

文章编号:1671-6833(2004)03-0109-04

静电悬浮系统的离散滑模控制

吴黎明, 韩丰田, 侯伯杰

(郑州大学机械工程学院, 河南 郑州 450002)

摘 要:根据陀螺转子力学方程,建立了考虑系统参数变化的转子动力学模型,设计了离散滑模观测器和积分型离散滑模控制器,采用 MATLAB SIMULINK 进行动态仿真,并与线性控制相比较.结果表明:采用滑模控制后,时域超调量降低 40%,调整时间缩短 60%;频域刚度在低频段提高 42%,在中频段最低点提高 110%,在高频段提高 53%,显著增强了系统抑制外部扰动力的能力;引入边界层后,大大削弱了控制电压的抖动,提高了系统控制的精确性,减少了能量损耗.因而,滑模控制可以改善系统的动态性能,在系统存在参数变化和外部扰动力作用下具有很强的鲁棒性.

关键词:静电悬浮;滑模控制;滑模观测器;静电力;鲁棒控制

中图分类号: TH 113 **文献标识码:** A

0 引言

静电陀螺是当今国际公认的高精度惯性元件,它依靠可控的静电力将陀螺转子无接触、无摩擦地悬浮起来,利用高速旋转转子的定轴性实现姿态的测量.由于静电陀螺转子工作在真空球腔中,没有机械接触和磨损,不受干扰力矩的影响,因而精度高、寿命长、可靠性高.静电悬浮系统是静电陀螺的一个重要组成部分,转子定中、加速、恒速控制及角度读出等许多研究工作均需要建立在悬浮系统稳定可靠运行的基础上^[1,2].目前,静电悬浮系统的控制通常采用线性控制(如 PID 控制),它具有简单、实用和参数调节方便的优点,但静电悬浮系统呈现显著的非线性,且存在参数变化和较大的外部扰动力,采用线性控制使得悬浮系统的鲁棒性较差;反馈线性化控制能够削弱系统的非线性,在一定程度上提高了悬浮系统的支承刚度和动态特性.为了进一步提高悬浮系统的鲁棒性,本文首次将滑模控制应用于静电陀螺悬浮系统^[3,4].

在推导静电陀螺悬浮系统数学模型的基础上,设计离散滑模观测器和积分型离散滑模控制器,同时引入边界层以削弱控制电压抖动,利用 Matlab SIMULINK 进行了动态仿真,并与线性控制

仿真比较.结果表明:采用滑模控制、悬浮系统对于参数变化和外部扰动力具有很强的鲁棒性.

1 静电悬浮系统原理与模型

为了将陀螺转子稳定地悬浮在球腔中心,悬浮系统需要三路特性相同的悬浮线路,分别控制转子在 X 、 Y 和 Z 轴方向上的运动.单自由度静电悬浮系统见图 1,在每个方向上需要 4 块同球面电极,采用差动式电容传感器检测转子偏离球腔几何中心的位移.控制器输出电压经过直流偏置、差动放大与直流高压放大器后,以差动形式加到电极上,依靠静电力将转子悬浮在球腔中心.

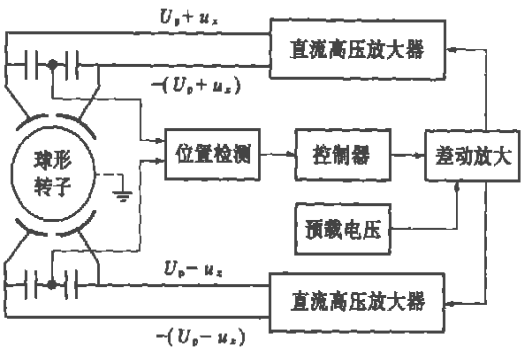


图 1 静电悬浮系统原理图

Fig.1 Schematic diagram of electrostatic levitation system
通常系统存在的参数变化主要是由于工作温度引起的球碗间隙变化,以 X 轴为例,忽略轴间

耦合,作用于转子并考虑球碗间隙变化的静电力

$$F_e(x,u_x)=k\left[\frac{(U_p+u_x)^2}{(d_0+\Delta d-x)^2}-\frac{(U_p-u_x)^2}{(d_0+\Delta d+x)^2}\right] \quad (1)$$

式中: k 为与陀螺结构有关的系数, U_p,u_x 分别为预载电压和控制电压; x,d_0 ,分别为转子位移和电极-转子间的名义间隙; Δd 为球碗间隙变化。

通常转子偏离电极球腔中心的位移较小,将式(1)在工作点 $x=0$ 和 $\Delta d=0$ 进行Taylor公式一阶展开,同时考虑外部扰动力 f_d 的影响,可以得到转子的运动方程

$$m\ddot{x}=K_x x+K_v u_x+f(x,\Delta d,u_x) \quad (2)$$

式中: $K_x=4kU_p^2/d_0^3$,称为力-位移系数; $K_v=4kU_p/d_0^2$,称为力-电压系数; $f(x,\Delta d,u_x)$ 称为广义扰动力,即

$$f(x,\Delta d,u_x)=\frac{3K_x x+2K_v u_x}{d_0}\Delta d+\frac{4k}{d_0^3}\left(1-\frac{3\Delta d}{d_0}\right)xu_x^2+f_d \quad (3)$$

先不考虑广义扰动力,则可得描述转子运动的传递函数,即

$$G_o(s)=\frac{X(s)}{U_x(s)}=\frac{K_v}{ms^2-K_x} \quad (4)$$

悬浮系统的高压放大器,可近似简化为一惯性环节,即

$$G_a(s)=\frac{K_a}{T_a s+1} \quad (5)$$

式中: K_a 为高压放大倍数; T_a 惯性时间常数。

由式(4)和(5),可得静电悬浮系统广义被控对象传递函数,即

$$G(s)=\frac{X(s)}{U_c(s)}=G_a(s)G_o(s)=\frac{K_a}{(T_a s+1)}\cdot\frac{K_v}{(ms^2-K_x)} \quad (6)$$

考虑系统的广义扰动力后,由式(6)可得到广义被控对象的微分方程描述

$$\ddot{x}+\frac{1}{T_a}\dot{x}-\frac{K_x}{m}\dot{x}-\frac{K_x}{mT_a}x=\frac{K_a K_v}{mT_a}(u_c+h) \quad (7)$$

式中: $h=f(x,u_x)\cdot m/(K_v\cdot K_a)$,称为等效广义扰动力, h 存在上界值 h_{\max} 。

引入系统状态向量: $x=[x_1\ x_2\ x_3]^T$,其中 $x_1=x;x_2=\dot{x};x_3=\ddot{x}$,于是可得广义被控对象的状态空间描述

$$\begin{cases} \dot{x}=A_0x+B(u_c+h) \\ y=Cx \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{式中: } A_0=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ K_x/(mT_a) & K_x/m & -1/T_a \end{bmatrix}, \\ B=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_a K_v/(mT_a) \end{bmatrix}, C=[1\ 0\ 0].$$

采用零阶保持器法将上式离散化后,得到

$$\begin{cases} x(k+1)=\Phi_0x(k)+\Gamma(u(k)+h(k)) \\ y(k)=Hx(k) \end{cases} \quad (9)$$

式中: $\Phi=e^{A_0T_s},\Gamma=\int_0^{T_s}e^{A_0\tau}\cdot\Gamma dB,H=C,T_s$ 为采样周期。

2 离散滑模观测器

采用滑模控制后的静电悬浮系统见图2。由于式(9)的被控对象是可观测的,于是存在观测矩阵 $L_p\in R^{3\times 1}$,使得 $\Phi-\Phi_0-L_pH,\Phi$ 的特征值在单位圆内;另外,对于正定矩阵 Q ,存在离散Lyapunov方程^[5]: $\Phi^TP\Phi-P+Q=0$,同时存在矩阵 $F\in R^{3\times 3}$,使得 $HF=\Gamma^TP^T$;此时,在 Z 域存在传递函数: $G(z)=HF[zI-\Phi]^{-1}\Gamma$,可以验证 $G(Z)$ 为强正实函数^[6]。

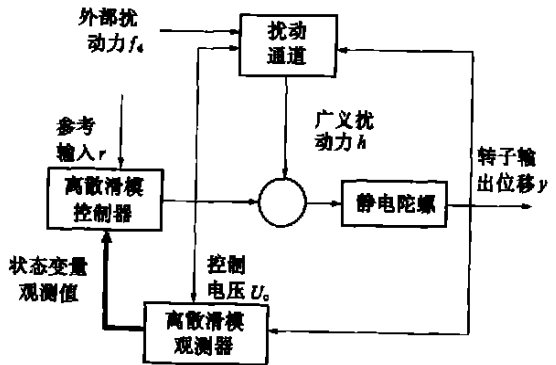


图2 静电陀螺悬浮系统滑模控制框图

Fig.2 Sliding mode control diagram of electrostatic gyro system

根据以上条件,选取如下结构的离散滑模观测器

$$\hat{x}(k+1)=\Phi\hat{x}(k)+\Gamma u(k)+L_p y(k)-W_1(k)-W_2(k) \quad (10)$$

式中: $W_1(k)$ 为扰动控制项; $W_1(k)=\begin{cases} \Gamma\text{sgn}(\sigma_e(k))\rho_0, & |\sigma_e(k)|\geq\varphi_0 \\ \Gamma\frac{\sigma_e(k)}{\varphi_0}\rho_0, & |\sigma_e(k)|<\varphi_0 \end{cases}$,其中 $\sigma_e(k)=$

$HFe(k)$ 称为离散滑模超平面, $e(k)=\hat{x}(k)-x(k),\rho_0\geq h_{\max},\varphi_0$ 为防止控制电压抖动而引入的边界层; $W_2(k)$ 为不连续控制项, $W_2(k)=$

$\Gamma \frac{\eta_0}{\|FH \times \Gamma\|} FHe(k)$, 其中 $0 < \eta_0 < 1$. 由式(9)和(10), 可得状态观测误差方程

$$e(k+1) = \Phi e(k) - W_1(k) - W_2(k) - \Gamma h(k)$$

(11)

借助 Lyapunov 方法, 可以证得: 状态观测误差 $e(k)$ 在有限拍内收敛于滑模超平面, 并最终趋于原点^[7].

3 离散滑模控制器

由式(9)的被控对象, 离散滑模超平面的表达式为

$$\sigma_c(k) = Sx(k)$$

(12)

式中: $S \in R^{1 \times 3}$, 称为滑模超平面参数向量, 采用极点配置法进行设计^[7].

离散滑模控制器包含两部分: 线性状态反馈控制项 $u_1(k)$ 和非线性控制项 $u_n(k)$, 即

$$u(k) = u_1(k) + u_n(k)$$

(13)

式中: $u_1(k) = -[K_I \quad K_{eq}] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x(k) \end{bmatrix} + K_{eq} N_s r(k)$, 其中 $[K_I \quad K_{eq}]$ 为积分型离散系统控制矩阵; N_s 为输入矩阵; $u_n(k) = -\alpha(k) - \beta(k)$, 其中, $\alpha(k)$ 和 $\beta(k)$ 分别为不连续控制项和扰动控制项, 即:

$$\alpha(k) = \frac{\eta_1}{|SF|} \sigma_c(k),$$
$$\beta(k) = \begin{cases} \rho_1 \operatorname{sgn}(\sigma_c(k)), & |\sigma_c(k)| \geq \varphi_1, \\ \rho_1 \frac{\sigma_c(k)}{\varphi_1}, & |\sigma_c(k)| < \varphi_1 \end{cases}$$

这里, $0 < \eta_1 < 1$, φ_1 为边界层厚度, $\rho_1 \geq h_{\max}$.

采用 Lyapunov 方法可以验证, 式(13)离散滑模控制器能在离散滑模平面上生成滑动模态, 系统状态在有限拍内到达离散滑模平面并趋于稳定^[7].

4 系统仿真

采用 Matlab6.1 SIMULINK 建模仿真, 在时域和频域验证了静电悬浮滑模控制系统的强鲁棒性, 并将其控制效果与极点配置法设计的积分型线性控制系统相比较. 此外, 考虑引入边界层对控制作用的影响. 仿真中悬浮系统参数取值见表 1.

4.1 时域特性

图 3 为参考输入幅值为 $1 \mu\text{m}$ 时滑模控制系统的阶跃响应, 其中曲线 1、曲线 2 和曲线 3 分别为由温度变化引起球碗间隙变化 -10% , 0% 和 $+10\%$ 时对应的阶跃响应曲线, 超调量分别为

11.1% , 2.04% 和 0% , 调整时间分别为 4.7 ms 、 1.4 ms 和 5.2 ms ; 若采用线性控制系统, 相应的超调量分别为 36% , 42% 和 51% , 调整时间分别为 4.4 ms 、 4.5 ms 和 4.3 ms . 由图 3 可以看出, 采用滑模控制后, 悬浮系统具有较好的动态特性, 且在系统参数变化的情况下具有很强的鲁棒性.

表 1 静电悬浮系统参数

Tab. 1 Parameters of electrostatic levitation system

$k/(\text{kg} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{V}^{-1})$	U_p/V	$d_0/\mu\text{m}$	m/g
2.27×10^{-15}	759	10	10
K_s	$T_s/\mu\text{s}$	$T_v/\mu\text{s}$	$g/(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$
150	100	80	9.8

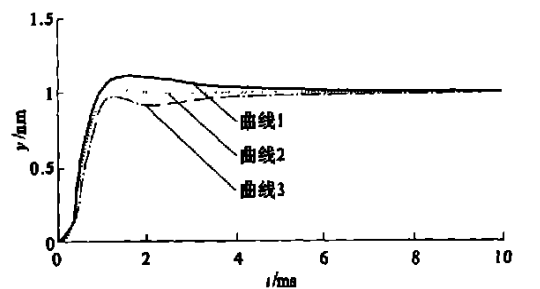


图 3 阶跃响应
Fig.3 Step response

4.2 刚度特性

在频率连续变化、幅值为 1 g 的正弦扰动力激励下, 悬浮系统的刚度特性见图 4^[2], 其中 K_d 为刚度值. 采用滑模控制的系统刚度特性, 在低频段与高频段的刚度均较高, 中频段 ($10 \sim 500 \text{ Hz}$) 刚度较低, 在 266 Hz 处达到最小值 $8.0 \times 10^4 \text{ N/m}$. 图 4 中给出了线性控制下的系统刚度曲线, 相比之下, 滑模控制系统在低频的刚度平均提高了 42% , 在高频段的刚度平均提高了 53% , 在中频段的刚度最多提高了 110% , 仿真结果表明系统在滑模控制作用下具有更强的抑制外部扰动的能力.

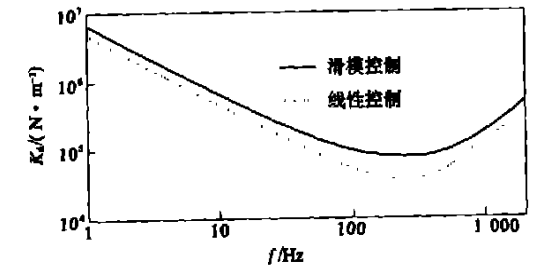


图 4 频域刚度特性
Fig.4 Suspension stiffness of frequency response

4.3 控制电压的抖动抑制

仿真分析控制电压的饱和值为 $\pm 5 \text{ V}$, 未引入边界层的滑模控制系统, 阶跃响应过程的控制电

压见图 5, 控制电压强烈抖动, 且发生饱和, 这将影响系统控制的稳定性, 并增加能量损耗; 为了削弱控制电压的抖动, 在观测器和控制器中加入边界层(观测器边界层厚度取 $\varphi_0 = 4 \times 10^6$, 控制器的边界层取 $\varphi_1 = 1 \times 10^3$)后, 大大削弱控制电压的抖动, 见图 6, 从而提高了控制精度, 减少了能量损耗。

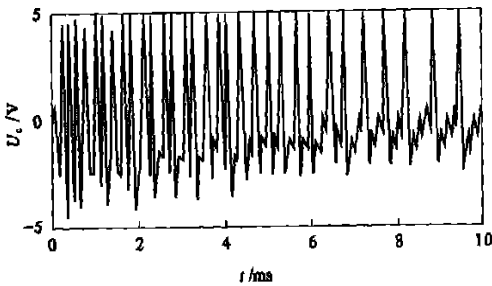


图 5 阶跃响应下控制电压(无边界层)

Fig.5 Control voltage of step response without boundary layer

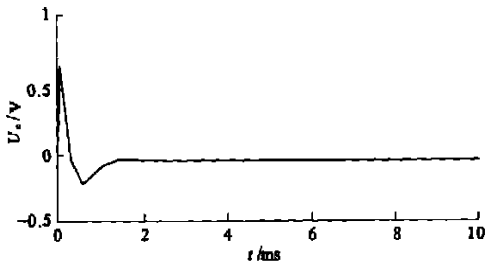


图 6 阶跃响应下控制电压(含边界层)

Fig.6 Control voltage of step response with boundary layer

5 结束语

针对静电陀螺悬浮系统存在的力扰动和球碗间隙变化, 设计了滑模观测器与滑模控制器, 并进行了仿真分析。结果表明, 将滑模控制应用于静电陀螺悬浮系统, 一方面提高了静电悬浮系统的动态性能; 另一方面, 提高了悬浮系统的动态刚度, 并增强了对系统参数变化的鲁棒性。

参考文献:

- [1] WU Chang-huei. DC electrostatic gyro suspension system for the gravity probe B experiment[D]. Stanford: Stanford University, 1993. 1 ~ 57.
- [2] 韩丰田, 高钟毓, 王永梁. 有源静电悬浮系统的反馈线性化控制[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2003, 43(2): 1057 ~ 1060.
- [3] HUI S, ZAK, STANISLAW H. On discrete-time variable structure sliding mode control[J]. Systems & Control Letters, 1999, 38(4-5): 283 ~ 288.
- [4] LEE J H, ALLAIRE P E, TAO G. Integral sliding-mode control of magnetically suspended balance beam: analysis, simulation, and experiment[J]. IEEE/ASME Transactions on mechatronics, 2001, 6(3): 338 ~ 346.
- [5] SYRMOS, VASSILIS L. On the discrete generalized Lyapunov equation[J]. Automatica, 1995, 31(2): 297 ~ 301.
- [6] CHANG K F. Strictly positive definite function[J]. Journal of Approximation Theory, 1996, 87(2): 149 ~ 158.
- [7] 田宏奇. 滑模控制理论及其应用[M]. 武汉: 武汉出版社, 1995.

Discrete Sliding Mode Control of Electrostatic Levitation System

WU Li - ming, HAN Feng - tian, HOU Bo - jie

(College of Mechanical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: The paper applies sliding mode control to electrostatic gyro levitation system with parameter variation and external disturbance force. The dynamics of the gyro rotor with varying parameters has been set up. Discrete sliding mode observer and discrete sliding mode controller with integral compensation for achieving less steady-state error have been designed respectively. The dynamic simulation of sliding mode control is compared with those of linear control by using MATLAB SIMULINK where overshoot has been lowered by 40 percent and setting time has been shortened by 60 percent. In respect of stiffness, the ability to resist external disturbance force has been obviously strengthened where the stiffness in low frequency band, medium frequency point with the least stiffness and high frequency band has been improved by 42 percent, 110 percent and 53 percent respectively. Besides, a proper boundary layer is introduced to overcome chattering problem, improve accuracy and reduce energy consumption. Therefore, the robust performance of the electrostatic levitation control system is illustrated by simulation results, which show that the proposed sliding mode control is effective under external vibration disturbance force and parameter variations.

Key words: electrostatic levitation; sliding mode control; sliding mode estimator; electrostatic force; robust control