

文章编号:1671-6833(2004)01-0109-04

刚性路面的材料性能反演

杜莉莉¹, 张小庆², 王 宾¹

(1. 郑州市污水净化有限公司, 河南 郑州 450046; 2. 大连理工大学土木工程学院, 辽宁 大连 116023)

摘 要: 利用反分析的结果来评价路面结构的性能是近年来发展较快的一种无损检测方法. 将刚性路面简化为 Winkler 地基上的多块板系统, 利用落锤式弯沉仪所测得的弯沉结果, 并结合奇异值分解的基本理论, 成功地解决了刚性路面的反分析问题. 大量的数值计算结果表明, 该反算方法具有较好的稳定性和收敛性, 从而为进一步研究刚性路面的承载能力提供了基础.

关键词: 落锤式弯沉仪; 系统识别; 奇异值分解; Winkler 地基; 多块板

中图分类号: TU 470 **文献标识码:** A

0 引言

随着国家对交通投资的加大, 我国的公路建设得到了长足的发展. 由于路面承受反复荷载的作用和自然因素破坏, 特别是交通量和重型汽车不断增加使得公路的使用性能退化较快, 我国的公路普遍存在着过早破坏现象, 特别是近年来发生了一系列的重大公路质量事故, 造成了很大的经济损失. 如何能够进行科学的评价, 使路面病害消灭在萌芽状态, 从而尽可能的延长路面使用寿命, 节约养护资金, 这一直是公路交通界所想迫切解决的问题.

近年来, 随着落锤式弯沉仪(FWD) 在刚性路面上的广泛应用以及数值算法的发展, 根据所测得的反应(尤其是位移反应), 使力学模型计算的响应与实测响应误差达到最小来确定其模型参数的反分析方法得到了长足的发展^[1], 该方法不仅弥补了实验室结果所具有的不可靠性之缺陷, 而且对于路面系统是无损检测, 因而逐渐引起了人们的注意. 本文将刚性路面简化为 Winkler 地基上具有传荷能力的多块板系统^[2], 利用系统识别原理, 并结合奇异值分解, 进行了刚性路面的材料性能反演. 大量的计算结果表明, 本文的反分析软件在很大的初值范围内都能收敛于近似相同的结果, 反分析方法的收敛性和稳定性较好, 从而为实际工程应用提供了有力的技术支持.

1 Winkler 地基上多块板系统的求解^[3]

以两块板为例(如图 1), 考虑地基刚度阵后, 对 1、2 板隔离分析, 应用虚功原理, 分别建立式(1)、(2):

$$\begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ib} \\ k_{bi} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_i \\ p_b \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} p'_i \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$
$$\begin{bmatrix} k'_{ii} & k'_{ib} \\ k'_{bi} & k'_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u'_i \\ u'_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p'_i \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式中: $\{u_i\}$ 、 $\{u'_i\}$ 分别为 1、2 板在接缝上竖直方向自由度组成的向量; $\{u_b\}$ 、 $\{u'_b\}$ 分别为 1、2 板其余自由度组成的向量; $\{p_i\}$ 为 1 板除接缝剪力外其余外荷载在接缝竖直方向自由度上所形成的等效荷载向量; $\{p_b\}$ 为 1 板除接缝剪力外其余外荷载在其余自由度上所形成的等效荷载向量; $\{p'_i\}$ 为两板在接缝结点上所传递的剪力向量.

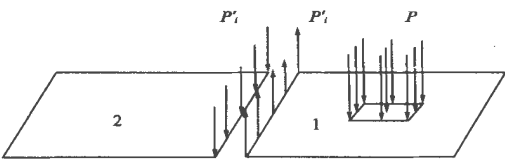


图 1 隔离分析图
Fig. 1 Separated analysis

由假定知 $\{u'_i\} = e \{u_i\}$, 将其代入方程式(2) 可得

$$\begin{bmatrix} k'_{ii} & k'_{ib} \\ k'_{bi} & k'_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} eu_i \\ u'_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p'_i \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

由式 1)、式 3) 可得

$$\begin{bmatrix} k_{ii}+ek'_{ii} & k_{ib} & k'_{ib} \\ k_{bi} & k_{bb} & 0 \\ ek'_{bi} & 0 & k'_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \\ u'_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_i \\ p_b \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

可以由式 4) 直接求解各点位移.

若令 $\{u_{bb}\} = \{u'_b\}/e$ 则方程 4) 可写为

$$\begin{bmatrix} k_{ii}+ek'_{ii} & k_{ib} & ek'_{ib} \\ k_{bi} & k_{bb} & 0 \\ ek'_{bi} & 0 & ek'_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \\ u_{bb} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_i \\ p_b \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

式 5) 具有对称性,在具体求解时,可以直接利用有限元建立.

2 反分析的基本原理^[4~5]

根据系统识别原理,建立路面结构反分析的过程如下:

- (1) 由无损检测 FWD 系统进行现场试验,获取已知荷载作用下的地表变形(实测弯沉);
- (2) 选取合适的力学模型,求得在相同荷载作用下地表的变形(计算弯沉);
- (3) 使用模型修改算法逐步调整模型参数以使计算结果与观测结果之间的误差达到极小.

由上述过程可以看出,系统识别反分析除了要求试验数据精确、理论模型合理外,而且需要具有较好稳定性和收敛性的参数调整算法.以灵敏度分析为基础的系统识别反分析是较有效的迭代方法,其实质就是通过弯沉对被调整参数的灵敏度求得参数的调整量.具体调整算法如下.

设地基结构的力学模型可表示为

$$\mathbf{W} = f(E_1, E_2, \dots, E_n, x) \quad (6)$$

式中: \mathbf{W} 表示计算弯沉向量; E_1, \dots, E_n 表示 n 个待识别参数; x 为空间变量,在这里表示传感器距重锤之间的距离.对第 k 个传感器处的弯沉值 W_k ,如 E_1, \dots, E_n 采用向量 \mathbf{E} 表示, $\mathbf{E} = [E_1, \dots, E_n]^T$, 则

$$W_k = f_k(\mathbf{E}) \quad (7)$$

将上式用泰勒级数展开,并取其一阶近似量,可表示为

$$f_k(\mathbf{E} + \Delta\mathbf{E}) = f_k(\mathbf{E}) + \nabla f_k \cdot \Delta\mathbf{E} \quad (8)$$

将上式写为

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_k &= f_k(\mathbf{E} + \Delta\mathbf{E}) - f_k(\mathbf{E}) = \nabla f_k \cdot \Delta\mathbf{E} \\ &= \frac{\partial f_k}{\partial E_1} \Delta E_1 + \frac{\partial f_k}{\partial E_2} \Delta E_2 + \dots + \frac{\partial f_k}{\partial E_n} \Delta E_n \end{aligned} \quad (9)$$

如果用 $f_k(\mathbf{E})$ 代表实测弯沉, $f_k(\mathbf{E} + \Delta\mathbf{E})$ 代表参数后的计算弯沉, $\Delta\mathbf{E}$ 代表参数的调整量, 则 \mathbf{e}_k 表示参数调整后第 k 个传感器处的计算弯沉与实测弯沉间的误差量.

将上述方程组两边除以 f_k , 使之变为无量纲的方程组, 则

$$\begin{cases} \frac{e_1}{f_1} = \frac{\partial f_1}{\partial E_1} \cdot \frac{E_1}{f_1} \cdot \frac{\Delta E_1}{E_1} + \frac{\partial f_1}{\partial E_2} \cdot \frac{E_2}{f_1} \cdot \frac{\Delta E_2}{E_2} \\ \quad + \dots + \frac{\partial f_1}{\partial E_n} \cdot \frac{E_n}{f_1} \cdot \frac{\Delta E_n}{E_n} \\ \frac{e_2}{f_2} = \frac{\partial f_2}{\partial E_1} \cdot \frac{E_1}{f_2} \cdot \frac{\Delta E_1}{E_1} + \frac{\partial f_2}{\partial E_2} \cdot \frac{E_2}{f_2} \cdot \frac{\Delta E_2}{E_2} \\ \quad + \dots + \frac{\partial f_2}{\partial E_n} \cdot \frac{E_n}{f_2} \cdot \frac{\Delta E_n}{E_n} \\ \vdots \\ \frac{e_m}{f_m} = \frac{\partial f_m}{\partial E_1} \cdot \frac{E_1}{f_m} \cdot \frac{\Delta E_1}{E_1} + \frac{\partial f_m}{\partial E_2} \cdot \frac{E_2}{f_m} \cdot \frac{\Delta E_2}{E_2} \\ \quad + \dots + \frac{\partial f_m}{\partial E_n} \cdot \frac{E_n}{f_m} \cdot \frac{\Delta E_n}{E_n} \end{cases} \quad (10)$$

令

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \left[\frac{e_1}{f_1}, \frac{e_2}{f_2}, \dots, \frac{e_m}{f_m} \right]^T; \\ \mathbf{F} &= [F_{ki}]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{ki} &= \frac{\partial f_k}{\partial E_i} \cdot \frac{E_i}{f_k}, (k=1, 2, \dots, m; i=1, 2, \dots, n); \\ \boldsymbol{\alpha} &= \left[\frac{\Delta E_1}{E_1}, \frac{\Delta E_2}{E_2}, \dots, \frac{\Delta E_n}{E_n} \right]^T, \end{aligned}$$

则方程变为

$$\mathbf{r} = \mathbf{F} \boldsymbol{\alpha} \quad (11)$$

误差向量 \mathbf{r} 可由模型弯沉和实测弯沉完全确定, 灵敏度矩阵 \mathbf{F} 可通过变量摄动来确定, 求解上述方程, 可求得参数的调整量.

上述方程不能用常规方法求解, 因为当两个或两个以上的参数对模型特性有相似的影响, 或者任一个参数对模型的影响相对于其它参数可以略去时, 式(11)退化为“病态”方程, 在这种情况下, 奇异值分解技术是较有效的求解方法. 其理论基础是:

任何一个 $M \times N$ 阶矩阵 \mathbf{A} ($M \geq N$) 可以分解为 $M \times N$ 阶列正交矩阵 \mathbf{U} 、 $N \times N$ 阶对角形矩阵 \mathbf{W} 和 $M \times N$ 阶正交矩阵 \mathbf{V} 的转置矩阵 \mathbf{V}^T 的乘积, 即:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{V}^T \quad (12)$$

式中 $\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{V}^T \mathbf{V} = [\mathbf{I}]$.

$$W=\begin{bmatrix}w_1&&&\\&w_2&&\\&&\ddots&\\&&&w_N\end{bmatrix}$$

(13)

式中： $w_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, N$.

矩阵 A 的条件数 $r = w_{\max} / w_{\min}$ 反映了矩阵的奇异性. 当 r 为无穷大, 即 $w_{\min} = 0$, 则矩阵是奇异的. 当较大但非无穷, 则矩阵是“病态”的. 奇异值分解理论不仅可以诊断方程是否“病态”, 而且通过消去最小奇异值可以给出稳定的解答.

一旦求得 α 向量, 便确定了一套新的参数:

$$E^{k+1} = E^k (1 + \alpha)$$

(14)

3 刚性路面的材料性能反演

在刚性路面中, 由于采用的是 Winkler 地基上的板, 其中所需要确定的参数有板的弹性模量和泊

松比, 以及地基的反应模量. 在这些参数中, 泊松比对计算结果影响较小且变化范围不大, 因此不作为反算参数, 通过实验资料确定, 这样所需要反算的主要参数是板的弹性模量以及地基的反应模量.

采用上述的路面模型和反演方法, 建立了刚性路面的材料性能反演.

3.1 理论算例反分析

例 1 某刚性路面, 采用 Winkler 地基上沿路延伸方向排列的三块板来模拟, 每块板的长度和宽度为 6 m 和 4 m, 板厚 0.25 m, 板的弹性模量为 28 000 MPa, 地基反应模量为 60 000 kN/m³, 泊松比为 0.17, 中板与两边板的接缝传荷效率均为 0.8. 在中心板的中央大小为 266 mm × 266 mm 的区域内作用着大小为 1 500 kPa 的均布荷载. FWD 传感器沿板的长度方向放置, 其相应的弯沉值见表 1, 不同初值下的反算结果见表 2.

表 1 传感器处的计算弯沉值

Tab. 1 Calculated deflections

传感器编号	传感器位置/mm	弯沉值/ μm	传感器编号	传感器位置/mm	弯沉值/ μm
1	0	298.9	6	914	189.4
2	200	289.5	7	1219	146.3
3	305	278.5	8	1524	108.1
4	450	259.0	9	1829	75.2
5	610	234.9			

表 2 不同初值下的反算结果对比

Tab. 2 Backcalculated results comparison at different seed values

序号	层号	初值	反算结果	理论结果	误差/%
1	板/MPa	100	28 017.5	28 000	0.063
	地基/(kN·m ⁻³)	6 000	59 973.5	60 000	0.044
2	板/MPa	400 000	28 020.3	28 000	0.073
	地基/(kN·m ⁻³)	600 000	59 971.9	60 000	0.047
3	板/MPa	400 000	28 010.6	28 000	0.038
	地基/(kN·m ⁻³)	6 000	59 983.8	60 000	0.027
4	板/MPa	100	28 014.6	28 000	0.052
	地基/(kN·m ⁻³)	600 000	59 981.5	60 000	0.031

3.2 实测数据反演

例 2 某刚性路面, 采用 Winkler 地基上的沿路延伸方向排列的三块板来模拟, 每块板的长度和宽度分别为 6 m 和 4 m, 板厚 0.28 m, 泊松比为 0.17, 中板与两边板的接缝传荷效率均为 0.8. 在

中心板的中央大小为 266 mm × 266 mm 的区域内作用着大小为 1 130 kPa 的均布荷载. FWD 传感器沿板的长度方向放置, 其相应的实测弯沉值见表 3, 不同初值下的反算结果见表 4.

表 3 传感器处的计算弯沉值

Tab. 3 Calculated deflections

传感器编号	传感器位置/mm	弯沉值/ μm	传感器编号	传感器位置/mm	弯沉值/ μm
1	0	207.8	6	914	144.1
2	200	202.5	7	1 219	115.4
3	305	195.3	8	1 524	89.3
4	450	184.1	9	1 829	65.5
5	610	172.0			

表 4 不同初值下的反算结果对比

Tab .4 Backcalculated results comparison at different seed values

序号	层号	初值	反算结果
1	板/MPa	100	29 113
	地基/(kN·m ⁻³)	6 000	51 801
2	板/MPa	400 000	29 131
	地基/(kN·m ⁻³)	600 000	51 788
3	板/MPa	400 000	29 107
	地基/(kN·m ⁻³)	6 000	51 817
4	板/MPa	100	29 125
	地基/(kN·m ⁻³)	600 000	51 790

4 结 论

由上述理论算例可以看出,本程序收敛性较好,并且在很大的初值范围内,反算结果的唯一性较好.由实测数据的反算结果可以看出,在实际数据下,本文程序的收敛性和唯一性仍很好,在很大的初值范围内,收敛结果相差不多.这说明本文所提出的理论可以应用到工程实际中,从而为刚性路面的材料性能评价提供科学的依据.

参考文献:

[1] 王复明,刘文廷.“八五”国家重点科技攻关项目高等

级公路无损检测与CAE 技术研究报告[R] .郑州:郑州工业大学,1996.
[2] 王秉纲,邓学钧.路面力学数值计算[M] .北京:人民交通出版社,1992.
[3] 姚炳卿.考虑接缝传荷能力的机场刚性道面板的有限元分析方法J] .土木工程学报,1993,(6) :22~31.
[4] 王 陶,乐金朝,王复明.弹性地基多块板结构的材料参数反演分析J] .郑州工业大学学报,1999,20 (2) :51~53.
[5] 张小庆,王明中,杜莉莉.加阻尼的 Winkler 地基上多块板的动力分析J] .郑州大学学报(工学版) ,2002,23(1) :97~99.

Material Property Backcalculation of Rigid Pavements

DU Li -li¹, ZHANG Xiao -qing², WANG Bin¹

(¹Zhengzhou Sewage Purification Co .Ltd ., Zhengzhou 450046, China ;2.College of Civil Engineering ,Dalian University of Technology ,Dalian 116023,China)

Abstract : Using backcalculated results to evaluate pavement construction properties is one of nondestruction testing methods developing fast recently .In this paper ,the rigid pavement is simplified to a multi -slab system on Winkler subgrade .According to the FWD testing results and singular value decomposition theory ,inverse problem of rigid pavement is solved successfully .A lot of calculation results show that the identification backcalculated method is very stable and quick convergent ,which supposes a theory base for researching the carrying capacity of rigid pavements .

Key words :falling weight deflectometer ;system identification ;singular value decomposition ;Winkler subgrade ;multi -slab