

文章编号:1671-6833(2003)02-0080-04

基于矢量振动信号的 AR 功率谱分析及应用

毕 果, 韩 捷, 梁 川

(郑州大学机械工程学院, 河南 郑州 450002)

摘 要:以矢谱分析为基础,提出了一种针对双通道振动信号的分析方法——矢功率谱分析.从矢谱基础理论出发,证实了转子同一截面上互相垂直的任意两个通道在各频率响应下的能量总和为一定值这一结论,并以此为前提给出矢功率谱分析的表示方法,然后利用参数模型功率谱估计中的 AR 模型实现了双通道数据集成的 AR 功率谱估计;因计算过程较为繁琐,提出简化算法,对两个信号的处理可以同步进行,最后用 C++Builder 5.0 编程实现了这一分析方法,并用实际数据验证了其实用性.

关键词:矢功率谱; AR 功率谱; 矢谱; 旋转机械; 故障诊断

中图分类号: TB 533.1

文献标识码: A

0 引言

对于旋转机械,转子在各频率响应下的运转轨迹是一个椭圆^[1],该椭圆的主振矢、副振矢、所在方位及进动方向是旋转机械状态监测和故障诊断所依据的重要信息.但是,传统方法以单通道振动信号为研究对象,仅仅反映转子在一个方向上的振动形式.基于数据融合的矢谱技术改善了旋转机械状态监测和故障诊断建立在不完整信息基础之上的现状,真实反映了机械振动的全部特征,大大提高了监测和诊断的准确性.矢谱由于其表述信息的完整性,可以作为频域分析的基础,与传统的傅立叶谱具有同等重要的地位.

在传统分析方法中,单通道振动信号反映转子在传感器方向上的振动.矢谱分析的研究对象是转子同一截面上相互垂直的两个振动信号,这两个信号可以描述转子在该截面上的振动.类似于矢量可以表示平面上的任一点,因此我们把可以描述转子截面振动的两个振动信号通称为矢量振动信号.

在传统的频域分析中,功率谱分析是最常用的方法之一^[2],对矢量振动信号功率谱的研究具有很重要的工程意义.矢量振动信号功率谱的研究可以直接沿用经典功率谱估计^[3]的思想,但是由于算法本身存在种种弊端,功率谱估计的误差较大.而对于误差较小的参数模型功率谱估计,它

以时域信号为基础提取模型参数进而得到功率谱.但是,矢谱所提供的信号特征以频域的形式表现,因此无法直接利用参数模型功率谱估计的基本思想进行双通道数据集成的功率谱估计.本文将解决这一矛盾,实现基于矢量振动信号的 AR 模型功率谱估计.

1 矢功率谱理论推导及表达方式

1.1 矢功率谱定义

在单通道信号分析中,我们用功率谱分析来描述信号的振动能量分布.对于矢量振动信号,其能量分布同样也是故障诊断的特征信息,因此有必要进行矢量振动信号功率谱的研究.为了有别于传统单通道振动信号的功率谱,我们称矢量振动信号的功率谱为矢功率谱.

1.2 理论推导

对于单圆盘转子,假设轴上的刚性圆盘在自身平面内以角速度 ω 作稳态涡动,那么就圆盘中心的运动而论,其方程式一般可以写为^[4]

$$\begin{cases} x = X \cos(\varphi + \phi_x) \\ y = Y \cos(\varphi + \phi_y) \end{cases} \quad (1)$$

式中: x, y 表示同一截面相互垂直的两个通道信号.上述方程组消去时间 t 后可以得出单频率响应下转子的旋转轨迹为一椭圆.椭圆的长半轴 R_a 和短半轴 R_b 可以表示为^[3]:

收稿日期:2003-01-21;修订日期:2003-03-21

作者简介:毕 果(1978-),河南省南阳市人,郑州大学硕士研究生.

$$\begin{cases} R_a = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(X_C - Y_S)^2 + (X_S + Y_C)^2} + \sqrt{(X_C + Y_S)^2 + (X_S - Y_C)^2} \right] \\ R_b = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(X_C - Y_S)^2 + (X_S + Y_C)^2} - \sqrt{(X_C + Y_S)^2 + (X_S - Y_C)^2} \right] \end{cases} \quad (2)$$

式中： $X_C = X \cos \phi_x$ ； $X_S = X \sin \phi_x$ ； $Y_C = Y \cos \phi_y$ ； $Y_S = Y \sin \phi_y$ 。

对于同一截面相互垂直的两个通道，其各自的功率谱分别表示这两个方向上的振动强弱，如何反映转子在整个回转面内的振动强度是矢功率谱所要解决的主要问题。

由式(2)可知：

$$\begin{aligned} R_a^2 + R_b^2 &= 2 \left\{ \frac{1}{4} [(X_C - Y_S)^2 + (X_S + Y_C)^2] + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{4} [(X_C + Y_S)^2 + (X_S - Y_C)^2] \right\} = \\ &= X_C^2 + X_S^2 + Y_C^2 + Y_S^2 \end{aligned} \quad (3)$$

当作单边FFT分析时，有下列结论成立^[9]：

$$\begin{cases} X_C = X_{RK} \\ X_S = X_{IK} \end{cases}, \begin{cases} Y_C = Y_{RK} \\ Y_S = Y_{IK} \end{cases} \quad (4)$$

式中： X_{RK} 、 X_{IK} 和 Y_{RK} 、 Y_{IK} 分别表示 x 方向、 y 方向的信号经过FFT变换之后所得复信号的实部和虚部。所以有：

$$R_a^2 + R_b^2 = X^2 + Y^2 \quad (5)$$

因此得出结论：同一截面内互相垂直的任意两个通道在各频率响应下的能量总和为一定值。

上述结论可以用几何方法验证，如图1所示，椭圆表示转子的运转轨迹，与椭圆相切的矩形的边长分别是椭圆在 x 、 y 方向上的投影。 OB 表示转子在 x 方向上的振幅(X)， OA 表示转子在 y 方向上的振幅(Y)，可以用解析几何知识证明：该矩形对角线一半的平方(即 $OB^2 + OA^2$)等于椭圆长半轴和短半轴的平方和，从而从数学的角度证实了上述结论。

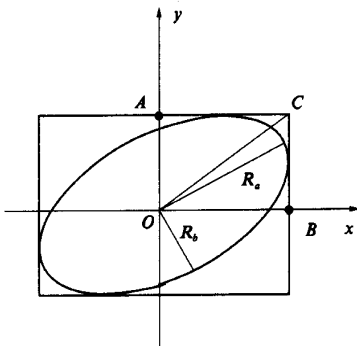


图 1 转子振动示意图

Fig.1 Sketch map of rotor vibration

1.3 表达方式

由上述结论可以得出转子同一截面上互相垂直的两个通道的能量总和与传感器的安装位置无关。因此，如果用转子旋转椭圆的长半轴平方与短半轴平方之和($R_a^2 + R_b^2$)表示信号在各频率响应下的能量分布时，无需进行矢谱计算得到转子运转椭圆的特征信息，即长半轴和短半轴的值，而直接利用互相垂直的两个通道信号各自的功率谱相加即可。所以，对于同一截面上互相垂直的两个通道信号，各频率点上能量分布的简单叠加就能准确反映出该截面上转子轴心的振动情况。

因此，给出矢功率谱的一种计算方法：

$$P = R_a^2 + R_b^2.$$

这样定义的矢功率谱有以下几点好处：

(1) 可以准确反映振动能量的分布。对于同一截面上相互垂直的两个信号，各频率点上振动能量的大小之和总是等于该频率点上振动椭圆长半轴与短半轴的平方和。各频率点上以统一的基准标识能量的大小，所以能如实反映转子轴心振动能量的分布，不受传感器安装位置的影响。

(2) 可以大大简化计算。利用上述结论，我们既可以在传统信号分析领域引进数据融合的思想，改变其割裂信息完整性的弊端，又可以不引入任何附加计算，因此便于应用于实践。

(3) 可以直接利用成熟的功率谱理论得到精确的功率谱图。对单通道信号进行功率谱分析时，经典功率谱估计方法的方差性能较差，分辨率也较低。方差性能差的原因是无法实现功率谱密度原始定义中的求均值和求极限的运算。分辨率低的原因是假定数据窗或延迟窗以外的数据全部为零。正是由于经典功率谱估计方法的种种弊端，才提出了参数模型功率谱估计。参数模型功率谱估计方法是利用信号的自相关函数估计模型的参数，再利用参数估计信号的功率谱。算法本身隐含了自相关函数的外推，因此大大提高了功率谱的精度。但是，矢谱所提供的信息以频域形式表示，我们无法把成熟的参数模型功率谱估计方法直接移植于矢功率谱的估计之中。然而，利用1.2中推导出的结论，我们可以对配对的两个通道信号分别进行参数模型功率谱估计，然后经过简单的加法运算，就得到了矢谱意义下的参数模型功率谱估计。

2 矢量振动信号的参数模型功率谱估计及简化计算

利用上述结论，无论采用参数模型功率谱估

计中的哪种模型, 我们都可以很容易推导出对应的矢功率谱估计. 由于自回归(auto-regressive) 模型即 AR 模型具有一系列较好的性能, 研究最多并获得了广泛的应用, 因此, 本文以 AR 模型为例进行矢功率谱的估计.

2.1 基本公式

由成熟的 AR 模型可知:

$$P_{AR}(e^{j\frac{2\pi}{N}}) = \frac{\rho_p}{|\sum_{k=0}^P \hat{a}_k e^{-j\frac{2\pi}{N}k}|^2}$$

式中: P 为参数模型的阶数; ρ_p, \hat{a}_k 为模型的 $P+1$ 个参数 (其中 $k=1, 2, \dots, P$).

用 Levinson-Durbin 快速算法计算模型的 $P+1$ 个参数.

初始条件为

$$\begin{cases} a(0) = 1; \\ \rho_0 = r(0); \\ a(1) = -r(1)/r(0); \\ \rho_1 = \rho_0[1 - a(1)^2]; \end{cases}$$

递推公式 (第 m 阶, $k=0, 1, \dots, m-1$) 为

$$\begin{cases} k_m = -[\sum_{k=0}^{m-1} a_m(k) r(m-k)] / \rho_{m-1} \\ a_m(k) = a_{m-1}(k) + k_m a_{m-1}(m-k) \\ \rho_m = \rho_{m-1} [1 - k_m^2] \end{cases} \quad (9)$$

把两配对通道 x, y 信号的自相关函数分别代入式 (8)、(9), 计算出各自的 $P+1$ 个参数, 然后利用式 (7) 计算各自的功率谱, 最后把两个功率谱对应频率点上的数值相加, 得到 AR 模型矢功率谱估计如下式表示:

$$P_{ARS}(e^{j\frac{2\pi}{N}}) = \frac{\rho_{PX}}{|\sum_{k=0}^P \hat{a}_{kx} e^{-j\frac{2\pi}{N}k}|^2} + \frac{\rho_{PY}}{|\sum_{k=0}^P \hat{a}_{ky} e^{-j\frac{2\pi}{N}k}|^2}$$

2.2 简化计算

在利用式 (7) 计算功率谱时, 分母的计算可以利用 N 点 FFT 变换. 对于 x 方向的信号, 令 $a_{P+1}, a_{P+2}, \dots, a_{N-1} = 0$, 得到 N 点序列 $\{a_{kx}\}$, 同理对于 y 方向的信号得到 $\{a_{ky}\}$, $\{a_{kx}\}, \{a_{ky}\}$ 的离散 FFT 变换分别为 $\{A_{KX}\}, \{A_{KY}\}$. 则式 (10) 改写为

$$P_{ARS}(e^{j\frac{2\pi}{N}}) = \frac{\rho_{PX}}{|\sum_{k=0}^N \hat{a}_{kx} e^{-j\frac{2\pi}{N}k}|^2} + \frac{\rho_{PY}}{|\sum_{k=0}^N \hat{a}_{ky} e^{-j\frac{2\pi}{N}k}|^2} \quad (11)$$

即

$$P_{ARS}(K) = \frac{\rho_{PX}}{|A_{KX}|^2} + \frac{\rho_{PY}}{|A_{KY}|^2} \quad (12)$$

对于矢量振动信号要同时处理两个通道的数据, 也就是说对于式 (12) 要进行两个 N 点的 FFT 变换, 计算比较繁琐. 所以, 我们利用 N 点复序列 FFT 变换来计算两个 N 点的实序列 FFT 变换.

用序列 $\{a_{kx}\}$ 和序列 $\{a_{ky}\}$ 构成复序列 $\{Z_k\}$, 即

$$\{Z_k\} = \{a_{kx}\} + i \{a_{ky}\} \quad (13)$$

对其作 FFT, 可以得到 $\{Z_K\}$ 的离散 FFT 变换 $\{Z_K\}$, 利用奇偶共轭性可以得到 $\{A_{KX}\}, \{A_{KY}\}$ 分别为

$$\begin{cases} A_{KX} = \frac{1}{2}[Z_K + Z_{N-K}^*] \\ A_{KY} = -\frac{i}{2}[Z_K - Z_{N-K}^*] \end{cases} \quad (14)$$

通过一个 N 点复 FFT 变换, 将对两个通道信号的运算合二为一, 再利用式 (14) 计算出 $|A_{KX}|^2, |A_{KY}|^2$ 的值代入式 (12), 从而得到双同道数据融合的 AR 功率谱. 这样就大大简化了计算.

3 矢量信号 AR 功率谱的性能验证

本文在进行理论探讨后, 用 C++Builder 5.0 编程实现了矢量振动信号 AR 模型功率谱估计, 并用如图 2、图 3 所示的实际配对信号对其实用性进行了验证. 图 4、图 5 是两个信号各自的 AR 功率谱估计, 图 6 是矢量振动信号的 AR 功率谱估计. 由图 4、图 5 可以看出, 虽然 x, y 方向上的两个信号所含的频率成份相似, 但是振动能量的大小和分布情况并不相同. 实际上, 在监测和诊断过程中, 所遇到的绝大多数情况都是两个配对通道的振动信号有差别. 因此在信号分析中, 如果用单通道信号判别转子的振动情况, 分析结果很可能有所不同. 如图 6 所示, 当把矢量振动信号作为研究对象来分析整个转子的振动能量分布时, 我们可以得到唯一而精确的结论.

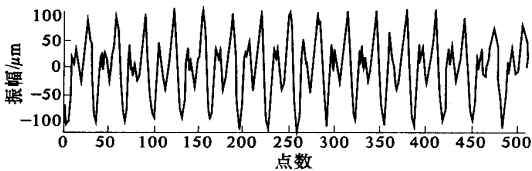


图 2 x 方向的信号
Fig.2 Signal of x orientation

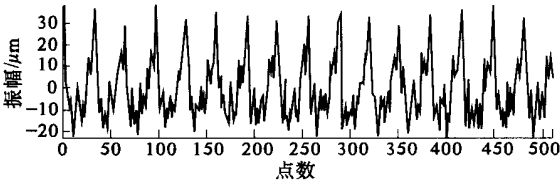


图 3 y 方向的信号

Fig. 3 Signal of y orientation

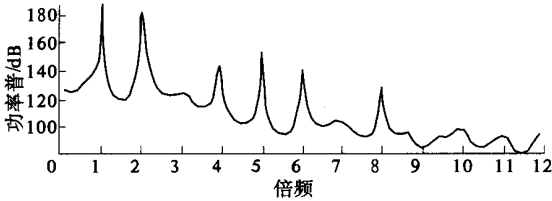


图 4 x 方向的信号的 AR 功率谱

Fig. 4 AR power spectrum of x signal

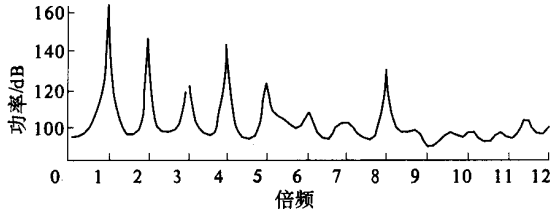


图 5 y 方向的信号的 AR 功率谱

Fig. 5 AR power spectrum of y signal

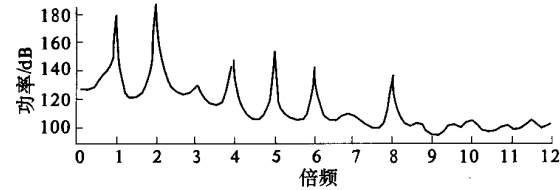


图 6 矢量振动信号的 AR 功率谱

Fig. 6 AR power spectrum of vector vibration signal

4 结束语

本文提出了矢功率谱的概念,经过理论推导,得出同一截面内互相垂直的任意两个通道在各频率响应下的能量总和为一定值这一结论.以该结论为基础,得出一种较好的矢量振动信号的功率谱表示方法,并在参数模型功率谱理论的基础上提出了矢量振动信号 AR 模型功率谱估计.最后用实际数据验证了该分析方法的实用性.

参考文献:

[1] 韩 捷,张瑞林.旋转机械故障机理及诊断技术 [M] .北京:机械工业出版社,1997.92~98.
[2] 冯志鹏.旋转机械振动故障诊断理论与技术进展综述 [J] .振动与冲击,2001,20(4) :36~39.
[3] 胡广书.数字信号处理理论、算法与实现 [M] .北京:清华大学出版社,1999.320~341.
[4] 韩 捷,石来德.全谱分析技术及其在故障诊断中的应用 [J] .郑州大学学报(工学版) ,2002,23(3) :44~47.
[5] 钟一谔,何衍宗,王 正,等.转子动力学 [M] .北京:清华大学出版社,1987.165~172.
[6] 韩 捷.矢谱——一种实用的旋转机械故障诊断分析方法 [J] .机械强度,1998,20(3) :212~215.

AR Power Spectrum of Vector Vibration Signal and Its Application

BI Guo , HAN Jie , LIANG Chuan

(College of Mechanical Engineering ,Zhengzhou University ,Zhengzhou 450002,China)

Abstract : Based on the theory of vector spectrum , a new analysis method , vector power spectrum , aimed to signals of double channels , is proposed . Then a conclusion in theory is drawn : The sum of the energy of a pair of signals acquired from two discretonal perpendicular channels on the same section is a constant on different point of frequency . As a basis , a better expression of vector power spectrum is brought forward . Then making use of AR model in the field of power spectrum estimate , we realize AR power spectrum aiming at the data fusion of the two channels . And considering the complexity of the calculation , we also put forward a way to simplify it , and process the two signals simultaneously . Finally , we design a program to realize the analysis method by C ++ Builder 5.0 and a set of real data is used to test the practicability of the means .

Key words : vector power spectrum ; AR power spectrum ; vector spectrum ; rotary machinery ; fault diagnosis