

文章编号: 1671-6833(2003)03-0101-05

正磁致伸缩铁磁材料磁记忆现象的理论探讨

周俊华¹, 雷银照²

(1. 郑州大学电气工程学院, 河南 郑州 450002; 2. 北京航空航天大学电气工程系, 北京 100083)

摘要: 针对金属磁记忆无损检测原理, 基于铁磁性的唯像理论, 利用一个近似的分子场, 得到了地磁场中受应力作用的铁磁杆件的有效场表达式; 利用能量最小原理, 得到了分子场参数表达式; 根据所得的有效场表达式, 解释了磁致伸缩为正的铁磁材料在应力集中处漏磁场切向分量出现最大值、同时法向分量为零值的现象, 并进行了仿真计算.

关键词: 分子场; 应力集中; 铁磁材料; 磁记忆检测

中图分类号: TG 115.28 **文献标识码:** A

0 引言

金属磁记忆检测技术是一种新兴的无损检测技术, 它可以探测出被测铁磁性工件上应力集中的部位, 是对金属部件进行早期诊断行之有效的检测手段. 该技术的显著特点是: 不需要专门的磁化设备, 而是利用地磁场这一天然磁场源对工件进行磁化; 不需要对被检工件的表面进行清理或其他预处理, 对工件表面的检测可在线进行. 它的物理基础是, 铁磁性工件在运行时, 受工作载荷和地球磁场的共同作用, 在应力和变形集中区域内会发生具有磁致伸缩性质的磁畴组织定向和不可逆的重新取向, 而且这种磁状态的不可逆变化在工作载荷消除后不仅会保留, 还与最大作用应力有关系^[1]. 金属磁记忆检测技术为无损检测领域提供了一种崭新的无损检测手段, 有着重要的实用价值和广阔的发展前景, 近年来受到了许多国家的普遍重视, 已在一些领域得到应用.

铁磁性工件在受到应力作用时, 在应力集中处有漏磁场的切向分量会出现最大值、同时法向分量改变符号且过零值点的现象^[2]. 金属磁记忆检测正是根据这一现象来可靠地探测出受力金属部件上应力集中部位, 实现对金属部件的早期诊断. 但对于这一现象, 至今还未见到理论上令人满意的解释. 本文从铁磁性的唯像理论出发, 利用一个近似的分子场, 得到了受力金属杆件的有效场

表达式, 对磁致伸缩为正的铁磁材料在应力集中处漏磁场切向分量出现最大值、同时法向分量为零值的现象给出了理论解释.

1 受力铁磁性材料有效场的计算

以材料力学实验中常用的铁磁性杆件作为研究对象, 杆件的形状如图 1 所示.

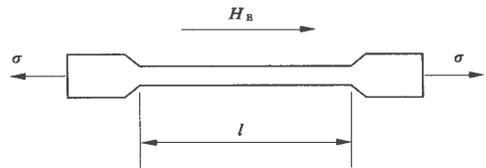


图 1 地磁场中的受力铁磁性杆件

Fig. 1 The ferromagnetic rod with applied stress in the geo magnetic field

为简单起见, 我们定义地磁场 H_E 的方向为 z 方向, 杆件轴向平行于 z 轴, 试样为各向同性线性弹性体, 受到应力 $\alpha(z)$ 的作用, 其方向沿杆件轴向, 大小随位置 z 的不同而变化, 图中 l 为杆件的标距.

根据外斯 (Weiss) 分子场 (或平均场) 理论, 在理想状况下, 试样的磁化强度 M 可以用修正朗之万 (Langevin) 函数表达为^[3]

$$M = M_s L \left[\frac{H_e}{a} \right] = M_s \left[\coth \left[\frac{H_e}{a} \right] - \frac{a}{H_e} \right] \quad (1)$$

式中: M_s 为饱和磁化强度; H_e 为试样中的有效

收稿日期: 2003-03-19; 修订日期: 2003-06-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59977022)

作者简介: 周俊华 (1978-), 男, 安徽省巢湖市人, 郑州大学硕士研究生.

场,在没有应力作用时, $H_e = H_E + \alpha M$; α 为分子场参数,表示材料内部磁畴间的相互耦合作用; $a = k_B T / (\mu_0 m)$; k_B 为玻尔兹曼(Boltzmann)常数; T 为开氏(Kelvin)温度; μ_0 为真空磁导率; m 为原子(或分子)磁矩; $\alpha \neq 0$ 时, $L\left(\frac{H_e}{a}\right)$ 为修正朗之万函数.

双曲余切函数可以用级数形式表达为^[4]

$$\coth x = \frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \frac{2x^5}{945} - \frac{x^7}{4725} + \dots \quad (0 < |x| < \pi),$$

当 $|x| < 1$ 时,舍去高次项,则有

$$\coth x \approx \frac{1}{x} + \frac{x}{3},$$

所以有

$$L(x) = \coth x - \frac{1}{x} \approx \frac{x}{3}.$$

在地磁场的作用下,虽然还有应力 σ 的作用,但一般情况下 H_e 都较小,而 a 能达到千 A/m 以上,通常有 $H_e < a$,所以可以认为

$$L\left(\frac{H_e}{a}\right) \approx \frac{H_e}{3a} \quad (2)$$

$$M \approx M_s \frac{H_e}{3a} \quad (3)$$

受到应力作用时试样的有效场 H_e 为^[3]

$$H_e = H_e + \alpha M + H_\sigma = H_E + \alpha M + \frac{3}{2} \frac{\sigma}{\mu_0} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial M} \right)_T \quad (4)$$

式中: H_σ 为应力贡献的磁场强度; λ 为磁致伸缩系数.

磁致伸缩系数 λ 关于磁化强度 $M=0$ 对称,在 M 值较低的情况下,我们可以近似令^[9]

$$\lambda = b M^2 \quad (5)$$

系数 b 可以通过实验确定.代入式(4)可以将试样的有效场 H_e 化为

$$H_e = H_E + \alpha M + \frac{3b \alpha M}{\mu_0} \quad (6)$$

代入式(3),得

$$M = M_s \frac{\mu_0 (H_E + \alpha M) + 3b \alpha M}{3 \alpha \mu_0}.$$

从上式可以解出

$$M = \frac{\mu_0 H_E M_s}{3 \alpha \mu_0 - M_s (\alpha \mu_0 + 3b \sigma)} \quad (7)$$

再代入式(6),得到试样的有效场为

$$H_e = H_E + \frac{H_E M_s (\alpha \mu_0 + 3b \sigma)}{3 \alpha \mu_0 - M_s (\alpha \mu_0 + 3b \sigma)} \quad (8)$$

2 分子场参数 α 的表达式

处于任意磁场 H 中的工件,在应力 α 的作用下,总的能量密度 ω 应该包含:弹性能量密度 ω_e 、磁晶各向异性能量密度 ω_K 、磁弹性能量密度 ω_{me} 、应力能量密度 ω_σ 以及外磁场对试样所做的功 ω_{mg} . 即

$$\omega = \omega_e + \omega_K + \omega_{me} + \omega_\sigma + \omega_{mg} \quad (9)$$

对于各向同性线性弹性介质,以上各能量密度的表达式为^[7~9]

$$\omega_e = \frac{1}{2} c_{11} (e_{xx}^2 + e_{yy}^2 + e_{zz}^2) + \frac{1}{2} c_{44} (e_{xy}^2 + e_{yz}^2 + e_{zx}^2) + c_{12} (e_{xx} e_{yy} + e_{yy} e_{zz} + e_{zz} e_{xx}) \quad (10)$$

$$\omega_K = K_1 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) + K_2 \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 \quad (11)$$

$$\omega_{me} = B_1 \left[e_{xx} \left(\alpha_1^2 - \frac{1}{3} \right) + e_{yy} \left(\alpha_2^2 - \frac{1}{3} \right) + e_{zz} \left(\alpha_3^2 + \frac{1}{3} \right) \right] + 2B_2 [e_{xy} \alpha_1 \alpha_2 + e_{yz} \alpha_2 \alpha_3 + e_{zx} \alpha_3 \alpha_1] \quad (12)$$

$$\omega_\sigma = -(\alpha_x e_{xx} + \alpha_y e_{yy} + \alpha_z e_{zz} + \alpha_{xy} e_{xy} + \alpha_{yz} e_{yz} + \alpha_{zx} e_{zx}) \quad (13)$$

$$\omega_{mg} = \int \text{Md} B_e = \mu_0 \int \text{Md} (H + \alpha M) = \mu_0 H M + \frac{1}{2} \alpha \mu_0 M^2 = \omega_H + \omega_M \quad (14)$$

$$\omega_H = \mu_0 H M \quad (15)$$

$$\omega_M = \frac{1}{2} \alpha \mu_0 M^2 \quad (16)$$

式中: c_{11}, c_{44}, c_{12} 为弹性系数; $e_{ij} (i, j = x, y, z)$ 为形变分量; K_1 和 K_2 为磁晶各向异性常数; $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 为外磁场方向余弦; B_1 和 B_2 为磁弹性耦合系数; $\alpha_i (i, j = x, y, z)$ 为各应力分量. 这里由于外磁场 H_E 的方向即为 z 方向,并且杆件轴向平行于 z 轴,应力的作用方向沿 z 轴,其它方向的应力为零,所以有 $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0, \alpha_3 = 1, \alpha_x = \sigma, \alpha_y = \alpha_z = \alpha_{xy} = \alpha_{yz} = \alpha_{zx} = 0, e_{xy} = e_{yz} = e_{zx} = 0$. 因此总能量密度表达式为

$$\omega = \frac{1}{2} c_{11} (e_{xx}^2 + e_{yy}^2 + e_{zz}^2) + c_{12} (e_{xx} e_{yy} + e_{yy} e_{zz} + e_{zz} e_{xx}) + \frac{2}{3} B e_{zz} - \frac{1}{3} B (e_{xx} + e_{yy}) - \alpha_z \sigma + \mu_0 H E M + \frac{1}{2} \alpha \mu_0 M^2 \quad (17)$$

式中: $B = B_1$.

根据能量最小原理,对上式关于各应变分量求偏导,得到以下方程

$$\frac{\partial \omega}{\partial e_{xx}} = c_{11} e_{xx} + c_{12} (e_{yy} + e_{zz}) - \frac{1}{3} B + \frac{\partial \omega_M}{\partial e_{xx}} = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial e_{yy}} = c_{11}e_{yy} + c_{12}(e_{zz} + e_{xx}) - \frac{1}{3}B + \frac{\partial \omega_M}{\partial e_{yy}} = 0 \quad (18a)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial e_{xx}} = c_{11}e_{xx} + c_{12}(e_{zz} + e_{yy}) - \frac{2}{3}B - \sigma + \frac{\partial \omega_M}{\partial e_{xx}} = 0 \quad (18b)$$

对于各向同性弹性介质有以下关系式成立^[7]

$$e_{xx} = e_{yy} = -\nu e_{zz} \quad (19)$$

$$E = \frac{(c_{11} - c_{12})(c_{11} + 2c_{12})}{c_{11} + c_{12}} = c_{11} - 2c_{12}\nu \quad (20)$$

$$\nu = \frac{c_{12}}{c_{11} + c_{12}} \quad (21)$$

式中： ν 为泊松比； E 为弹性模量。利用以上三个关系式可将式(18a)、(18b)、(18c)化为

$$\frac{\partial \omega_M}{\partial e_{xx}} = \frac{1}{3}B \quad (22a)$$

$$\frac{\partial \omega_M}{\partial e_{yy}} = \frac{1}{3}B \quad (22b)$$

$$\frac{\partial \omega_M}{\partial e_{zz}} = -Ee_{zz} - \frac{2}{3}B + \sigma \quad (22c)$$

联立求解以上三个方程并利用关系式(19)，可化简得到

$$\frac{1}{2}Ee_{xx}^2 + \left[\frac{2}{3}B - \sigma + \frac{2}{3}B \right] e_{zz} + \omega_M + c = 0 \quad (23)$$

其中 c 为常数。这是一个一元二次方程，解得

$$e_{zz} = \frac{\sigma}{E} - \frac{2}{3}B \frac{1+\nu}{E} \pm \frac{1}{E} \left\{ \left[\frac{2}{3}B(1+\nu) - \sigma \right]^2 - 2E(\omega_M + c) \right\}^{1/2} \quad (24)$$

因为工件的应变主要是由应力和磁场两种作用共同引起的，所以应变 e_{zz} 可以表示为

$$e_{zz} = e_{ms} + e_{ms}$$

其中， $e_{ms} = \sigma/E$ 是由应力 σ 引起的机械应变； e_{ms} 为由磁场引起的磁性应变，

$$e_{ms} = -\frac{2}{3}B \frac{1+\nu}{E} \pm \frac{1}{E} \left\{ \left[\frac{2}{3}B(1+\nu) - \sigma \right]^2 - 2E(\omega_M + c) \right\}^{1/2} \quad (25)$$

因为 $\nu > 0, E > 0, B > 0$ ，而对于磁应变 e_{ms} 应有等于零的情况，所以式(25)中等号右边第二项应取正号。

由式(16)可知， ω_M 随磁化强度 M 单调增加；而由式(25)可知， e_{ms} 随 ω_M 的增大而减小。所以当磁化强度 M 达到饱和值 M_s 时， ω_M 达到最大值，而此时磁应变 e_{ms} 为最小值，应该为零，即 $M = M_s$ 时， $e_{ms} = 0$ ，代入式(25)，可以得到

$$c = \frac{1}{2E} \left\{ \left[\frac{2}{3}B(1+\nu) - \sigma \right]^2 - \frac{4}{9}B^2(1+\nu)^2 \right\}$$

$-\omega_M(M_s)$ 。

再将上式代回式(25)，得到磁应变的表达式

$$e_{ms} = -\frac{2}{3}B \frac{1+\nu}{E} + \frac{1}{E} \sqrt{\frac{4}{9}B^2(1+\nu)^2 - 2E[\omega_M(M) - \omega_M(M_s)]} \quad (26)$$

磁致伸缩系数和磁应变之间有下面的关系式^[10]

$$\lambda = \frac{2}{3} [e_{ms}(M) - e_{ms}(0)] \quad (27)$$

注意到，在 $M=0$ 时 $\lambda=0$ ， $M=M_s$ 时 $\lambda=\lambda_s$ ，所以有

$$\lambda_s = \frac{2}{3} [e_{ms}(M_s) - e_{ms}(0)] = \frac{2}{3E} \left\{ \frac{2}{3}B(1+\nu) - \sqrt{\frac{4}{9}B^2(1+\nu)^2 - 2E[\omega_M(0) - \omega_M(M_s)]} \right\} \quad (28)$$

又根据式(15)知， $\omega_M(0) = 0, \omega_M(M_s) = \frac{1}{2} \alpha \mu_0 M_s^2$ ，代入上式可以得到

$$\frac{4}{9}B^2(1+\nu)^2 - \left[-\frac{3}{2}E\lambda_s + \frac{2}{3}B(1+\nu) \right]^2 = E\mu_0 \alpha M_s^2$$

所以，分子场参数 α 的表达式为

$$\alpha = \frac{1}{E\mu_0 M_s^2} \left\{ \frac{4}{9}B^2(1+\nu)^2 - \left[-\frac{3}{2}E\lambda_s + \frac{2}{3}B(1+\nu) \right]^2 \right\} \quad (29)$$

3 分析讨论

应力有拉应力和压应力两种形式，因而应力集中可分为拉应力和压应力两种形式引起的应力集中，但根据实际检测经验，在磁记忆无损检测中，只有拉应力集中的部位有磁记忆信号，而在压应力集中的部位没有磁记忆信号。所以我们在这里只考虑试样受到拉应力作用的情况。

对式(8)等号两边关于应力 σ 求偏导可得

$$\frac{\partial H_e}{\partial \sigma} = \frac{9ab\mu_0 H_e M_s}{[3a\mu_0 - (\alpha\mu_0 + 3b\sigma)M_s]^2} \quad (30)$$

我们知道，对于铁磁性材料有 $a > 0$ 。则对于磁致伸缩系数为正($\lambda > 0$)的铁磁性金属材料，即式(5)中的 $b > 0$ ，始终有

$$\frac{\partial H_e}{\partial \sigma} > 0$$

即 H_e 是随 σ 单调递增的。所以在 σ 最大时， H_e 也最大。在 σ 最大的位置，有

$$\frac{\partial H_e}{\partial z} = \frac{\partial H_e}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial z} = 0$$

所以在 σ 最大的位置, H_e 也出现最大值. 对于磁致伸缩系数为正($\lambda > 0$)的铁磁性金属材料, 拉力($\sigma > 0$)将使材料的磁化强度沿拉力方向^[8], 并且在这里我们可以将图 1 中的试样等效看作一个磁体, 因而在 $H_{e\max}$ 的位置仅有轴向分量, 而无径向分量, 从而在 σ_{\max} 处有

$$H_{e\text{ 轴向}} = H_{e\max}, H_{e\text{ 径向}} = 0,$$

又因为分界面上无面电流分布时磁场强度的切向分量和磁感应强度的法向分量是连续的, 所以在应力 σ 最大的位置试样外的漏磁场必然是切向分量出现最大值, 同时法向分量为零.

为了直观地显示上面的分析结果, 这里利用 Matlab 软件进行了仿真计算. 如图 2 所示, 根据式

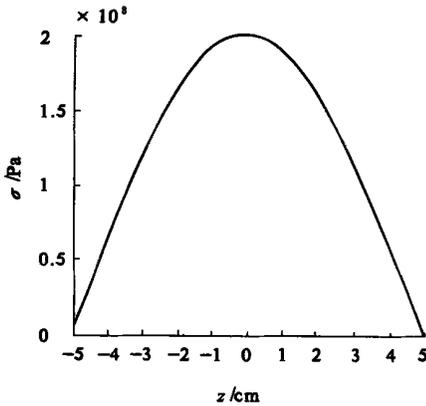
(8), 我们作出了当杆件中的应力分布为

$$\sigma(z) = 200 \times 10^6 \cos\left[\frac{z}{l}\pi\right]$$

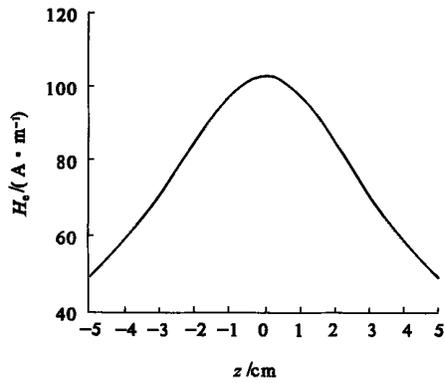
时杆件上的磁场分布曲线, 其中 $a = 1800 \text{ A/m}$, $a = 1.4 \times 10^{-3}$, $b = 2.4 \times 10^{-18} (\text{A/m})^{-2}$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$, $M_s = 1.5 \times 10^6 \text{ A/m}$, $H_E = 230 \text{ A/m}$, $l = 10 \text{ cm}$. 从图示的曲线我们可以清楚地看到, 在应力最大的位置, 磁场也出现了峰值. 即在最大值 σ_{\max} 的位置出现有轴向分量的最大值, 而无径向分量

$$H_{e\text{ 轴向}} = H_{e\max}, H_{e\text{ 径向}} = 0,$$

从而试样该位置的漏磁场切向分量会出现最大值, 而法向分量为零.



(a) 杆件上的拉力分布曲线



(b) 拉力作用下的杆件漏磁场分布曲线

图 2 磁致伸缩系数为正的试样在拉力作用下的磁场分布情况

Fig. 2 The effective magnetic field curve of the positive magnetostriction ferro magnetic sample with applied tension

4 结论

基于铁磁性的唯像理论, 利用一个近似的分子场, 导出的地磁场下受力金属杆件的有效场表达式, 可以解释金属磁记忆检测中受力正磁致伸缩铁磁性材料在应力集中处漏磁场切向分量出现最大值, 同时法向分量为零值的现象.

参考文献:

[1] 任吉林, 唐继红, 邬冠华, 等. 金属的磁记忆检测技术[J]. 无损检测, 2001, 23(4): 154~156.
 [2] DOUBOV A A. Diagnostics of metal items and equipment by means of metal magnetic memory[A]. Proc of CHSNDT 7th Conference on NDT and International Research Symposium[C]. Shantou Shantou University, 1999. 181~187.
 [3] JILRS D C, ATHERTON D L. Ferromagnetic hysteresis[J]. IEEE Trans on Mag, 1983, 19(5): 2183~2185.

[4] 拜尔·W H. 标准数学手册[M]. 荣现志, 张顺忠, 译. 北京: 化学工业出版社, 1988.
 [5] SABLIC MJ, BURKHARDT G L, KWUN H et al. A model for the effect of stress on the low-frequency harmonic content of the magnetic induction in ferromagnetic materials[J]. J Appl Phys, 1988, 63(8): 3930~3932.
 [6] GANKEPEII P, CHENG T T, JILES D C. Theory of ferromagnetic hysteresis: evaluation of stress from hysteresis curves[J]. IEEE Trans on Magnetics, 1988, 24(6): 2922~2924.
 [7] 程昌钧. 弹性力学[M]. 兰州: 兰州大学出版社, 1995.
 [8] 钟文定. 铁磁学(中册)[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
 [9] JILES D C, ATHERTON D L. Theory of ferromagnetic hysteresis [J]. J Magnetism and Magnetic Materials, 1986, 61: 48~60.
 [10] CHIKAZUM S, CHARAP S H. Physics of Magnetism[M]. New York John Wiley & Sons Inc, 1984.

The Theoretical Discussion on Magnetic Memory Phenomenon about Positive Magnetostriction Ferromagnetic Materials

ZHOU Jun-hua¹, LEI Yin-zhao²

(1. College of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China; 2. Department of Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics & Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: In this paper, the problem of metal magnetic memory non-destructive testing principle is addressed. A mean field that is based on the phenomenological theory of ferromagnetism is used, and an effective magnetic field expression for ferromagnetic rod with applied stress in the geomagnetic field is derived. Using the principle of the least energy, the expression of the mean field parameter is derived. According to the effective field expression, the phenomenon that the tangential component of magnetic leakage field has maximum value and the normal component of magnetic leakage field acquires zero value at the stress concentration zone of positive magnetostriction ferromagnetic materials is explained theoretically. Furthermore, a simulation computation is accomplished.

Key words: mean field; stress concentration; ferromagnetic materials; magnetic memory testing

(上接第47页)

Study on the Load Capacity and Deflection of a Bridge Craft with 50 Meter Span

MENG Hui-yi¹, GUAN Bin-wu¹, ZHAO Hui-min²

(1. College of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China; 2. Jianye Domicile Corp of China, Zhengzhou 450004, China)

Abstract: For safety of a bridge craft, tests have been done to determine the deflection and load capacity of the machine under ordinary working condition and stretching as a cantilever beam. Stresses of the most dangerous members under different working conditions are also measured. And some reliable and useful engineering suggestions resulted from the tests are put forward.

Key words: bridge craft; deflection; load capacity