

文章编号:1671-6833(2004)04-0008-04

沥青混合料粘弹性参数及其应用

郑健龙, 吕松涛, 田小革

(长沙理工大学公路工程学院, 湖南 长沙 410076)

摘要:为确定沥青混合料的粘弹性参数,在 10, 5, 0, -5, -15, -20, -25, -30 ℃ 下进行了应力松弛试验,采用 Maxwell 模型,运用粘弹性力学相关理论对沥青混合料的粘弹性参数测定方法进行了分析,提出了该测定方法的数学模型,并用 Origin 软件进行了计算求解.分析指出,用累计耗散能可分析沥青混合料的疲劳破坏,累计耗散能与疲劳寿命之间存在唯一的关系,其它因素如试验方法、加载频率、加载模式、温度等对其影响不大.最后简要说明了累积耗散能的求解方法.

关键词:应力松弛试验; 沥青混合料; 粘弹性; 广义 Maxwell 模型; 累积耗散能

中图分类号: U 416.217 **文献标识码:** A

0 引言

大量试验表明,沥青混合料是一种简单热流变材料,沥青路面的开裂、车辙、疲劳等破坏问题都与沥青混合料的粘弹性特性有关.因此沥青混合料粘弹性参数的确定就显得尤为重要.

目前,测定沥青混合料粘弹性参数试验的方法有很多种,主要有直接拉伸试验(一次性拉断)、应力松弛试验、蠕变试验等.各种试验在方法上虽然各不相同,但对于求解沥青混合料的粘弹性参数,其原理、步骤是一样的,即根据粘弹性力学的有关理论,选用合适的粘弹性力学模型来模拟其粘弹性特性,通过多次的拟合,最终使试验结果与模型(理论)解达到最优拟合,从而可求出模型参数即沥青混合料的粘弹性参数.

作者进行了在 10, 5, 0, -5, -15, -20, -25, -30 ℃ 条件下沥青混合料的应力松弛试验.根据粘弹性力学的模型理论,文献[1]指出,Burgers 模型只能模拟材料的短期应力松弛特性,而广义 Maxwell 模型能模拟材料的长期应力松弛现象.由于应力松弛持续的时间比较长,所以作者选用广义 Maxwell 模型模拟沥青混合料的粘弹性特性,对沥青混合料粘弹性参数进行了测定.

1 沥青混合料粘弹性参数确定

1.1 粘弹性力学相关理论

沥青混合料是一种简单热流变材料,其应力应变本构关系不仅与时间有关,还与温度有关. Morrison C L 通过试验指出线性粘弹性材料的应变值在 0.1% 以下,该值较沥青路面中出现的最大应变值大,因而实际应用中沥青混合料可作为线粘弹性体加以研究.在研究线粘弹性体本构关系时,可不考虑温度因素,研究等温情况,可用模型理论进行研究[2].

微分型本构关系在求解某些问题时比较方便,在粘弹性理论的早期发展中有广泛的应用.这种应力应变关系的数学表达直接与力学模型相联系.广义 Maxwell 模型由若干个 Maxwell 模型并联而成,其组合方式如图 1 所示.其中, E_i 为第 i 个弹簧的拉压弹性模量; η_i 为第 i 个粘壶的粘滞系数.

对于广义 Maxwell 模型,假如输入一单位阶跃应变 $\epsilon = H(t)$,由粘弹性力学可得其应力响应(即松弛函数)为

$$E(t) = \sum_{i=1}^n E_i e^{-t/\tau_i} \quad (1)$$

式中: $\tau_i = \eta_i / E_i$, 为第 i 个 Maxwell 模型的松弛时间, n 为 Maxwell 模型的个数,本文取为 6.

收稿日期:2004-07-05;修订日期:2004-08-24

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50178012)

作者简介:郑健龙(1954-),男,湖南省邵阳市人,长沙理工大学教授,博士生导师,主要从事道路与铁道工程方面的研究.

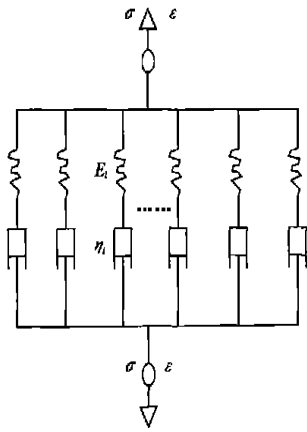


图 1 广义 Maxwell 模型
Fig. 1 General Maxwell model

通过试验,测定了粘弹性参数 E_i, η ,即可确定表征沥青混合料粘弹性能的松弛模量^[3]。

为了更具体表示材料的粘弹性行为,并利于实际测试,更好地描述材料的记忆性能和物体受外载作用后的过程,便于考虑材料老化和温度影响等因素,往往采用积分形式的本构方程,该方程在应用中有较大的灵活性。

由粘弹性力学可以得到松弛型积分本构关系,设物体受外部作用时产生随时间变化的应变 $\epsilon(t)$,引用松弛模量函数 $E(t)$,根据迭加原理可以得到应力公式:

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= \sigma(0) E(t) + \int_0^t E(t-\xi) \frac{d\epsilon(\xi)}{d\xi} d\xi \quad (2) \\ \sigma(t) &= E(0) \epsilon(t) + \int_0^t \epsilon(\xi) \frac{dE(t-\xi)}{d(t-\xi)} d\xi \quad (3) \end{aligned}$$

式 2) 与式 3) 是两个等效的松弛型积分本构关系。

为了便于简化计算与便于理解,本文从沥青混合料的松弛试验出发,由应变条件下的应力响应,提出沥青混合料应力松弛试验中粘弹性参数的确定方法。应力松弛试验有多种方法,如梁式试件弯曲法、梁式试件拉伸法、压缩法等,本次试验采用梁式试件拉伸法。

1.2 沥青混合料应变条件下的应力响应

试验在 MTS 810 (Material Test System) 试验机进行测试,试件采用梁式试件,在进行沥青混合料应力松弛试验时要迅速(实验时取为 2s)给试件施加一个初始的应力,使其一直保持恒定应变 ϵ_0 (如图 2 所示),试件受到的拉力可由拉力传感器获得,并由数据采集系统进行数据(拉力、变形)的采集,因为要使试件有一个应变 ϵ_0 ,初始加载阶段(2s)不是应力松弛阶段,所以分析应力松弛时前 2s 的数据应舍去,试验时假设梁横截面面积不变,则可通

过适当的计算求出试件中的应力及松弛劲度模量,据此可绘出松弛劲度模量曲线。

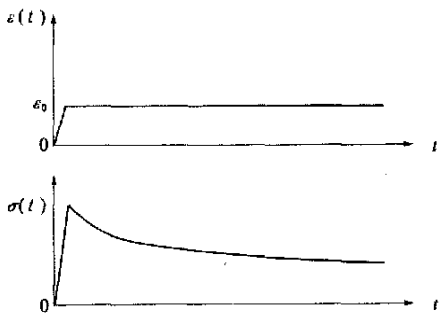


图 2 应力、应变随时间的变化
Fig. 2 Variation of stress strain with time

对沥青混合料试件输入一个应变 $\epsilon(t) = \epsilon_0 H(t)$, ϵ_0 为常数 $H(t)$, 为单位阶跃函数, $H(t) = \begin{cases} 1, t > 0 \\ 0, t \leq 0 \end{cases}$, 把 $\epsilon(t) = \epsilon_0 H(t)$ 代入式(2)或式(3), 得

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= \sigma(0) E(t) + \int_0^t E(t-\xi) \frac{d\epsilon(\xi)}{d\xi} d\xi \\ &= \int_0^t E(t-\xi) \frac{d\epsilon_0 H(\xi)}{d\xi} d\xi \\ &= \epsilon_0 \int_0^t E(t-\xi) \delta(\xi) d\xi \\ &= \epsilon_0 E(t), \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $\delta(t) = \begin{cases} \infty, t = 0 \\ 0, t \neq 0 \end{cases}$, $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$, $\delta(t)$ 为 $H(t)$ 的微分,是工程中常用的一个函数。由式(4)可以看出,通过一定温度下的应力松弛试验,求得不同加荷时间的应力,将各时刻的应力除以初始应力时的应变,即得各加荷时刻的松弛劲度模量 $E(t)$ 。

1.3 沥青混合料粘弹性参数确定的基本步骤

应力松弛试验中,确定沥青混合料广义 Maxwell 模型粘弹性参数的基本思路为:

- (1) 试验测定离散的应力、时间数据组 $\{\sigma, t_i\}$;
- (2) 由 $\{\sigma, t_i\}$ 数据组拟合 $\sigma \sim t$ 关系 $\sigma(t)$;
- (3) 从式(4)看出, $\sigma(t)$ 除以 ϵ_0 后即得 $E \sim t$ 关系 $E(t)$;
- (4) 估算出参数 E_i, η 的最佳取值,使由(3)式确定的 $E(t)$ 与 $E'(t)$ 达到最佳逼近状态。

2 模型的提出

式(4)可表示为 $\sigma(t_i) = R_i(X)$, 其中, $X = (E_1, \eta_1, \dots, E_i, \eta, \dots, E_6, \eta_6)^T > 0$ 。

确定沥青混合料粘弹性参数 E_i, η 的问题, 可转化为一个非线性规划问题. 其数学模型为

$$\min F(X) @ \sum_{i=1}^r [R_i(x) - \xi]^2 \tag{5}$$

令 $f_i(x) = R_i(x) - \xi$, 则式(10) 转化为一个非线性最小二乘问题

$$\min F(X) @ \sum_{i=1}^r [f_i(x)]^2 \tag{6}$$

2.1 最小二乘法

采用最小二乘法对上述模型求解的迭代公式表示为

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + (A_k^T A_k)^{-1} A_k^T f^{(k)} \tag{7}$$

式中: $X^{(k)}$ 为 $f(X)$ 的极小点第 k 次近似.

$$A_k = \begin{bmatrix} \nabla f_1(X^{(k)})^T \\ \nabla f_2(X^{(k)})^T \\ \vdots \\ \nabla f_r(X^{(k)})^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(X^{(k)})}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial f_1(X^{(k)})}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial f_1(X^{(k)})}{\partial \alpha_3} & \frac{\partial f_1(X^{(k)})}{\partial \alpha_4} \\ \frac{\partial f_2(X^{(k)})}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial f_2(X^{(k)})}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial f_2(X^{(k)})}{\partial \alpha_3} & \frac{\partial f_2(X^{(k)})}{\partial \alpha_4} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_r(X^{(k)})}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial f_r(X^{(k)})}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial f_r(X^{(k)})}{\partial \alpha_3} & \frac{\partial f_r(X^{(k)})}{\partial \alpha_4} \end{bmatrix},$$
$$f^{(k)} = [f_1(X^{(k)}), f_2(X^{(k)}), \dots, f_r(X^{(k)})]^T.$$

为了保证迭代收敛, 在求出方向 $d^{(k)} = -(A_k A_k)^{-1} A_k^T f^{(k)}$ 后, 不直接用 $x^{(k)} + d^{(k)}$ 作为第 $k+1$ 次近似, 而是从 $X^{(k)}$ 出发, 沿这个方向进行一维搜索: $\min_{\lambda} F(X^{(k)} + \lambda d^{(k)})$ 求出步长 λ_k 后, 令 $X^{(k+1)} = X^{(k)} + \lambda_k d^{(k)}$ 为第 $k+1$ 次近似, 依此类推. 直至得到满足要求的解.

2.2 L-M 法

最小二乘法有时会因 $A_k^T A_k$ 奇异或接近奇异阵而造成无法求解 $d^{(k)}$, 因此可将一个正定对角矩阵加到 $A_k^T A_k$ 上, 从而改变原矩阵的特征值结构, 使之变成条件数较好的对称正定矩阵, 即所谓的 Levenberg-Marquardt 法(L-M 法). 令 $d^{(k)} = -(A_k^T A_k + \alpha_k I)^{-1} A_k^T f^{(k)}$, 其中 I 为四阶单位矩阵, α_k 为一个正实数.

L-M 法计算步骤如下:

- (1) 输入初始值 $X^{(1)}$, 初始参数 $\alpha_1 > 0$, 增长因子 $\beta > 1$, 允许误差 $\epsilon > 0$, 置 $k = 1, \alpha = \alpha_1$;
- (2) 计算 $f^{(k)}, A_k$;

- (3) 若 $(A_k^T A_k + \alpha_k I)^{-1}$ 存在, 则转步(4), 否则, $\alpha_{k+1} = \alpha_k \beta$, 返回(2);
- (4) 解方程 $(A_k^T A_k + \alpha_k I) d = -A_k^T f^{(k)}$, 求得方向 $d^{(k)}$;
- (5) 求步长 λ_k 使 $f(X^{(k)} + \lambda d^{(k)}) = \min_{\lambda} f(X^{(k)} + \lambda d^{(k)})$, 若 $\lambda_k \neq 0$, 则转(6), 否则 $\alpha_{k+1} = \alpha_k \beta$, 返回(2);
- (6) 令 $X^{(k+1)} = X^{(k)} + \lambda d^{(k)}$, 若 $X^{(k+1)} - X^{(k)} \leq \epsilon$, 则转(7), 否则置 $k = k + 1$, 返回(2);
- (7) 置 $X^* = X^{(k+1)}$, 输出最佳值 X^* .

求解过程中可从多个不同的初始值 $X^{(1)}$ 开始迭代, 最后对比得到沥青混合料的粘弹性参数最优解 X^* . 该法的计算过程可由 Origin 来实现^[4].

3 计算实例

由于 $\{q, t_i\}$ 是由试验测定的, 因试验系统本身存在误差, 同时线粘弹性理论要求的条件与实际试验情况存在一定的差别, 为减小误差, 计算前应进行预处理. 将 $\{q, t_i\}$ 关系散点图上明显偏离数据走向的数据组剔除.

基于前述的方法, 利用 Microcal Origin 6.0 软件的 Non-linear Curve Fit 功能^[4] 编制了广义 Maxwell 模型的应力松弛函数表达式, 求算沥青混合料的粘弹性参数, 并绘出了相应的图形.

下面给出试件在 $-15\text{ }^\circ\text{C}$ 条件下的计算结果. 输入 $\epsilon(t) = \epsilon_0 H(t)$, $\epsilon_0 = 3 \times 10^{-5}$, 沥青混合料松弛模量 $E'(t) = \frac{q(t)}{\epsilon_0}$, 用在 Origin 6.0 中编制的沥青混合料松弛模量 $E(t) \sim t$ 关系式(式(1)) 拟合试验的离散数据 $E'(t) \sim t$ 关系曲线, 求得最优的粘弹性参数如表 1 所示.

表 1 广义 Maxwell 模型参数拟合结果
Tab. 1 Fitting result of General Maxwell model parameter

弹簧弹性模量	数值拟合结果/(MPa·s)	粘壶的粘质系数	数值拟合结果/(MPa·s)
E_1	700	η_1	270 000 000
E_2	3 384.836 4	η_2	6 029 364.9
E_3	3 561.831 3	η_3	6 346 170.7
E_4	3 776.774 8	η_4	576 221 153
E_5	3 047.862 8	η_5	5 429 237.7
E_6	3 917.743 8	η_6	101 778 046

上述过程的拟合曲线如图 3 所示.

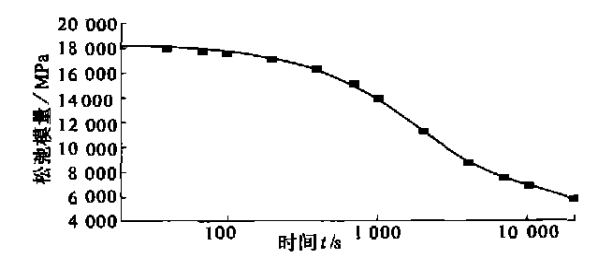


图 3 Origin 拟合曲线结果
Fig. 3 Result of origin fitting curve

4 在疲劳方程中的应用

Van Dijk 指出,对于确定的沥青混合料,无论是应力控制还是应变控制的疲劳,疲劳寿命与相应的累计耗散能之间存在着唯一的对应关系,且与其它因素无关^[3].用累计耗散能来表示疲劳方程越来越受到人们的认可,并且日趋成熟,因此累计耗散能的计算就显得尤为重要,若考虑损伤为线性的,则累计耗散能 W_f 可表示为

$$W_f = N_f w_i \tag{8}$$

式中: N_f 为达到破坏时的荷载重复作用次数,即通常所说的疲劳寿命; w_i 为沥青混合料一个周期内的耗散能,其大小可由粘弹性力学的相关知识求得.

由粘弹性力学可知,在周期性荷载作用下,沥青混合料一个周期内的耗散能为^[6,7]

$$w_i = \omega J_2 \sigma_0^2 \frac{T}{2} \tag{9}$$

式中: ω 为加载的角速度, $\omega = \frac{2\pi}{T}$; T 为加载的周期; J_2 为粘弹性材料的损耗柔量; σ_0 为疲劳试验时应力幅值(控制应力的疲劳试验).广义 Maxwell 模型的本构方程为

$$\sigma + \sum_{i=1}^n p_i \dot{\sigma} = \sum_{i=1}^n q_i \dot{\epsilon} \tag{10}$$

式中: $p_i = \eta/E_i$, $q_i = \eta$, η 为第 i 个 Maxwell 模型中粘壶的粘滞系数; E_i 为第 i 个 Maxwell 模型中弹簧的弹性模量; n 为广义 Maxwell 模型中 Maxwell 模型的个数.则可求出复模量

$$J^*(i\omega) = \frac{P(i\omega)}{Q(i\omega)} = \frac{1 + \sum_{i=1}^n P_i(i\omega)}{\sum_{i=1}^n q_i(i\omega)} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i \omega - i}{\sum_{i=1}^n q_i \omega} = J_1 - iJ_2 \tag{11}$$

即 $J_1 = \frac{\sum_{i=1}^n p_i}{\sum_{i=1}^n p_i}, J_2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n q_i \omega} = \frac{1}{\omega \sum_{i=1}^n q_i}$,

将 J_2 代入式(9),则得一个周期内材料的耗散能为

$$w_i = \omega J_2 \sigma_0^2 \frac{T}{2} = \frac{T \sigma_0^2}{2 \sum_{i=1}^n q_i} \tag{12}$$

求出 w_i 后,代入式(8)就可求出累计耗散能 W_f .

5 结论

(1) 运用应力松弛试验确定出沥青混合料的粘弹性,方法简单可行,由此可计算出在不同 ϵ_0 、不同温度情况下的参数,从而可真实地反映材料的特性.

(2) 利用 Microcal Origin 6.0 软件的非线性曲线拟合功能编制了沥青混合料的粘弹性参数确定的计算函数,计算结果可靠.

(3) 简要说明了粘弹性参数在计算累计耗散能时的应用.粘弹性参数的测定对累计耗散能有直接的影响.

参考文献:

[1] 郑健龙. 沥青路面抗裂设计理论与方法[M]. 北京: 人民交通出版社, 2002.

[2] 周志刚. 沥青混合料粘弹性参数测定方法的研究[J]. 长沙交通学院学报, 2001, 17(4): 23~28

[3] 杨挺青. 粘弹性力学[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1990.

[4] 晨曦工作室. Origin 6.0 实例教程[M]. 北京: 中国电力出版社, 2000.

[5] VAN DIJK W. Practical fatigue characterization of bituminous mixes, proceedings of the association of asphalt paving technologists[J]. Phoenix Arizona, 1975, 44: 31~33.

(下转第 15 页)

Experimental Research on Shear Strength of Concrete
Subjected to Freezing and Thawing

LI Ping-xian^{1,2}, ZHANG Lei-shun¹

(1.College of Environmental & Hydraulic Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002,China; 2.School of Civil and Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024,China)

Abstract : With Z-shape direct shear specimen, the shear strength of concrete subjected to freezing and thawing is discussed. And the mechanics of freezing and thawing deterioration is also analyzed. The results indicate that the relative shear strength decreases with the numbers of freezing cycles. The main reason is that cement paste itself and the interface between aggregate and cement paste deteriorate, which leads to the decrease of the concrete strength.

Key words :freezing and thawing; concrete; shear strength; deterioration

(上接第 11 页)

Research on Viscoelastic Parameters of Bituminous
Mixtures and Their Applications

ZHENG Jian-long, LU Song-tao, TIAN Xiao-ge

(College of Highway Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410076,China)

Abstract :Bituminous mixture is a sort of viscoelastic material. It is important to ascertain the viscoelastic parameters in the constitutive relation and fatigue equation. In this paper, the theory of viscoelastic mechanics is employed for the analysis of how to test viscoelastic parameters of bituminous mixture with the test of stress relaxation. The mathematical model is given, which is calculated through using Origin software. It was reported that using accumulative dissipated energy can analyze the fatigue damage of bituminous mixture. There is an exclusive relation between accumulative dissipated energy and fatigue life, but other factors such as test methods, loading frequency, loading modes and temperature have nothing to do with it. Finally, the method to calculate the accumulative dissipated energy is illuminated concisely.

Key words :stress relaxation test; bituminous mixture; viscoelasticity; General Maxwell model; accumulative dissipated energy