

文章编号:1671-6833(2006)03-0071-06

## 三维锥形动脉中脉动流的数值模拟研究

邓子辰<sup>1,2</sup>, 尤莹<sup>1</sup>

(1.西北工业大学工程力学系,西安 710072; 2.大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室,大连 116024)

**摘要:**在正常生理脉动流下,运用计算流体力学方法和血流动力学的基本原理,对三维渐缩锥形弯曲动脉内血液脉动流进行数值模拟和可视化分析.计算获得了具有锥度角的弯曲动脉内血液流动在心动周期内不同时刻的压力分布、速度分布.通过对弯曲动脉及其形成局部狭窄后,管腔内的血液流速和压力分布的研究,为动脉粥样硬化的成因及排除方法的研究提供更可靠的理论依据.结果表明,锥度角和动脉管壁的曲率变化对非定常状态下的脉动流的压力、速度分布、血流的局部能量损失的影响很大,这与实际情况相符.

**关键词:**弯曲动脉; 锥度角; 局部能量损失; 局部狭窄

**中图分类号:** R 318.01 **文献标识码:** A

### 0 引言

对于三维动脉内血流问题的研究,目前大部分公开文献都是以刚性等截面圆管(无锥度的主动脉弓)内的振荡流或脉动流为研究对象来研究血流问题的<sup>[1]</sup>.然而管壁切应力是随锥度增大而增大的,切应力的增大必然增加内膜受损的可能性<sup>[2,3]</sup>,致使动脉处于长期高压下发生管壁增厚,从而更易发生动脉粥样硬化<sup>[4]</sup>.故将三维渐缩弯曲动脉简化为等截面圆管是不合理的.

由于锥形的弯曲动脉具有一定的普遍性,其流动特性必将对整个心血管系统的血液循环产生关键性的影响<sup>[5]</sup>.因此,有必要对有锥度的弯曲动脉的血液脉动流进行深入的研究.

笔者在小锥度角的假定下,考虑血液流动为发展流动,对锥形弯曲血管建立了黏性流体动力学方程,并应用有限元分析软件对正常流动和形成血栓斑块两种情况下的非线性血液流动进行了数值模拟.

### 1 几何模型

一般来说,人体动脉血管锥度角大约是  $1.0^\circ$

左右<sup>[1]</sup>.文中所研究的三维数值计算几何模型如图1所示,为使模型具有普遍意义,采用弯曲  $90^\circ$  的锥形圆管模型<sup>[6]</sup>.

其中,弯曲动脉轴心线的半径  $R = 36\text{ mm}$ ,计算入口长度  $L_{AB} = 30\text{ mm}$ ,计算出口长度  $L_{CA'} = 80\text{ mm}$ ,  $L_{DA} = 20\text{ mm}$ .弯曲动脉由计算入口到计算出口以锥度角  $\beta = 1^\circ$  减缩;弯曲动脉的入口直径  $\Phi_1 = 31\text{ mm}$ ,弯曲部分的顶端截面  $B$  的直径  $\Phi_2 = 29.935\text{ mm}$ ,弯曲部分的末端截面  $C$  的直径  $\Phi_3 = 27.979\text{ mm}$ ,出口直径  $\Phi_4 = 24.837\text{ mm}$ .血流处于正常体温  $37^\circ\text{C}$ .

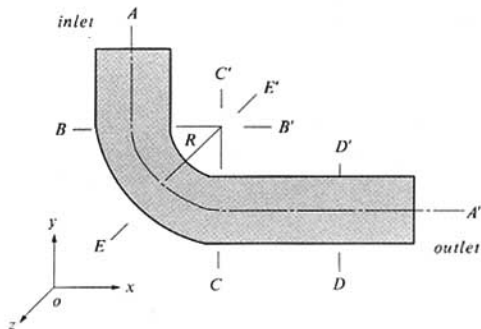


图1 几何模型示意图

Fig.1 Geometry model

收稿日期:2006-04-24;修订日期:2006-05-11

基金项目:教育部新世纪优秀人才计划(NCET-04-0958);西北工业大学研究生创业种子基金资助项目;大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室开放基金资助项目

作者简介:邓子辰(1964-),男,陕西西安人,西北工业大学教授,博士生导师,主要研究计算力学与交叉学科及其Hamilton动力系统的辛算法研究.

## 2 数学模型

由黏性流体力学可知,随着切变率的升高,血液黏度会逐渐降低.因此在心室旁,由于血流的切变率较高,其黏度会较低并接近一恒定值,切应力与剪切变形也会近似于线性关系.故可将大动脉中的血液近似假设为不可压缩的、均匀的牛顿流体.在笛卡尔坐标系下,对模型建立三维非定常 Navier-Stokes 方程<sup>[2]</sup>.

$x$  向的动量

$$\rho = \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} + S_u \quad (1)$$

$y$  向的动量

$$\rho = \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) - \frac{\partial p}{\partial y} + S_v \quad (2)$$

$z$  向的动量

$$\rho = \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{\partial p}{\partial z} + S_w \quad (3)$$

式中: $u, v, w$  分别是  $x, y, z$  方向上的速度分量,  $\text{m/s}$ ;  $\rho$  为血液的密度,  $\text{kg/m}^3$ ;  $p$  为血液流场的压力;  $S_u, S_v, S_w$  为动量方程的广义源项.其中,

$$S_u = F_x + S_x, S_v = F_y + S_y, S_w = F_z + S_z \quad (4)$$

对于不可压缩流体,  $S_x, S_y, S_z$  均为零;在只有惯性力的情况下,微元体上的  $x, y$  方向上的体力  $F_x = F_y = 0$ ,  $z$  方向上的体力  $F_z = -\rho g$ .

对于三维非定常、非稳态流体,质量守恒方程(连续性方程)为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

由于本文所考虑的流体不可压缩,即密度不随时间而变,故式(5)可写为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

在笛卡尔坐标系下,对模型建立三维非定常涡量守恒方程<sup>[1]</sup>

$x$  方向上的涡量

$$\Omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \quad (7)$$

$y$  方向上的涡量

$$\Omega_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \quad (8)$$

$z$  方向上的涡量

万方数据

$$\Omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (9)$$

涡量连续方程为

$$\frac{\partial \Omega_x}{\partial x} + \frac{\partial \Omega_y}{\partial y} + \frac{\partial \Omega_z}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

考虑到主动脉的壁厚很大且径向压缩不是很明显,对流场的影响可以忽略,故假设血管壁是刚性、无渗透的.计算边界条件为

(1) 壁面无滑移条件:  $u|_{\text{血管内壁}} = 0, v|_{\text{血管内壁}} = 0, w|_{\text{血管内壁}} = 0$ ;

(2) 对称面边界条件:在  $xoy$  平面上,  $w = 0$ ;

(3) 入口速度条件:取正常人体心动周期  $T = 0.8 \text{ s}$ .其中,心缩期占  $0.35 \text{ s}$ ,心舒期占  $0.45 \text{ s}$ .

计算入口处忽略径向速度,锥形弯曲血管的进口血流平均速度( $\text{cm/s}$ )函数为<sup>[2]</sup>:

$$\begin{cases} V_{\text{inlet}}(t) = 240e^{-7.557t} \sin 13.09t, & (0 \leq t < 0.24) \\ V_{\text{inlet}}(t) = -34.3e^{-7.557(t-0.24)} \sin 13.09(t-0.24), & (0.24 \leq t < 0.2743) \\ V_{\text{inlet}}(t) = 0, & (0.2743 \leq t < 0.8) \end{cases} \quad (11)$$

(4) 涡量守恒条件:通过有旋流场的任一封闭曲面的涡通量为零.设血管壁的出、入口表面所围成的封闭曲面为  $S$ ,则根据高斯定理有

$$\iint_S \Omega \times n dS = \iiint_V \nabla \cdot \Omega dV \quad (12)$$

由于

$$\nabla \cdot \Omega = \frac{\partial \Omega_x}{\partial x} + \frac{\partial \Omega_y}{\partial y} + \frac{\partial \Omega_z}{\partial z} \quad (13)$$

因此

$$\iint_S \Omega \times n dS = 0 \quad (14)$$

其中: $V$  为封闭曲面  $S$  所包围的空间; $n$  为微元面积  $dS$  外法线方向的单位向量.

(5) 出口约束条件:出口处选择零应力状态,平均速度取入口流速最大值的一半,在上述计算条件下可得

$$Re = \Phi_1 V \rho / (2\mu) = 2310;$$

$$W_0 = r \sqrt{w/v} = 28.$$

计算初值条件:所有动力学参量的初值均取零.血液的黏度系数  $\mu = 0.0035 \text{ kg/ms}$ ,血液密度  $\rho = 1.05 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ (这是人体血液在正常体温  $37^\circ\text{C}$  时测得的数据).

## 3 有限元模型建立及求解

在动脉几何模型的基础上,对管内血液流场

建立物理模型,并进行单元划分.此处采用三维四面体单元将流场离散化为一个由多重网格组成的有限元模型,再利用层流模型对流场进行仿真求解.

在网格划分过程中,由于弯曲动脉内的血液流动属于周期性的非定常流动,且靠近壁面处存在边界层流动<sup>[8]</sup>.因此若要精确地捕捉曲率半径变化较快部分的压力及流速分布,就需要将该处网格加密,以提高计算的精度,如图 2 所示.

笔者采用计算流体力学的方法,在流动基本方程(质量、动量守恒方程等)的控制下对流场进行数值模拟.仿真过程中,将入口血流速度函数施加在入口边界,时间步长取  $\Delta t = 0.01\text{ s}$ ,速度、压力、温度和动量的松弛因子分别取 0.5, 0.5, 0.8 和 0.5.经过若干次的重复迭代运算,各变量计算结果最终误差均小于  $10^{-6}$ .

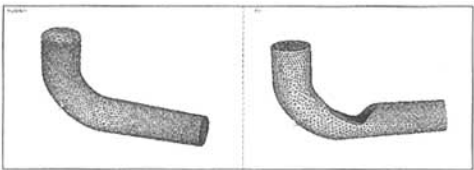


图 2 锥形弯曲动脉及其出现局部狭窄的流体网格模型  
Fig.2 FE models of taper bend artery and it with straitness

4 计算结果

血液在有锥度的弯曲动脉中流动时,流体质点必然会受到离心力的作用,为平衡离心惯性力,弯曲管道的外侧压强升高,内侧压强降低.对不可压匀质流体,在位能变化可忽略的情况下,根据伯努力方程,压能和动能之和在短距离内保持不变.因此,压强高的地方,速度必然降低;反之亦然,这就造成了漩涡损失.同时,发生在垂直于流动平面内的一种流动还会引起二次流局部损失.基于篇幅有限,仅选 3 个典型时刻,即对  $t = 0.05, 0.14$ ,

0.3 s 时的图像加以分析.

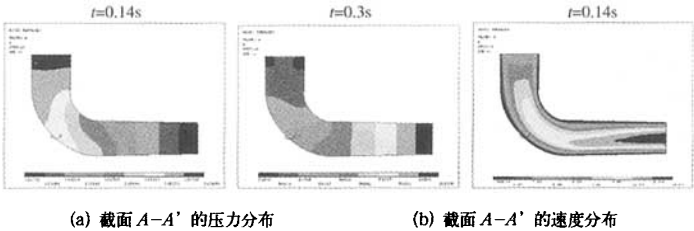
4.1 锥形弯曲动脉

由于锥度角的影响,在锥形动脉内特别是在弯曲部分,血流的压强及速度的梯度变化均比在等截面圆管中的快,径向平面中的速度差异也相对较大,使得血流在管道内更易形成涡流.管内的压力及速度分布如图 3 所示.

当  $t$  在  $[0.05\text{ s}, 0.14\text{ s}]$  内取值时,在截面  $B - B'$  处,由于血液本身具有的黏性阻力及离心力的作用,血流的轴向速度偏向于管壁的内侧,如图 4 (a)所示;而在截面  $E - E'$  处,由于离心力的作用,血流的轴向速度相对截面  $B - B'$  偏向于管壁外侧,如图 4(b)所示.  $t = 0.3\text{ s}$  时,即收缩期与舒张期的交替时刻,血液出现逆流,并发生分离与再附,加大涡漩造成的能量损失.如上分析,  $BE$ 、 $E'C'$  区域均为减速升压区,即涡漩的易形成区.而  $E'C'$  区的压力、速度的梯度变化最大,故选择  $E'C'$  区作为动脉狭窄的发生部位.

研究血流涡流特性的主要方式就是对垂直于流动平面内的血液流动进行分析.图 5(a), (c) 中,由于管道具有锥度,截面  $C - C'$ 、 $D - D'$  靠近管壁外侧的血流压强明显高于内侧压强;靠近管壁左右两侧的  $y$  向流速明显较大;靠近管壁内侧的纵截面  $A - A'$  处出现了回流如图 5(b), (d) 所示.这导致了血流在管壁内侧处的离心惯性力较小,形成了血液沿管壁面自外侧向内侧的流动.同时,由于血流的连续性及离心惯性的作用,靠近管壁内侧的血液沿截面  $A - A'$  自内向外流动,形成了径向平面内的二次流,见图 5(d).

尽管按流速公式来看,整个心动周期内只有在心缩期内动脉中的血流才有流量.但由计算结果可知,动脉中始终存在着血液流动,并不存在真正的静止阶段.例如,  $t = 0.3\text{ s}$  时,进出口的平均速度为零,但流场断面的轴向和径向速度并不为零,这与实际情况相符.



(a) 截面  $A - A'$  的压力分布 (b) 截面  $A - A'$  的速度分布

图 3 截面  $A - A'$  的压力、速度分布

Fig.3 Pressure and velocity distributions of section  $A - A'$

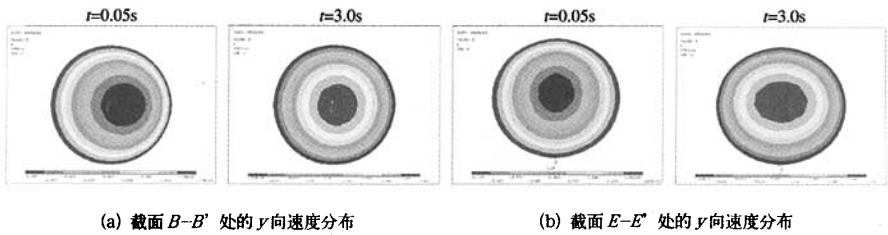


图 4 截面  $B-B'$ 、 $E-E'$  的压力分布及速度分布

Fig.4 Pressure and velocity distributions of section  $B-B'$ 、 $E-E'$

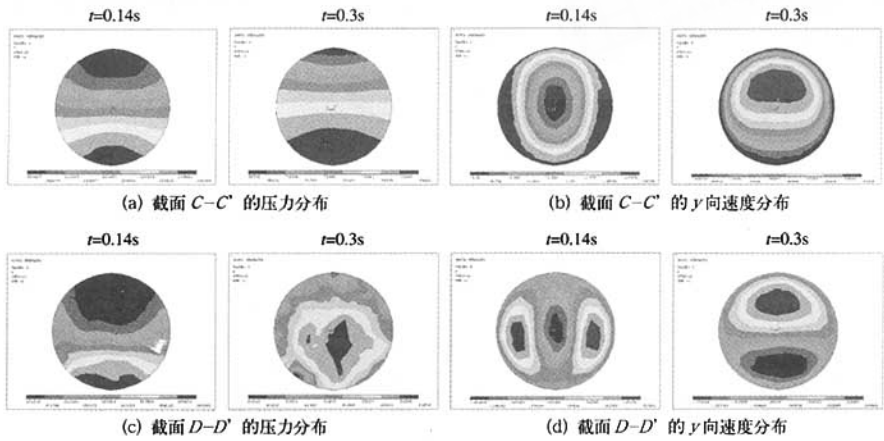


图 5 截面  $C-C'$ 、 $D-D'$  的压力分布及速度分布

Fig.5 Pressure and velocity distributions of section  $C-C'$ 、 $D-D'$

4.2 局部狭窄的锥形弯曲动脉

之前已论证,  $E'C'$  区应为动脉狭窄的发生部位. 图 6(a) 中, 锥形弯曲动脉在发生局部狭窄后, 其直管部分与前面无局部狭窄的情况基本相同. 但在狭窄部分的迎流面处, 血流的压力、速度梯度会变化较慢; 在背流面靠近管壁的内侧处, 血流会出现较大的逆向流速, 速度梯度快速升高, 并在此形成明显的涡流, 见图 6(b).

血液流入弯曲部分后, 下游阶段即截面  $E-E'$ 、 $C-C'$ 、 $D-D'$  处, 出现了较宽的负向速度层, 并比正常状态下更早地出现了明显的环状压力分

布. 图 7(b), (c), (d) 中,  $y$ 、 $z$  方向的速度为径向速度, 显然, 截面  $B-B'$ 、 $E-E'$ 、 $C-C'$ 、 $D-D'$  处的  $y$  向负向流速, 随着  $t$  的增大, 由中心的环状分布开始慢慢扩大, 直到靠近管壁, 中心再度出现正向速度. 在  $t=0.3\text{ s}$  时, 即管内轴向速度出现负值时,  $z$  向的最大流速方向较心缩期时更靠近管壁. 这使得在有锥度的狭窄弯曲动脉内, 尤其是在心缩期与心舒期的交替时刻, 形成了相对于等截面圆管更大范围的涡旋及二次流, 造成更大的局部能量损失, 从而加速局部狭窄的形成.

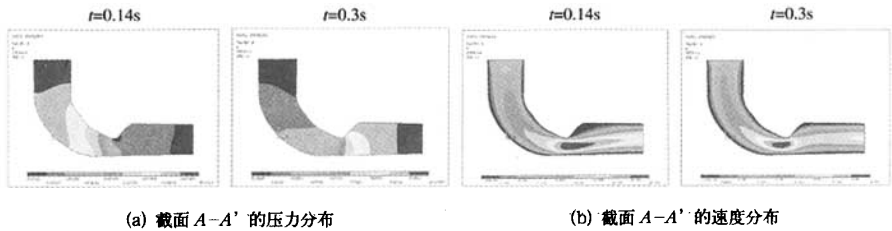


图 6 局部狭窄的锥形弯曲动脉中, 截面  $A-A'$  的压力、速度分布

Fig.6 Pressure and velocity distributions of section  $A-A'$  in strait model

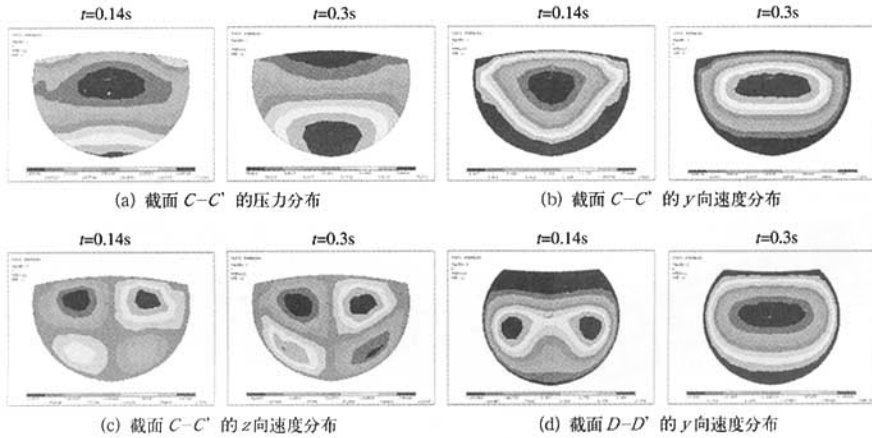


图7 局部狭窄的锥形弯曲动脉中,截面  $C-C'$ 、 $D-D'$  的压力分布及速度分布

Fig.7 Pressure and velocity distributions of section  $C-C'$ 、 $D-D'$  in strait model

## 5 分析讨论

(1) 实际情况中的动脉是具有锥度的,若将方向多变的冠状动脉近似为等截面圆管,将会忽略某些可能会出现病变的区域.管壁的锥度对弯曲动脉内的血流流速,尤其对径向速度会产生很大影响,并使管壁承受更大的剪应力,从而加大在某些区域出现病灶的可能性.

(2) 弯曲动脉的曲率,特别是下游端的曲率是影响血流特性的另一个重要力学因素.在出现局部狭窄的弯曲动脉中,它的影响更为明显.因其曲率的多变,该部位的惯性力和负压差较易使边界层出现分离,产生涡流,并造成较大的局部损失,使该区域更易形成血栓.

(3) 动脉发生局部狭窄后,在狭窄程度最大的部位,管壁的曲率较之前大了许多.随着  $E'C'$  区域曲率半径的变化,压力分布也发生了很大变化,血流流速在动脉最狭窄处急速增加,并在靠近管壁内侧的地方快速下降,使得弯曲动脉的涡流形成区发生右移.也就是说,一旦在弯曲动脉中形成了血栓斑块,就会自动生成一个正反馈,即狭窄部分的背流面出现较大涡流——狭窄区域加大——狭窄部分的背流面出现更大涡流.这与病理学说相符.

(4) 与等截面圆管相比,由于动脉的锥度及曲率的影响,各断面处的血流峰值速度的方向均向弯曲动脉的内侧管壁发生明显偏斜.同一时刻,在垂直于弯曲动脉轴线的各截面处,压力值由外侧到内侧逐渐减小.随着时间的推移,在出现负向速度后,压力的分布由规则、均匀逐渐变得散乱,

并在下游从之前的层状分布变为环状分布.弯曲动脉内的血流在下游内侧出现了边界层的彻底分离,也就是内部二次流区.此时二次流与主流叠加在一起会使通过弯曲动脉的血流质点作螺旋运动,结果加大通过弯曲动脉中动脉流的能量损失,这与实际情况相符.

## 6 结论

(1) 作者以三维锥形弯曲圆管为模型,分析了动脉及其形成局部狭窄后的血流特性,并对血液流场的压力分布及速度分布进行了可视化处理.计算结果表明,动脉管壁的锥度及曲率对非定常状态下的脉动流的压力、速度分布及血流的局部能量损失的影响是不可忽略的.与一般的二维弯曲管道模型相比,本文的结果更具真实性.

(2) 相对于等截面圆管模型,当弯曲管道具有锥度时,管内的血流分层会加速,管壁所承受的剪应力将加大,出现动脉局部狭窄的可能性也会提高.不仅如此,在局部狭窄出现后,管内形成血栓的正反馈速度也将加快.这些结论,为医学研究提供了更可靠的理论依据.

(3) 考虑到血管壁非线性黏弹性及有限变形、动脉血管复杂的几何形状等综合因素,下一步研究时应重点分析血管与血液的耦合作用,并在目前的技术手段下得到该问题更合理的数值解.

## 参考文献:

- [1] QIU L, FAN Y F, DONG B C. The numerical simulation of pulsation flow in a tapered blood vessel[J]. Journal of Biomechanics Engineer, 2004, 21(4): 558 ~ 561.



- [2] 章梓雄,董曾南.粘性流体力学,清华大学出版社[M].北京:清华大学出版社.1998.
- [3] MAURO G, CARLA D, UMBERTO M. A mathematical description of blood spiral flow in vessels: application to a numerical study of flow in arterial bending[J]. Journal of Biomechanics 2005, (38): 1375 ~ 1389.
- [4] NARDI OCCHI P, PONTRELLI G, TERESI L. A one-dimensional model for blood flow in prestressed vessels[J]. European Journal of Mechanics, 2005, 24: 23 ~ 33.
- [5] QIU L, CEN R J. Numerical simulation of pulsating blood flow in the aortic arch with tapered angle[J]. Journal of Medical Biomechanics, 2004, 19(2): 74 ~ 78.
- [6] GJISEN F J H, ALLANIC E, VOSSE F N, et al. The influence of the non-Newtonian properties of blood on the flow in large arteries: unsteady flow in a 90 degree curved tube[J]. Journal of Biomechanics, 1999, (32): 705 ~ 713.
- [7] PONTRELLI G. A multiscale approach for modelling wave propagation in an arterial segment [J]. Comp Meth Biomech Biomed Eng, 2004, (7): 79 ~ 89.
- [8] CHAKRAVARTY S, MANDAL P K. Effect of surface irregularities on unsteady pulsatile flow in a compliant artery [J]. Non-linear Mechanics, 2005, (40): 1268 ~ 1281.

### Numerical Simulation of Pulsating Blood Flow in the Three-dimensional Aortic with a Tapered Angel

DENG Zi - chen<sup>1,2</sup>, YOU Ying<sup>1</sup>

(1. Department of Engineering Mechanics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China; 2. State Key Laboratory of Structural Analysis of Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

**Abstract:** By using the CFD and the fundamental of hemodynamics, this paper gives numerical simulations and flow visualization of pulsating blood flow in the bended aortic with a tapered angel under normal physiological pulsatile flow condition. The distributions of velocity, pressure for the blood flow of the bending aortic with a tapered angel are obtained at different times in a whole cardiac period. Through the studying of the distributions of velocity, pressure for the blood flow of the bended aortic after appearance of local straitness, the paper provides more reliable academic gist for the reason of forming atheroma and how to obviate it. The results of numerical simulation indicate that, the influence of the tapered angel and the change of curvature of aortic arch on the distributions of velocity, and pressure for the pulsatile flow, and the local energy loss is very great.

**Key words:** bending aortic; tapered angel; local energy loss; local straitness