

文章编号:1671—6833(2005) 02—0010—04

非线性同伦参数在不可行性探测中的数值分析

刘明波, 邱 涌

(华南理工大学电力学院, 广东 广州 510640)

摘 要:以发电机的有功耗量作为目标函数,以发电机功率输出的上下限、节点电压的上下限作为变量型不等式约束条件,以节点潮流方程作为等式约束构成最优潮流的数学模型,运用非线性同伦内点法求解最优潮流问题.对IEEE 61IEEE 118 节点试验系统的计算表明,其计算结果与运用内点法所得的结果十分接近,同时能够及时探测出不可行情况.
关键词:最优潮流;非线性同伦内点法;同伦变量
中图分类号:TM 715 **文献标识码:**A

0 引言

对于优化问题,在大多数的情况下都是存在最优解的.但是,在某些情况下,如某些运行约束过于严苛,使得问题变为不可行.通常的办法是根据优化计算在一定的迭代次数内是否收敛来判断问题是否出现不可行的情况.这种方法缺乏严格的理论支持,因为导致优化计算出现不收敛的因素并不是唯一的.

文献[1] 首次提出了用同伦自对偶法来解决如何判断不可行性的问题.文献[2, 3] 则通过在单调补偿问题中引入同伦变量形成同伦单调补偿问题,由此提出一种新的优化算法—同伦内点法.该算法可以如内点法一样有效处理大规模系统的优化问题,但同时又能在优化计算过程中跟踪同伦参数的数值变化,及时快速地检测问题是否出现了不可行问题.

文献[4~6]、文献[7] 分别将同伦内点法应用于求解电力系统的经济调度问题和无功优化问题,并在试验系统和实际系统上证明了该算法的有效性和正确性.

本文作者以发电机的有功耗量作为目标函数,以发电机功率输出的上下限、节点电压的上下限作为变量型不等式约束条件,以节点潮流方程作为等式约束构成最优潮流的数学模型,通过同

伦化处理之后用非线性同伦内点法求解,分析同伦参数的数值变化在优化过程中的作用.

1 同伦单调补偿问题

1.1 单调补偿问题

单调补偿问题 MCP (Monotone Complementarity Problem) 的表述有如下两种形式:①若 $x \geq 0, s \geq 0, x^T s = 0$, 则确定一个单调连续函数 $f(x, s)$, 使其满足 $f(x, s) = 0$;②若已知一个单调连续函数 $f(x, s)$, 且满足 $f(x, s) = 0$, 则确定 $x \geq 0, s \geq 0$, 使得 $x^T s = 0$. 其标准形式为

$$\min x^T s$$
$$s.t. \quad s = f(x)$$
$$x, s \geq 0$$

(1)
(2)
(3)

单调补偿问题实际上是一个优化问题,求解的算法多数都以该问题存在最优为假设前提条件,同伦方法则通过引入同伦变量,构造同伦函数,将已知优化解的问题和待解优化问题联系起来,从已知优化解的问题出发,利用同伦参数的变化来得到待解问题的最优解,或者发现问题的不可行性.

1.2 同伦单调补偿问题

将同伦参数引入单调补偿问题后形成同伦单调补偿问题,其标准形式为

$$\min x^T s + \tau$$

(4)

收稿日期:2005—01—16;**修订日期:**2005—03—21
基金项目:国家自然科学基金资助项目(50277013);广东省自然科学基金资助项目(011648)
作者简介:刘明波(1964—),男,湖南省临澧县人,华南理工大学教授,博士生导师,主要从事电网无功优化调度及最优潮流计算方面的研究.

$$s \cdot s = f(x/\tau) \quad (5)$$

$$k = -x^T f(x/\tau) \quad (6)$$

$$x \geq 0, s \geq 0 \quad (7)$$

$$\tau, k \geq 0 \quad (8)$$

同伦单调补偿问题和单调补偿问题的解之间存在着的关系,而如果同伦单调补偿问题有最优解 (x^*, s^*, τ^*, k^*) ,则 $(x^*/\tau^*, s^*/\tau^*)$ 为单调补偿问题的最优解的条件是 $\tau > 0, k = 0$,而如果 $k > 0, \tau \leq 0$,则单调补偿问题出现了不可行情况.

2 同伦内点法求解最优潮流问题

2.1 最优潮流问题模型

这里将最优潮流问题表述为以发电机耗量为目标函数,以变量型不等式和潮流等式方程为约束的形式,具体形式如下:

$$\min f(x_1, x_2) \quad (9)$$

$$s \cdot g(x_1, x_2) = 0 \quad (10)$$

$$x_l \leq x_1 \leq x_u \quad (11)$$

式中: $f(x_1, x_2)$ 为系统内发电机的耗量函数,以二次函数的形式表示; $g(x_1, x_2)$ 为节点潮流平衡方程; x_1 为有约束变量,如发电机的有功功率、无功功率输出、节点电压幅值; x_2 为无约束变量,如节点电压相角; x_l, x_u 为 x_1 的上下限.

2.2 同伦单调补偿模型

对上述最优潮流模型引入松弛变量,构造拉格朗日函数,根据 KKT 最优性条件可以得到:

$$L_{x_1} = \nabla f_{x_1}^T(x_1, x_2) - \nabla g_{x_1}^T(x_1, x_2) \cdot \lambda - w - z = 0 \quad (12)$$

$$L_{x_2} = \nabla f_{x_2}^T(x_1, x_2) - \nabla g_{x_2}^T(x_1, x_2) \cdot \lambda = 0 \quad (13)$$

$$L_\lambda = -g(x_1, x_2) = 0 \quad (14)$$

$$L_w = x_1 + u - x_u = 0 \quad (15)$$

$$L_z = x_1 - l - x_l = 0 \quad (16)$$

$$L_l = LZ = 0 \quad (17)$$

$$L_u = UW = 0 \quad (18)$$

$\nabla f_{x_1}^T(x_1, x_2), \nabla f_{x_2}^T(x_1, x_2)$ 分别为 $f(x_1, x_2)$ 的雅可比阵的子阵; $\nabla g_{x_1}^T(x_1, x_2), \nabla g_{x_2}^T(x_1, x_2)$ 分别为 $g(x_1, x_2)$ 的雅可比阵的子阵; L, U, W, Z 分别为以 l, u, z, w 的分量为对角元素的对角阵; λ, w, z 为拉格朗日乘子.

对比前面对单调补偿问题的定义,式(12)~(18)构成的方程组满足单调补偿条件.引入同伦变量 τ, k ,形成同伦单调补偿模型:

$$\min L^T z + u^T(-w) + k \quad (19)$$

$$s \cdot L_{x_1} = \tau \nabla f_{x_1}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) -$$

$$\nabla g_{x_1}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) \cdot \lambda - z - w = 0 \quad (20)$$

在着 τ 的关系,而如果同伦单调补偿问题有最优解

$$L_{x_2} = \tau \nabla f_{x_2}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) - \nabla g_{x_2}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) \cdot \lambda = 0 \quad (21)$$

$$L_l = -y(x_1/\tau, x_2/\tau) = 0 \quad (22)$$

$$L_w = x_1 + u - \tau \cdot x_u = 0 \quad (23)$$

$$L_z = x_1 - l - \tau \cdot x_l = 0 \quad (24)$$

$$R_d = x^T [\nabla f_{x_1}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) - \nabla g_{x_1}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) \cdot \lambda / \tau - z / \tau - w / \tau] + x^T [\nabla f_{x_2}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) - \nabla g_{x_2}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) \cdot \lambda / \tau] - k^T g(x_1/\tau, x_2/\tau) + w^T(x_1/\tau - x_u) + z^T(x_1/\tau - x_l) + k \quad (25)$$

2.3 非线性同伦内点法求解

上述同伦单调补偿模型的求解可以转化为对如下非线性方程组的求解:

$$L_{x_1} = \tau \nabla f_{x_1}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) - \nabla g_{x_1}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) \cdot \lambda - z - w = 0 \quad (26)$$

$$L_{x_2} = \tau \nabla f_{x_2}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) - \nabla g_{x_2}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) \cdot \lambda = 0 \quad (27)$$

$$L_\lambda = -y(x_1/\tau, x_2/\tau) = 0 \quad (28)$$

$$L_w = x_1 + u - \tau \cdot x_u = 0 \quad (29)$$

$$L_z = x_1 - l - \tau \cdot x_l = 0 \quad (30)$$

$$R_d = x^T [\nabla f_{x_1}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) - \nabla g_{x_1}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) \cdot \lambda / \tau - z / \tau - w / \tau] + x^T [\nabla f_{x_2}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) - \nabla g_{x_2}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) \cdot \lambda / \tau] - k^T g(x_1/\tau, x_2/\tau) + w^T(x_1/\tau - x_u) + z^T(x_1/\tau - x_l) + k \quad (31)$$

$$L_l = LZ = 0 \quad (32)$$

$$L_z = UW = 0 \quad (33)$$

$$R_v = k - \mu = 0 \quad (34)$$

对此非线性方程组在初始点附近用泰勒级数展开,取一阶项,整理化简得到如下矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & -g_{x_1}^T(\frac{x_1}{\tau}, \frac{x_2}{\tau}) & A_1 \\ w_{21} & w_{22} & -g_{x_2}^T(\frac{x_1}{\tau}, \frac{x_2}{\tau}) & B_1 \\ -\nabla g_{x_1}^T(\frac{x_1}{\tau}, \frac{x_2}{\tau}) & -\nabla g_{x_2}^T(\frac{x_1}{\tau}, \frac{x_2}{\tau}) & 0 & C_2 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta \lambda \\ \Delta \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \\ -L_{x_2}^0 \\ -L_{\lambda 0} \\ R_D \end{bmatrix} \quad (35)$$

其中:

$$\begin{aligned} \dot{w}_{11} &= w_{11} + L_0^{-1} Z_0 - U_0^{-1} W_0, \\ A_1 &= \nabla f_{x_1}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) + \tau \cdot (\nabla f_{x_2}^2(x_1/\tau, x_2/\tau))^T - (\nabla g_{x_1}^2(x_1/\tau, x_2/\tau))^T \cdot \lambda - L_0^{-1} Z_0 \alpha_l + U_0^{-1} W_0 \alpha_u, \\ B_1 &= \nabla f_{x_2}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) + \tau \cdot (\nabla f_{x_2}^2(x_1/\tau, x_2/\tau))^T - (\nabla g_{x_2}^2(x_1/\tau, x_2/\tau))^T \cdot \lambda, \\ C_1 &= -g(x_1/\tau, x_2/\tau) - \tau \cdot \nabla g(x_1/\tau, x_2/\tau); \\ A_2 &= \nabla f_{x_1}(x_1/\tau, x_2/\tau) - (2 \cdot \nabla g_{x_2}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) \cdot \lambda/\tau)^T + x_1^T w_{11}/\tau + x_2^T w_{21}/\tau - x_u^T U_0^{-1} W_0 + x_l^T L_0^{-1} Z_0, \\ B_2 &= \nabla f_{x_2}(x_1/\tau, x_2/\tau) - (2 \cdot \nabla g_{x_2}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) \cdot \lambda/\tau)^T + x_2^T w_{22}/\tau + x_1^T w_{12}/\tau, \\ C_2 &= -g^T(x_1/\tau, x_2/\tau) - x_1^T \nabla g_{x_1}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) / \tau - x_2^T \nabla g_{x_2}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) / \tau; \\ D &= x^T [(\nabla f_{x_1}^2(x_1/\tau, x_2/\tau))^T - (\nabla g_{x_1}^2(x_1/\tau, x_2/\tau))^T \cdot \lambda/\tau + \nabla g_{x_1}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) \times \lambda/\tau^2] + x^T [(\nabla f_{x_2}^2(x_1/\tau, x_2/\tau))^T - (\nabla g_{x_2}^2(x_1/\tau, x_2/\tau))^T \cdot \lambda/\tau + \nabla g_{x_2}^T(x_1/\tau, x_2/\tau) \cdot \lambda/\tau^2] - \nabla g^T(x_1/\tau, x_2/\tau) \cdot \lambda + x_u^T U_0^{-1} W_0 \alpha_u - x_l^T L_0^{-1} Z_0 \alpha_l - \tau_0^{-1} k, \\ \Phi &= -L_{x_1}^T L_0^{-1} L_{x_1} + L_0^{-1} Z_0 L_{x_1} - U_0^{-1} L_{x_1} - U_0^{-1} W_0 L_{x_1}, \\ R_D &= -x_u^T U_0^{-1} L_{x_u} - x_u^T U_0^{-1} W_0 L_{w_0} - x_l^T L_0^{-1} L_{x_l} + x_l^T L_0^{-1} Z_0 L_{x_l} + \tau_0^{-1} R_{\tau_0} - R_d, \\ w_{11} &= \nabla f_{x_1}^2(x_1/\tau, x_2/\tau) - 1/\tau \sum_{i=1}^{2n} \lambda \nabla g_{ix_1}^2(x_1/\tau, x_2/\tau), \\ w_{22} &= \nabla f_{x_2}^2(x_1/\tau, x_2/\tau) - 1/\tau \sum_{i=1}^{2n} \lambda \nabla g_{ix_2}^2(x_1/\tau, x_2/\tau), \\ w_{12} &= \nabla f_{x_1}^2(x_1/\tau, x_2/\tau) - 1/\tau \sum_{i=1}^{2n} \lambda \nabla g_{ix_1}^2(x_1/\tau, x_2/\tau), \\ w_{21} &= \nabla f_{x_2}^2(x_1/\tau, x_2/\tau) - 1/\tau \sum_{i=1}^{2n} \lambda \nabla g_{ix_2}^2(x_1/\tau, x_2/\tau). \end{aligned}$$

3 算例

本文作者选择 Ward & Hale 6 IEEE 118 节点系统作为测试系统,基准功率取 100 MVA.有约束变量的初值采用上下限的均值,相应的松弛变量与此对应取值;无约束变量零值启动;拉格朗日乘

子 λ 的初值对于 p, q 等式分别取 -1 和 $1, w$ 和 z 初值都取 1 ;同伦参数的初值 $\tau=1, k=1$.修正规则与文献 [7] 中相同,对原变量和对偶变量分别使用各自统一的步长.补偿间隙定义为: $C_{gap} = \sum_{i=1}^N (l z_i - u_i w_i) + k$,摄动因子定义为: $\mu = C_{gap} / (2N+1)^\beta$, β 为加速因子.设置潮流偏差的收敛精度为 $\epsilon_1=10^{-6}$,补偿间隙的收敛精度为 $\epsilon_2=10^{-4}$.最大迭代次数为 50 次.各耗量函数的二次项系数 $a_2=2.0$,一次项系数 $a_1=1.5$,常数项 $a_0=0.004$.计算的结果见表 1、表 2.

表 1 试验系统的基本数据

Tab.1 Basic data of test systems				
系统名称	节点数	支路数	发电机数	负荷数
Ward & Hale 6 节点系统	6	7	2	3
IEEE 118 节点系统	118	193	36	118

表 2 试验系统的计算结果

Tab.2 Computational results of test systems		
参数	Ward & Hale 6 节点系统	IEEE 118 节点系统
目标函数值	4.491 289	133.790 239
潮流偏差	-8.291 517E-9	-4.987 339E-9
补偿间隙	4.346 477E-5	4.861 249E-7
迭代次数	9	13
同伦变量 τ	1.009 45	9.461 419E-2
同伦变量 k	3.432E-5	7.281 048E-9

4 结果讨论与分析

从上面的结果可以发现,同伦参数 τ 的值差别很大,并非所有系统的 τ 值都趋于理想值 1.在修改负荷参数或改变约束的松紧的时候,以及改变对偶变量的初值的时候,都有可能影响 τ 的值.在另一负荷条件下时,118 系统计算收敛后的 τ 值为 0.998 236,由此可以认为,单独地看 τ 的值并不能完全的判定是否出现非可行性问题,但是 τ 也不能无限小.

同伦参数 k 是比较容易判敛的, k 趋于 0 是最直接的标准;即当问题有可行解的时候, k 的值应该是趋于 0 的;而当 k 的值收敛于一个非零值时,可以肯定问题是不可行的.

文献 [7] 中提出的判据给出了一个判断收敛的标准,但在计算当中还发现这样一种情况,即 τ/k 大于收敛精度,而 τ, k 分别收敛于某个值附近后,不再有数量级以上的数值变化,这样程序被

迫运行到最大迭代次数后退出. 实际上, 不但 k 的最终收敛值是计算过程中判断收敛、判断问题是否可行的一个判据, k 在计算迭代过程中的数值变化特性更应该成为判断的主要标准. 否则的话, 这个方法在某些情况下一样得依靠设置最大收敛次数的方法来终结优化过程.

另外, 对于加速因子的选取从计算的角度来看对计算的速度和结果是有影响的, 但是如何取的问题还没有一个可靠的依据, 在本文计算过程中取经验值为 91.27.

参考文献:

[1] GOLDMAN A J , TUCKER A W . Theory of Linear Programming , in Linear Inequalities and Related Systems [M] . Princeton : Princeton University Press , 1956 .
[2] ANDERSON E D , YE Y . On a homogeneous algorithm for the monotone complementarity problem [J] . Mathematical

Programming , 1999 , 84 : 375 ~ 399 .
[3] ANDERSON E D , YE Y . A computational study of the homogeneous algorithm for large - scale convex optimization [J] . Computational Optimization and Applications , 1998 , 10 : 243 ~ 269 .
[4] JABAR R A , COONICK A H . Homogeneous interior point method for constrained power scheduling . [J] . Transmission and Distribution , 2000 , 147 (4) : 239 ~ 244 .
[5] JABAR R A , COONICK A H , CORY B J . A study of the homogeneous algorithm for dynamic economic dispatch with network constraints and transmission losses [J] . IEEE Trans on Power Systems , 2000 , 15 (2) : 605 ~ 611 .
[6] JABAR R A , COONICK A H , CORY B J . A homogeneous linear programming algorithm for the security constrained economic dispatch problem [J] . IEEE Trans on Power Systems , 2000 , 15 (3) : 903 ~ 936 .
[7] 刘明波, 李健, 吴捷. 求解无功优化的非线性同伦内点法 [J] . 中国电机工程学报, 2002 , 22 (1) : 1 ~ 7 .

Infeasibility Detection of Optimal Power Flow Problem

LIU Ming - bo , QIU Yong

(School of Electric Power , South China University of Technology , Guangzhou 510540 , China)

Abstract : In this paper the active power of the generator was used as objective function the up and down limits of the output of power and the bus voltage were used as the restrictive condition and the bus flow function was used as the mathematics model of optimal power flow . nonlinear homogeneous interior method was used to solve the optimal power flow problem . The numerical computation on Ward & Hale 6 bus and IEEE 118 bus test systems showed that the result based on the proposed algorithm is close to the result based on interior point method and this algorithm can detect infeasibility conditions immediately .

Key words : optimal power flow ; nonlinear homogeneous interior point method ; homogeneous variable