 归一化处理后的值; $f_{i\min}$ 为各方案第 $i$ 项评价指标中最小指标值,即 $f_{i\min} = \min(f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{im})$ ;  $f_{i\max}$ 为各方案第 $i$ 项评价指标中最大指标值,即 $f_{i\max} = \max(f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{im})$ ,其中, $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ;  $j = 1, 2, 3, \dots, m$ .

1.2.2 定性指标处理

桥梁加固方案优选评价指标体系中的有些评价指标属于只能对其进行定性的估计和评判的定性指标.对于定性指标,只有对它们进行恰当的量化,使量化后的指标可与其他定量指标一起使用,

才能公正客观的对各方案进行评价优选.对于定性指标,根据加固问题的需要,采用九级因素等级集 $E = \{\text{最差、很差、差、较差、中、较好、好、很好、最好}\}$ 进行评价,而对于定性指标语言灰量,采用线性灰量白化权函数<sup>[4]</sup>进行量化.

设 $n$ 为语言灰量等级, $f(x)$ 为灰量的线性白化权函数,其中 $f(x)$ 为 $x$ 的单调函数且 $f(x) \in [0, 1]$ .记 $f(n) = 1$ 为 $f_{\max}$ ,  $f(1) = 0$ 为 $f_{\min}$ ,则第 $i$ 级语言灰量的量化结果为

$$f(i) = \frac{i-1}{n-1}(f_{\max} - f_{\min}) \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (3)$$

1.3 指标权重的确定

1.3.1 主观法——改进AHP法

层次分析法的计算是建立在判断矩阵一致性基础上,而实际应用中所建立的判断矩阵往往都不一致;而且,当被比较元素个数超过9时,判断就不准确.针对这些问题,采用改进AHP法<sup>[5]</sup>来计算指标的权重向量,该方法不受元素个数限制,且不需要进行一致性判断.

(1) 假设某一层次的指标 $y_k$ 做为准则,对下一层次的指标 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 有支配作用,那么在准则 $y_k$ 之下按它们相对重要性赋予 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 相应的权重.若评价指标 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 相对于评价准则 $y_k$ 具有关系:

$$x_1 > x_2 > \dots > x_n \quad (4)$$

则称评价指标 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 之间确立了序关系.式中 $x_i > x_j$ 表示 $x_i$ 相对于评价准则 $y_k$ 的重要性程度大于(或不小于) $x_j$ ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ).

(2) 设专家关于评价指标 $x_{k-1}$ 与 $x_k$ 的重要性之比 $w_{k-1}/w_k$ 的判断为

$$w_{k-1}/w_k = r_k \quad (k = 2, 3, \dots, n) \quad (5)$$

其中 $r_k$ 的赋值见表2所示<sup>[6]</sup>.

表2  $r_k$  赋值参考表

Tab.2 Reference assignment to  $r_k$

$r_k$	说明
1	指标 $x_{k-1}$ 与 $x_k$ 具有同样重要性
3	指标 $x_{k-1}$ 比 $x_k$ 稍微重要
5	指标 $x_{k-1}$ 比 $x_k$ 明显重要
7	指标 $x_{k-1}$ 比 $x_k$ 强烈重要
9	指标 $x_{k-1}$ 比 $x_k$ 极端重要
2, 4, 6, 8	表示相邻判断 1—3, 3—5, 5—7, 7—9 的中值

如果 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 具有式(4)的序关系,则知有

$$r_{k-1} \cdot r_k > 1 \quad (k=2,3,\cdots,n) \tag{6}$$

又由于  $\prod_{i=k}^n r_i = w_{k-1}/w_n$ , 则

$$\sum_{k=2}^n \left( \prod_{i=k}^n r_i \right) = \sum_{k=2}^n (w_{k-1}/w_n)$$

注意到  $\sum_{k=1}^n w_k = 1$ , 则知

$$w_n = 1 / \left( 1 + \sum_{k=2}^n \left( \prod_{i=k}^n r_i \right) \right) \tag{7}$$

根据式(5)及式(7), 可知

$$w_{k-1} = r_k \cdot w_k \quad (k=2,3,\cdots,n) \tag{8}$$

1.3.2 客观法——熵值法

在信息论中, 信息熵  $H(x)$  是系统无序程度的度量, 信息是系统有序程度的度量, 二者绝对值相等, 符号相反. 某项指标的指标值变异程度越大, 信息熵越小, 该指标提供的信息量越大, 该指标的权重也应越大; 反之, 某项指标的指标值变异程度越小, 信息熵越大, 该指标提供的信息量越小, 该指标的权重也越小. 所以, 可以根据各项指标值的变异程度, 利用信息熵这个工具, 计算出各指标的权值, 其计算步骤如下<sup>[7]</sup>:

(1) 将各指标同度量化, 计算第  $k$  项指标下第  $j$  个待评价方案指标值  $f_{kj}$  的比重  $p_{kj}$

$$p_{kj} = \frac{f_{kj}}{\sum_{j=1}^m f_{kj}} \tag{9}$$

(2) 计算第  $k$  项指标的信息熵值  $e_k$

$$e_k = -k \sum_{j=1}^m p_{kj} \ln p_{kj} \tag{10}$$

式中, 常数  $k(k > 0)$  与系统的样本数(方案数)  $m$  有关. 对于一个信息完全无序的系统, 有序度为 0, 其熵值最大,  $e = 1$ ; 而当  $m$  个样本处于完全无序分布状态时, 可知  $p_{kj} = 1/m$ , 由式(10)可得

$$e = -k \sum_{j=1}^m \frac{1}{m} \ln \frac{1}{m} = k \ln m = 1$$

于是知  $k = 1/\ln m$ , 且  $0 \leq e_k \leq 1$ .

(3) 计算第项指标的差异性系数  $g_k$ . 由于信息熵  $e_k$  可用来度量第  $k$  项指标值的效用价值, 当完全无序时,  $e_k = 1$ , 此时  $e_k$  的信息对综合评价的效用值为 0. 因此, 第  $k$  项指标的信息效用价值取决于该指标的差异性系数  $g_k$

$$g_k = 1 - e_k \tag{11}$$

$g_k$  越大, 指标越重要.

(4) 定义权值  $w_k$ . 信息熵法计算各指标权值, 其本质是利用该指标信息的价值系数来计算的, 价值系数越高, 对评价的重要性就越大, 于是第项指标的权值为

$$w_k = \frac{g_k}{\sum_{k=1}^n g_k} \tag{12}$$

1.3.3 组合赋权法

为了既照顾到决策者的主观偏好, 又做到决策的客观真实性, 达到主观和客观的统一, 合理的组合指标权重向量  $w = (w_1, w_2, \cdots, w_n)^T$  的获取, 应使其与原权向量尽可能贴近, 然后进行求解.

设由改进层次分析法计算得到权重向量  $w^{(1)} = (w_1^{(1)}, w_2^{(1)}, \cdots, w_n^{(1)})^T$ , 熵值法得到权重向量  $w^{(2)} = (w_1^{(2)}, w_2^{(2)}, \cdots, w_n^{(2)})^T$ , 那么在贴适度最大意义下构造下列优化模型:

$$\begin{cases} \max \sum_{k=1}^2 \lambda_k (w, w^{(k)}) \\ s.t. \sum_{i=1}^n w_i = 1 \end{cases} \tag{13}$$

优化模型(13)中  $\lambda_k(w, w^{(k)}) = 1 - d_k(w, w^{(k)})$ , 为  $w$  与  $w^{(k)}$  的贴适度;  $d_k(w, w^{(k)}) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (w_i - w_i^{(k)})^2}$ , 为  $w$  与  $w^{(k)}$  之间的相对欧式距离<sup>[8]</sup>. 利用该优化模型进行组合赋权, 即可得到指标的组合同权重向量  $w$ .

1.4 方案决策

灰色关联分析法是一种直接的综合评价方法, 是基于“关联度”最大来分析问题的. 这种方法的研究对象是无量纲化后的序列, 分为母序列和子序列, 通常称母序列为参考序列, 子序列为比较序列. 参考序列是灰关联分析法中的标准序列, 记为  $f_0$ , 设其的第  $k$  项指标值为  $f_{k0}$ , 则参考序列可以表示为

$$f_0 = (f_{10}, f_{20}, \cdots, f_{n0}) \tag{14}$$

比较序列是灰关联分析法中的对象序列, 其类似可记为  $f_1, f_2, \cdots, f_h$ ,  $h$  为比较序列个数.

比较序列  $f_q(q = 1, 2, \cdots, h)$  对参考序列  $f_0$  第  $k$  项指标的灰关联系数为<sup>[9]</sup>

$$\xi_{kq} = \frac{\min_q \min_k |f_{k0} - f_{kq}| + \rho \max_q \max_k |f_{k0} - f_{kq}|}{|f_{k0} - f_{kq}| + \rho \max_q \max_k |f_{k0} - f_{kq}|} \tag{15}$$

式中:  $\rho$  为分辨系数,  $0 \leq \rho \leq 1$ , 通常取  $\rho = 0.5$ .

设  $w_k$  为第  $k$  项指标的组合同权重, 且  $\sum_{k=1}^n w_k = 1$ , 则比较序列  $f_q$  与参考序列  $f_0$  的灰关联度为<sup>[9]</sup>

$$\gamma_{q0} = \sum_{k=1}^n w_k \xi_{kq} \tag{16}$$

灰关联度决策主要是评价各方案与最优方案的关联度, 即各方案的比较序列  $f_q(q = 1, 2, \cdots,$

h) 与参考序列 $f_0$ 的关联度. 如果关联度越大, 则表示序列 $f_q$ 与参考序列 $f_0$ 越接近, 那么在一系列比较序列中为较优序列, 其对应方案就为较优方案.

2 应用举例

本文将文献[ 3] 中的工程实例稍做改进, 进行应用分析.

根据结构出现病害, 灵溪大桥有 4 种备选加固方案: I( 增焊主筋或喷射混凝土, 增加T 梁受拉区钢筋及加大梁截面); II( 粘贴钢板加固); III( 体外预应力加固); IV( 粘贴碳纤维加固).

( 1) 针对该问题, 根据表 1 所建立的桥梁加

固方案评价指标体系, 采用式( 1) ~ ( 3) 对各加固方案的指标特征值进行归一化处理, 归一化结果可见表 3.

( 2) 根据专家对第一层次指标因素的排序和比较评分, 通过改进 AHP 法的计算得出第一层次指标因素对总目标的排序权重向量为

$A=(U_1,U_2,U_3,U_4)=(0.64,0.23,0.11,0.02)$

同理可得出第二层次指标对第一层上所有指标为准则的排序权重向量:

$A_1=(u_{11},u_{12},u_{13},u_{14})=(0.49,0.25,0.13,0.13)$

$A_2=(u_{21},u_{22},u_{23},u_{24})=(0.31,0.31,0.15,0.23)$

$A_3=(u_{31},u_{32},u_{33},u_{34})=(0.18,0.70,0.09,0.03)$

$A_4=(u_{41})=(1)$

表 3 备选加固方案指标特征值归一化结果  
Tab .3 Normalized result of index eigenvalue of reinforcement proposals

项目 ( 第一层次因素)	主要指标 ( 第二层次因素)	方案			
		I	II	III	IV
效果可靠性 $U_1$	承载能力要求满足程度 $u_{11}$	0.60	0.70	0.95	0.75
	耐久性要求满足程度 $u_{12}$	0.95	0.65	0.75	0.90
	新旧结构协调工作要求满足程度 $u_{13}$	0.90	0.75	0.75	0.85
	对加固构件无不利影响的满足程度 $u_{14}$	0.50	0.95	0.80	0.90
经济合理性 $U_2$	加固所需总费用 $u_{21}$	0.80	0.50	0.50	0.35
	加固所需工期 $u_{22}$	0.20	0.95	0.80	0.80
	加固后所需的年维护费用 $u_{23}$	0.80	0.35	0.65	0.85
	对原有结构的利用程度 $u_{24}$	0.65	0.85	0.95	0.80
技术可行性 $U_3$	加固技术可靠性 $u_{31}$	0.80	0.80	0.65	0.90
	加固技术适用性 $u_{32}$	0.65	0.80	0.80	0.85
	加固技术的复杂程度 $u_{33}$	0.65	0.80	0.50	0.80
	加固对交通影响程度 $u_{34}$	0.30	0.40	0.80	0.35
结构美观性 $U_4$	加固后结构美观程度 $u_{41}$	0.85	0.70	0.60	0.70

那么第二层次指标对于总目标的排序权重向量为

$w^{(1)}=(0.31,0.16,0.08,0.08,0.07,0.07,0.03,0.05,0.02,0.08,0.02,0.01,0.02)$

根据表 3 中各指标归一化的结果, 通过熵值法的计算, 得出第二层次指标对于总目标的排序权重向量为

$w^{(2)}=(0.04,0.03,0.01,0.07,0.12,0.29,0.12,0.02,0.02,0.01,0.04,0.21,0.02)$

由以上求得的主观权值  $w_1$  和客观权值  $w_2$ , 构造优化模型( 13), 求解后即可得到主客观结合的组合权重向量  $w$

( 3) 由表 3 中方案 I ~ IV 指标特征值归一化结果, 选择各指标的最优值, 即可确定理想最优方

案指标归一化结果为

$f_0=(0.95,0.95,0.90,0.95,0.80,0.95,0.85,0.95,0.90,0.85,0.80,0.80,0.85)$

通过式( 15) 、( 16) 计算方案 I ~ IV 相对于理想最优方案的灰关联度, 其分别为

$\gamma_{10}=0.63, \gamma_{20}=0.70, \gamma_{30}=0.77, \gamma_{40}=0.72$

显然, 方案III 与理想最优方案的灰关联度最大, 故在四个备选方案中, 方案III 即体外预应力加固方案为最优方案. 这与该桥实际所采用的加固方案一致, 说明本文所提出的优选决策方法具有一定的实用性和理论价值.

同时计算可以得到, 方案 I ~ IV 在效果可靠性指标方面对于理想最优方案的灰关联度分别为 0.25, 0.24, 0.30, 0.28, 即方案 III 的效果可靠性最

好;在经济合理性指标方面对于理想最优方案的灰关联度分别为 0.25,0.31,0.28,0.28,即方案Ⅱ的经济合理性最优;在技术可行性指标方面对于理想最优方案的灰关联度分别为 0.11,0.14,0.18,0.14,即方案Ⅲ的技术可行性最优;在结构美观性指标方面对于理想最优方案的灰关联度分别为 0.02,0.01,0.01,0.02,即方案Ⅰ和Ⅳ的结构美观性同时最优.决策者既可以根据实际情况,单独考虑某一项指标的优劣顺序进行方案排序,也可以综合考虑各个评价指标,根据综合效应的大小来进行方案排序.笔者认为,桥梁加固方案的优选不应只考虑某一指标,而应从多方面的角度考虑,力求综合效应最大,根据综合效应最大来确定最优方案,即应选择方案Ⅲ为最优方案.

3 结语

作者给出了基于贴近度最大的组合赋权方法,它综合了改进 AHP 法和熵值法的特点,通过优化数学模型求出组合权值,具有较高的客观性和可信度;同时由于桥梁加固方案中部分指标的灰色性,采用灰关联度分析进行了方案的优选.本文所给出的基于组合权值的灰关联决策方法能够有效的进行桥梁加固方案优选,优选结果合理可

靠,从而减少了以往凭借经验做出决策的失误.

参考文献:

[ 1 ] 徐南荣,仲伟俊.科学决策理论与方法[ M ] .南京:东南大学出版社,1996.

[ 2 ] 徐泽水,达庆利.多属性决策的组合赋权方法研究[ J ] .中国管理科学,2002,10( 2 ) :84—86.

[ 3 ] 王子军.在役桥梁可靠性评估及加固方案优选研究[ D ] .西安:长安大学,2004.

[ 4 ] 谢庆生.机械工程模糊优化方法[ M ] .北京:机械工业出版社,2002.

[ 5 ] 郭亚军.综合评价理论与方法[ M ] .北京:科学出版社,2002.

[ 6 ] 王莲芬,许树柏.层次分析法引论[ M ] .北京:中国人民大学出版社,1989.

[ 7 ] 王 靖,张金锁.综合评价中确定权重向量的几种方法比较[ J ] .河北工业大学学报,2001,30( 2 ) :52—57.

[ 8 ] 李鸿吉.模糊数学基础及实用算法[ M ] .北京:科学出版社,2005.

[ 9 ] 刘思峰,郭天榜,党耀国.灰色系统理论及其应用[ M ] .北京:科学出版社,2004.

[ 10 ] 周任军,徐志生,杨洪明.模糊优选在电网规划综合决策中的应用[ J ] .郑州大学学报(工学版),2005,26( 2 ) :23—26.

Application of Gray Relational Method Dased on Combination Weighting in Optimal Selection of Reinforcement Proposals for Bridges

YANG Ya-xun , LI Zi-qing , HAO Xian-wu

( Key Laboratory for Bridge and Tunnel of Shaanxi Province , Chang'an University , Xi'an 710064, China)

**Abstract :** This paper proposes a nonlinear objective programming method of combination weighting based on improved AHP method and information entropy . The method combines information on subjective weights and objective weights , and can sufficiently utilize objective evaluation information and meet the requirements of decision maker . Because of the gray informations in the optimal selection of reinforcement proposals for bridges , a fuzzy grey relational method is put forward at the same time . Finally , this method is demonstrated to be reasonable and practical by real project and it provides a new way to select reinforcement proposals for bridges more scientifically .

**Key words :** bridge reinforcement ; proposal selection ; information entropy ; combination weighting ; grey relational degree