

# 大型透平压缩机机组扭振分析方法及数值比较

夏伯乾<sup>1</sup>,任天平<sup>1</sup>,沈晓来<sup>2</sup>

(1. 郑州大学机械工程学院, 河南 郑州 450002 2. 中原工学院机械工程系, 河南 郑州 450007)

摘 要: 大型透平压缩机组的转子系统是齿轮耦合轴系, 工程上常用折合法或扭转耦合对这类机组进行扭振分析. 通过数值计算将这两种方法与弯扭耦合计算方法进行了比较与分析, 结果表明, 目前工程中广泛使用的折合法或扭转耦合算法不能完全反映该类机组的扭转动力学特性, 存在缺陷. 为了使机组避免一切有害的扭转振动, 在进行机组扭振分析时, 必须考虑机组转子横向振动对扭转振动的影响, 应用弯扭耦合振动理论进行系统分析.

关键词: 大型透平压缩机; 扭振分析方法; 数值比较

中图分类号: HT 113 文献标识码: A

## 0 引言

大型透平压缩机组是化工行业的关键设备. 这类机组一般都采用多缸串联结构, 整个机组由透平、低压缸、增速器和高压缸串联而成, 如图 1 所示<sup>[1]</sup>.

由于机组轴系扭振临界转速较低, 一般在各缸转子工作转速之内, 因此, 进行整个轴系的扭振临界转速计算, 并使机组各缸转子转速都远离各阶扭振临界转速就显得特别重要<sup>[2]</sup>. 目前工程上常用折合法<sup>[2]</sup>或扭转耦合算法<sup>[3]</sup>对这类机组轴系进行扭振分析.

图 1 所示的大型压缩机机组, 高压缸转子与低压缸转子通过齿轮增速箱联结起来, 机组轴系是一个典型的齿轮耦合轴系. 文献[4]指出, 在齿轮耦合轴系中, 各转子的横向振动与扭转振动不再是彼此独立、互不关联, 而是相互影响、相互制约, 对齿轮耦合轴系的动力学分析, 只有应用弯扭耦合理论, 才能得到全面、正确的结果. 但目前工程上常用的折合法或扭转耦合算法, 却都完全没有考虑轴系中转子横向振动的影响.

笔者通过数值计算将目前工程上分析大型透平压缩机机组扭振时常用的折合法和扭转耦合算法与弯扭耦合计算方法进行了比较与分析, 结果表明, 目前工程中广泛使用的折合法或扭转耦合算法不能完全反映该类机组的扭转动力学特

性, 存在缺陷, 而且这种缺陷在轴系速度较高时更加严重. 随着大型透平压缩机越来越向大功率、高速度的方向发展, 为了保证机组能够避开一切有害的扭转振动, 在进行机组扭振分析时, 必须考虑机组转子横向振动的影响, 应用弯扭耦合振动理论进行系统分析.

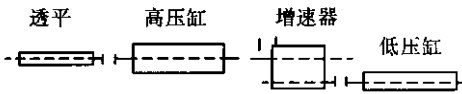


图 1 大型透平压缩机机组布置形式

Fig.1 Arrangement plan of large scale turbine set

## 1 大型透平压缩机机组轴系扭振分析折合法

图 1 所示的压缩机转子系统可以简化为由  $n$  个转动惯量为  $I_i (i = 1 \sim n)$  的刚性圆盘和  $n - 1$  个扭转刚度为  $k_i (i = 1 \sim n - 1)$  的无质量弹性轴段组成的集总参数模型, 如图 2 所示. 工程上在对图 2 所示系统进行扭振分析时, 首先将其转化为如图 3 所示的折合转子系统<sup>[3]</sup>, 其中:

$$I_{ie} = I_i, k_{ie} = k_i (i = 1 \sim j - 1);$$

$$I_{je} = I_j + N^2 I_{j+1};$$

$$I_{r-1e} = N^2 I_r (r = j + 2 \sim n);$$

$$k_{q-1e} = N^2 k_q (q = j + 1 \sim n - 1);$$

传动比  $N = Z_{j+1} / Z_j$ .

对折合转子系统 ,可以用 Holzer 法<sup>[2]</sup>求解其扭振固有频率 ,也可用直接解法<sup>[4]</sup>求解 ,即直接求解折合转子系统的扭转固有振动方程( 1 ) ,得到系统特征值即系统扭振固有频率 :

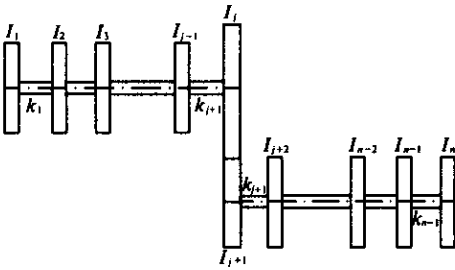


图 2 大型透平压缩机机组轴系扭振分析简化模型  
Fig.2 Simplified model of torsional vibration analysis of large scale turbine set

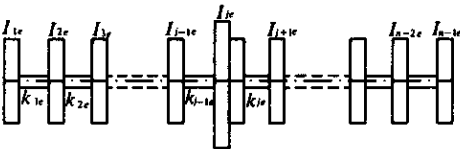


图 3 折合转子系统  
Fig.3 Converting rotor system

$$I \ddot{\theta} + K \theta = 0 \tag{1}$$

其中系统扭转位移向量

$$\theta = (\theta_{1e}, \theta_{2e}, \dots, \theta_{je}, \dots, \theta_{n-1e})^T.$$

质量矩阵

$$I = \begin{bmatrix} I_{1e} & & & \\ & I_{2e} & & \\ & & \ddots & \\ & & & I_{n-1e} \end{bmatrix},$$

刚度矩阵

$$K = \begin{bmatrix} k_{1e} & -k_{1e} & & \\ -k_{1e} & k_{1e} + k_{2e} & -k_{2e} & \\ & & \ddots & -k_{n-2e} \\ & & & -k_{n-2e} & k_{n-1e} \end{bmatrix}$$

## 2 用扭转耦合进行大型透平压缩机组扭振分析

用扭转耦合分析图 2 所示轴系的扭振固有振动是工程上另一种常用的方法. 分别写出图 2 中各转子的扭转振动方程并将它们联立起来 ,写成矩阵形式为

$$I \ddot{\theta} + K \theta = T \tag{2}$$

其中 : $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_j, \theta_{j+1}, \dots, \theta_n)^T$ .

扭矩向量

$$T = (\overline{M} \text{ 数据}, \Delta Fr_j, -\Delta Fr_{j+1}, 0, 0, \dots, 0)^T.$$

$$I = \begin{bmatrix} I_1 & & & \\ & I_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & I_n \end{bmatrix};$$
$$K = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & & & & \\ -k_1 & k_1 + k_2 & k_2 & & & 0 \\ & & \ddots & -k_{j-1} & & \\ & & -k_{j-1} & k_j & & \\ & & & & k_{j+1} & k_{j+1} \\ 0 & & & & -k_{j+1} & k_{j+1} + k_{j+2} & k_{j+2} \\ & & & & & \ddots & -k_{n-1} \\ & & & & & & -k_{n-1} & k_{n-1} \end{bmatrix}$$

方程( 2 )还不是图 2 所示系统扭转固有振动方程的最终形式 ,为得到系统扭转固有振动方程 ,需利用啮合齿轮转角协调方程

$$\theta_j r_j = \theta_{j+1} r_{j+1} \tag{3}$$

令 : $\bar{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{j-1}, \theta_{j+1}, \dots, \theta_n)^T$  ;

$$L = \begin{bmatrix} E & \\ & \frac{r_{j+1}}{r_j} \\ & & E \end{bmatrix};$$

则  $\theta = L \bar{\theta}$  (4)

将式( 4 )代入式 ,式( 2 )得 :

$$IL \ddot{\bar{\theta}} + KL \bar{\theta} = T \tag{5}$$

将式( 5 )两边左乘  $L^T$

$$L^T IL \ddot{\bar{\theta}} + L^T KL \bar{\theta} = L^T T = 0$$

令  $\bar{J} = L^T IL, \bar{K} = L^T KL$  ,得到 :

$$\bar{J} \ddot{\bar{\theta}} + \bar{K} \bar{\theta} = 0 \tag{6}$$

此即系统的扭转耦合固有振动方程. 求解该方程即可得到系统的扭振固有频率.

## 3 用弯扭耦合分析大型透平压缩机组扭转振动

### 3.1 弯扭耦合模型

图 3 为分析齿轮耦合转子弯扭耦合振动的几何耦合模型的示意图 ,假定齿轮为刚体 ,啮合过程中始终保持接触 ,不脱啮 ,则由齿轮啮合基本定律可得<sup>[4~5]</sup> :

$$r_j \theta_j + x_j \cos \alpha + y_j \sin \alpha = r_{j+1} \theta_{j+1} + x_{j+1} \cos \alpha + y_{j+1} \sin \alpha \tag{7}$$

式( 7 )称为齿轮耦合轴系弯扭耦合振动的几何耦合模型.

### 3.2 齿轮耦合轴系弯扭耦合振动方程

对图 2 转子系统 ,用集总质量法将转子离散 ,分别写出各转子的弯曲振动方程和扭转振动方程 ,将它们联立起来写成矩阵形式为 :

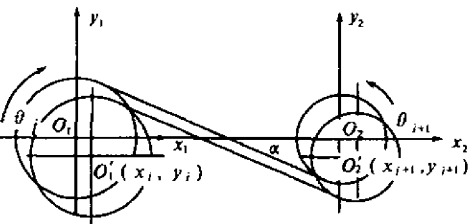


图 4 几何耦合模型

Fig.4 Geometry coupling model

$$M \ddot{x} + Kx = F \tag{8}$$

其中位移向量

$$x = \begin{bmatrix} x_1, y_1, \varphi_1, \phi_1, \dots, x_j, y_j, \varphi_j, \phi_j, \theta_1, \dots, \theta_j, x_{j+1}, y_{j+1}, \dots, x_n, y_n, \varphi_n, \phi_n, \theta_{j+1}, \dots, \theta_n \end{bmatrix}^T$$

力向量

$$F = \begin{bmatrix} 0, 0, 0, 0, \dots, \Delta F_x, \Delta F_y, 0, 0, \dots, (\Delta F_x \cos \alpha + \Delta F_y \sin \alpha) r_j, 0, 0, 0, \dots, \dots, -\Delta F_x, -\Delta F_y, 0, 0, \dots, -(\Delta F_x \cos \alpha + \Delta F_y \sin \alpha) r_{j+1}, 0, 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix}^T$$

$x_i, y_i, \phi_i, \varphi_i (i = 1 \sim n)$  分别为各集总质量在  $x, y$  方向的横向位移与绕  $x, y$  轴的扭转移移,  $\Delta F_x, \Delta F_y$  为齿轮间动态啮合力在  $x, y$  方向的分量. 如同式(2)不是图 2 所示系统扭转固有振动方程的最终形式一样, 式(8)也不是图 2 所示系统弯扭耦合固有振动方程的最终形式, 为得到系统弯扭耦合固有振动方程, 需利用弯扭耦合模型(7), 为此令:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x_1, y_1, \varphi_1, \phi_1, \dots, x_j, y_j, \varphi_j, \phi_j, \theta_1, \dots, \theta_j, x_{j+1}, y_{j+1}, \dots, x_n, y_n, \varphi_n, \phi_n, \theta_{j+1}, \dots, \theta_n \end{bmatrix}^T$$
$$T = \begin{pmatrix} E & & & & \\ \dots & \frac{\cos \alpha}{r_{j+1}} & \frac{\sin \alpha}{r_{j+1}} & \dots & \frac{r_j}{r_{j+1}} & -\frac{\cos \alpha}{r_{j+1}} & -\frac{\cos \alpha}{r_{j+1}} & \dots \\ & & & & & & & E \end{pmatrix}$$

则  $x = T\bar{x}$  (9)

将式(9)代入式(8)

$$MT \ddot{\bar{x}} + KT\bar{x} = F \tag{10}$$

将式(10)两边左乘  $T^T$

$$T^TMT \ddot{\bar{x}} + T^TKT\bar{x} = T^TF = 0$$

令  $\bar{M} = T^TMT, \bar{K} = T^TKT$ , 则:

$$\bar{M} \ddot{\bar{x}} + \bar{K}\bar{x} = 0 \tag{11}$$

式(11)即系统的弯扭耦合振动方程. 解此方程可得系统的固有频率.

4 大型透平压缩机组轴系扭振分析方法的数值比较

为比较折合算法、扭转耦合算法以及弯扭耦合算法在分析大型透平压缩机组扭振固有频率时的差异, 用特征值问题的广义逆迭代法计算了图 4 所

示转子系统. 其中圆盘极转动惯量  $I_P = 6\,000\text{ kg}\cdot\text{mm}^2$ , 圆盘质量  $m = 10\text{ kg}$ , 转子直径  $d = 20\text{ mm}$ ,  $l = 500\text{ mm}$ ,  $z_1 = 60, z_2 = 30, l' = 50\text{ mm}$ .  $20\,000\text{ r/min}$  以内的扭振固有频率, 并与单独计算的各转子扭振固有频率进行了比较, 结果列于表 1.

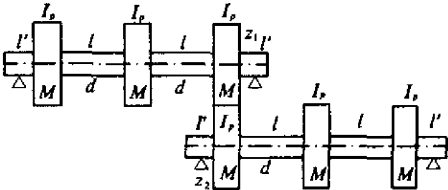


图 5 齿轮轴系扭振频率计算数值模型

Fig.5 Numerical model of torsional vibration analysis of a geared rotor system

表 1 不同计算模型得到的图 4 轴系扭振固有频率

Tab.1 Torsional nature frequencies of fig4

system calculated by different models		r/min				
计算模型	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_5$	$\omega_6$
单个转子	1 959.8	—	—	3 394.4	—	—
折合算法	1 210.2	1 959.6	3 168.5	3 394.2	—	—
扭转耦合	1 203.0	1 959.8	3 162.0	3 394.4	—	14 602.0
弯扭耦合	1 210.8	1 959.8	3 168.9	3 394.4	6 802.3	13 010.0

由表 1 可以看到, 按单根转子计算与按整系统计算相比, 将产生严重的漏根. 这是因为由于齿轮的耦合作用, 转子间将产生扭转耦合振动或弯扭耦合振动, 系统中某一转子的扭转或弯曲振动都可能会激起系统中其它转子的扭转振动. 这就是耦合系统为什么会出现一系列原单转子系统所没有的新的固有频率的原因.

由表 1 还可以看到, 目前工程上常用的折合算法和扭转耦合算法与弯扭耦合算法相比, 在较高阶固有频率上, 不仅漏根, 而且结果相差较大. 按整系统计算, 几种方法求得的系统前 4 阶扭转固有频率几乎是完全相同的, 区别在 4 阶以上较高阶的固有频率. 按折合算法, 系统在  $20\,000\text{ r/min}$  以下有 4 阶固有频率, 按扭转耦合计算, 系统有 5 阶固有频率, 而按弯扭耦合计算, 系统有 6 阶固有频率, 而且, 按弯扭耦合求得的系统第 6 阶固有频率与按扭转耦合求得的系统相应的固有频率相差达 12.2% 之多. 进一步的分析知道, 按弯扭耦合求得的系统的第 5、6 两阶固有频率与高速轴的弯曲固有振动频率很接近, 但系统振型却主要表现为低速轴的扭转振动, 所以, 系统的这两阶扭振固有频率是由高速轴的弯曲振动所激起的, 扭转耦合理论不可能有所反映. 这也是为什么上述

几种算法的结果有差别的原因.

5 结 论

(1) 目前工程设计中分析大型透平压缩机机组转子系统扭振固有频率的方法 , 无论是折合法还是扭转耦合模型法 , 都不能完全反映机组轴系的扭转动力学特性 , 都存在缺陷. 这种缺陷在计算轴系的较高阶固有频率时尤其严重.

(2) 大型透平压缩机机组转子系统是典型的齿轮耦合轴系 , 对其进行扭振分析 , 必须考虑轴系转子横向振动的影响 , 应用弯扭耦合理论进行系统分析才能得到正确结果.

参考文献 :

[ 1 ] 化学工业部基建局组织编写 . 大型压缩机安装[ M ]. 北京 : 化学工业出版社 , 1985 .  
[ 2 ] 西安交通大学透平压缩机教研室 . 离心式压缩机强度[ M ]. 北京 : 机械工业出版社 , 1980 .  
[ 3 ] 黄镇东 . 机械动力学[ M ]. 西安 : 西北工业大学出版社 , 1989 .  
[ 4 ] 夏伯乾 . 齿轮耦合多平行转子—轴承系统动力学及其应用研究 [ D ]. 西安 : 西安交通大学 , 1998 .  
[ 5 ] 夏伯乾 , 虞 烈 , 谢友柏 . DH 型压缩机齿轮—轴承—转子系统动力学分析[ J ]. 振动工程学报 , 2003 , 16 ( 2 ) 251 - 255 .

Analysis Methods and Numerical Comparison of Torsional  
Vibration of Large Scale Turbine Set

XIA Bo - qian<sup>1</sup> , REN Tian - ping<sup>1</sup> , SHEN Xiao - lai<sup>2</sup>

( 1 . School of Mechanical Engineering , Zhengzhou University , Zhengzhou 45002 , China ; 2 . Department . of Mechanical Engineering , Zhongyuan Institute of Technology , Zhengzhou 45007 , China )

**Abstract :** The rotor system of large scale turbine set is geared rotor system . Converting method and torsional coupling method are commonly used in engineering for torsional vibration analysis of this kind of turbine set . This paper makes a comparison of the methods with lateral - torsional coupling method by numerical calculation . The result shows that the converting method and torsional coupling method have serious defect , which can ' t reflect completely the torsional dynamics characters of the turbine set . In order to avoid any detrimental critical torsional vibration , it is necessary to consider the effect of lateral vibration of rotors of the turbine set on torsional vibration , and make a system analysis by lateral - torsional coupling vibration theory of geared rotor system as well .

**Key words :** large scale turbine set ; torsional vibration analysis ; numerical comparison