文章编号：1671－6833(2002)04－0076－03

扩建给水管网的直接优化计算方法

李 莉[1]，祝 芳[2]

（1. 郑州中法供水有限公司，河南 郑州 450002；2. 黄河水利委员会河南水文资源局，河南 郑州 450003）

摘 要：根据扩建管网的特性，构造了直接以管段直径为求解变量的优化设计目标函数，利用约束条件的水力特点，采用了优化效果明显的广义简约梯度法（GRG）进行计算，并通过目标函数变换，一次性解决了求解管径标准化的难题.

关键词：扩建管网；优化设计；广义简约梯度；管径标准化

中图分类号：TV 734 文献标识码：A

随着最优化理论的发展和给水管网水力分析技术的进步，给水管网优化设计得到了广泛重视. 但过去的研究大多集中在新建管网的研究上，而目前所面临的课题主要是如何对旧城进行改造，即扩建管网的优化设计问题[1]，这就要考虑原有部分与新建部分的协调工作，以充分利用原有设备，在满足供水要求的前提下，达到最经济的目标.

在优化设计中，一般把求解变量作为连续变量处理，以便于采用有效的数学规划工具[2]. 但通过这种方法求得的最优管径，不能满足制造厂生产的规格化管径的要求，还需要进行管径的标准化处理. 简单地在上下限之间取整，缺乏理论依据，不能保证最经济目标. 而应用完全枚举法在上下限之间取整试算则：第一，工作量大，对于大系统的计算是很困难的；第二，理论上也可以证明这样做仍然不能保证达到最优解. 如图1所示，连续最优解的离散邻域 A，B，C，D 内找不到可行最优解，既使较近的可行解 E 也不是离散最优解，而真正的离散最优解离得很远，因此管径的标准化问题还需要进一步研究.

本文针对上述问题进行讨论，提出一种在满足扩建管网技术经济要求的前提下，可直接求得标准管径的优化设计的方法[3].

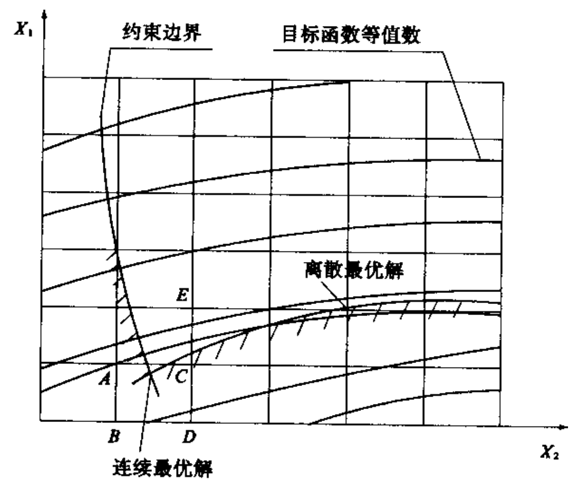

图1 离散最优解远离连续最优解示例

Fig.1 Example of the distance of dispersed superior solution from Continuous superior solution

1 模型的建立

管网扩建设计要在已有的旧管网基础上决定如何经济合理增敷新管，挖掘现有旧管网的输水能力. 考虑到扩建设计的复杂性，可以将管径 D 及节点水头 H 设为自变量，建立优化设计课题如下：

$$\begin{cases} \min\ G(D,H) = \left(P + \dfrac{\zeta}{100}\right)\sum\limits_{i=1}^{n}(a + bD_i)L_i + \\ \qquad \dfrac{86\gamma E}{\eta}\sum\limits_{j=1}^{m}Q_jH_j\ ; \\ \mathrm{S.T.}\ D \geqslant D_{\min}\ ; \\ H \geqslant H_{\min}\ ; \\ F(D,H) = 0, \end{cases} \tag{1}$$

式中：n 为管网扩建后新增加的管链总数；m 为水源泵站的个数；a，b，c 为管网造价公式系数；γ 为能量不均匀系数；E 为电费换算系数；η 为泵站总效率；ζ 为大修费用系数；P 为管网造价动折算系

收稿日期：2002－08－02；修订日期：2002－09－10

作者简介：李 莉（1967－），河南省郑州市人，郑州中法供水有限公司助理工程师，主要从事水质检测方面的研究.

数，$P=\dfrac{e(1+e)^T}{(1+e)^T-1}$；$e$ 为年利率；T 为使用年限；L_i 为管段长度；Q_i 为节点流量；D 为管径，$D=[D_1,D_2,\cdots]^{\mathrm T}$；$D_{\min}$ 为最小可用管径，$D_{\min}=[D_{\min1},D_{\min2},\cdots]^{\mathrm T}$；$H$ 为节点水头，$H=[H_1,H_2,\cdots]^{\mathrm T}$；$H_{\min}$ 为节点水压下限，$H=[H_{\min1},D_{\min2},\cdots]^{\mathrm T}$；$F(D,H)$ 为节点连续性方程，$F(D,H)=[f_1,f_2,\cdots,f_n]^{\mathrm T}$.

$$f_i=c\left(\frac{|H_i-H_j|}{S_{ij}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}+Q_i\quad(i=1,\cdots,n)；(2)$$

式中：$\{ij\}$ 为与节点 i 有管段连接的邻节点 j 的集合；i 为独立节点的数量；α 为水头损失计算公式指数，一般取 $\alpha=2.0$；S_{ij} 为管段损耗，$S_{ij}=KL_iD_j^m$[1].

$\mathrm{sign}(H_i-H_j)$ 的意义为

$$\mathrm{sign}(H_i-H_j)=\begin{cases}-1 & (H_i-H_j<0)；\\ 0 & (H_i-H_j=0)；\\ 1 & (H_i-H_j>0).\end{cases}$$

2　模型的求解

式(1)中，$F(D,H)=0$ 属非线性约束条件. 求解非线形约束下的非线形规划问题，广义简约梯度法(GRG)是目前较为有效的办法. 采用该法需解决的主要问题是如何将自变量区分为基本变量和非基本变量. 根据管网系统的特点，当管径确定以后，管网中的管段流量及水头损失可通过水力计算方程唯一得出，当控制点的节点水头已知时，管网内其它节点水头也就随之确定，即管径 D 与节点水头 H 之间为非线性函数关系，因此宜将管径作为非基本变量，节点水头作为基本变量. 这样就可以不通过流量分配，直接对系统内所有新建管段进行优化计算.

式(1)中，目标函数的简约梯度可表示成：

$$\varphi(D)=\nabla_D G(D,H)+\nabla_H G(D,H)\nabla_D g(D),(3)$$

式中：$\nabla_D G(D,H)=\left[\dfrac{\partial G(D,H)}{\partial D_1},\dfrac{\partial G(D,H)}{\partial D_2},\cdots,\dfrac{\partial G(D,H)}{\partial D_k}\right]$；$g(D)$ 为点压力与管径 D 之间的函数向量，$g(D)=(g_1,g_2,\cdots,g_n)$；$H_i=g_i(D)$；$\nabla_H G(D,H)=\left[\dfrac{\partial G(D,H)}{\partial H_1},\dfrac{\partial G(D,H)}{\partial H_2},\cdots,\dfrac{\partial G(D,H)}{\partial H_n}\right]$.

对节点方程 $F_i(D,H)=0$ 取微分，得

$$\frac{\partial f_i(D,H)}{\partial D_j}=\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial f_i(D,H)}{\partial H_k}\cdot\frac{\partial g_k(D)}{\partial D_j}.\quad(4)$$

式中：$i=1,2,\cdots,n$；$j=1,2,\cdots,k$.

则

$$\nabla_D g(D)=\begin{bmatrix}\frac{\partial g_1}{\partial D_1}&\frac{\partial g_1}{\partial D_2}&\cdots&\frac{\partial g_1}{\partial D_n}\\ \frac{\partial g_2}{\partial D_1}&\frac{\partial g_2}{\partial D_2}&\cdots&\frac{\partial g_2}{\partial D_n}\\ \vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\ \frac{\partial g_n}{\partial D_1}&\frac{\partial g_{n1}}{\partial D_2}&\cdots&\frac{\partial g_n}{\partial D_n}\end{bmatrix}=$$

$$-\begin{bmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial H_1}&\frac{\partial f_1}{\partial H_2}&\cdots&\frac{\partial f_1}{\partial H_n}\\ \frac{\partial f_2}{\partial H_1}&\frac{\partial f_2}{\partial H_2}&\cdots&\frac{\partial f_2}{\partial H_n}\\ \vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\ \frac{\partial f_n}{\partial H_1}&\frac{\partial f_{n1}}{\partial H_2}&\cdots&\frac{\partial f_n}{\partial H_{in}}\end{bmatrix}\cdot$$

$$\begin{bmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial D_1}&\frac{\partial f_1}{\partial D_2}&\cdots&\frac{\partial f_1}{\partial D_k}\\ \frac{\partial f_2}{\partial D_1}&\frac{\partial f_2}{\partial D_2}&\cdots&\frac{\partial f_2}{\partial D_k}\\ \vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\ \frac{\partial f_n}{\partial D_1}&\frac{\partial f_n}{\partial D_2}&\cdots&\frac{\partial f_n}{\partial D_k}\end{bmatrix}=$$

$$\nabla_H F(D,H)^{-1}\cdot\nabla_D F(D,H).$$

矩阵 $\nabla_H F(D,H)$ 中元素可表示成：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial f_i}{\partial H_j}=\dfrac{\partial f_j}{\partial H_i}=\dfrac{1}{n\cdot S_{ij}|q_{ij}|^{n-1}} & (i=j)；\\ \dfrac{\partial f_i}{\partial H_j}=-\sum\limits_{j\in JJ}\dfrac{\partial f_i}{\partial H_j},\end{cases}\quad(6)$$

由式(6)可知，$\nabla_H F(D,H)$ 是水力分析中的 Jacobi 矩阵，具有对称正定性，通过解线形方程组可得到 $\nabla_D g(D)$ 中的向量，至于 $\nabla_D F(D,H)$ 中元素，可由式(2)求得

$$\begin{cases}\dfrac{\partial f_i}{\partial D_{ij}}=\dfrac{m|q_{ij}|}{n\cdot D_{ij}} & (\text{流量从节点 } i \text{ 流向节点 } j)；\\ \dfrac{\partial f_i}{\partial D_{ij}}=-\dfrac{m|q_{ij}|}{n\cdot D_{ij}} & (\text{流量从节点 } j \text{ 流向节点 } i)；\\ \dfrac{\partial f_i}{\partial D_{ij}}=0 & (i,j\ \text{节点间没有连接管段}).\end{cases}$$

式(3)中的 $\nabla_D G(D,H)$ 和 $\nabla_H G(D,H)$ 均可由式(1)中的目标函数求微分得到. 这样管径 D 的搜索方向 $P(D)$ 的第 j 个分量可表示成：

$$P_j(D)=\begin{cases}-\varphi_j(D) & (\varphi_j<0)；\\ [D_{\min}(j)-D(j)]\cdot\varphi_j(D) & (\varphi_j\geqslant0).\end{cases}$$

式中：$\varphi_j(D)$ 为 $\varphi(D)$ 的第 j 个分量.

由于约束条件 $F(D,H)=0$ 是非线性的，当

沿 $P_j(D)$ 进行一维搜索时,一般不能保证约束条件.因此宜沿 $P(D)$ 方向选一适当步长,令 $D^{k+1} = D^k + t \times P^k(D^k)$,且 $D^{k+1} \geqslant D_{\min}$,然后由约束条件方程组解出 H^{k+1} 后,进行可行域的极小值搜索.求到最优步长 t_{opt} 后,得:$D_j^{k+1} = D_j^k + t_{\text{opt}} \times P_j(D^k)$,直至迭代满足 $\max\{|D_j^{k+1} - D_j^k|\} \leqslant \varepsilon$,则终止运算.

照此进行扩建管网的优化计算,得到的理论管径不能满足标准管径要求,为使优化计算的管径在离散可行域内,这里提出在目标函数中增加惩罚项的方法,直接优化计算得到标准管径.惩罚项设为

$$P_k = M \cdot \sum_{i=1}^{n} Q_i, \tag{7}$$

式中:M 为惩罚函数中的常数;$Q_i = \left[4 \cdot \left(\frac{D_i - D_{i1}}{D_{i2} - D_{i1}}\right)\left(1 - \frac{D_i - D_{i1}}{D_{i2} - D_{i1}}\right)\right]^r$;$D_i$ 为优化计算中待求的第 i 管段管径变量;D_{i1},D_{i2} 为与 D_i 相邻的上、下两档标准管径,应满足 $D_{i1} \leqslant D_i \leqslant D_{i2}$;$r$ 为指数常数.

函数的形状与 r 有关(见图 2).由函数的特征值可知,管径变量值与标准管径相差较大时,则惩罚项 P_k 的值就越近,则 P_k 的值越小;当 D_i 等于标准管径时,P_k 的值为零.

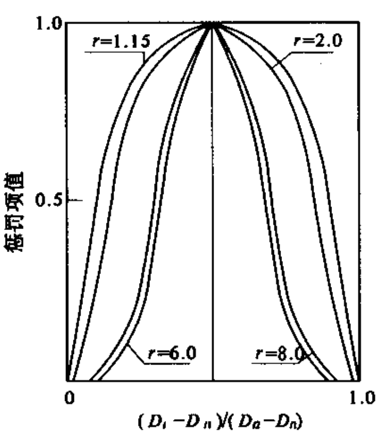

图 2 惩罚项变化图

Fig.2 The variation diagram of punish item

则带有惩罚函数项的扩建优化课题变为

$$\begin{cases} \min\ G(D,H) = \left(P + \frac{\zeta}{100}\right)\sum_{i=1}^{k}(a + bD_i)L_i + \\ \qquad \frac{86\gamma E}{\eta}\sum_{j=1}^{m} Q_j H_j + M \cdot \sum_{i=1}^{k} Q_i; \\ \text{S.T.}\ D \geqslant D_{\min}; \\ H \geqslant H_{\min}; \\ F(D,H) = 0. \end{cases} \tag{8}$$

对式(8)利用广义简约梯度法进行优化计算,可得优化结果,即为标准管径.该方法的计算程序框图见图 3.

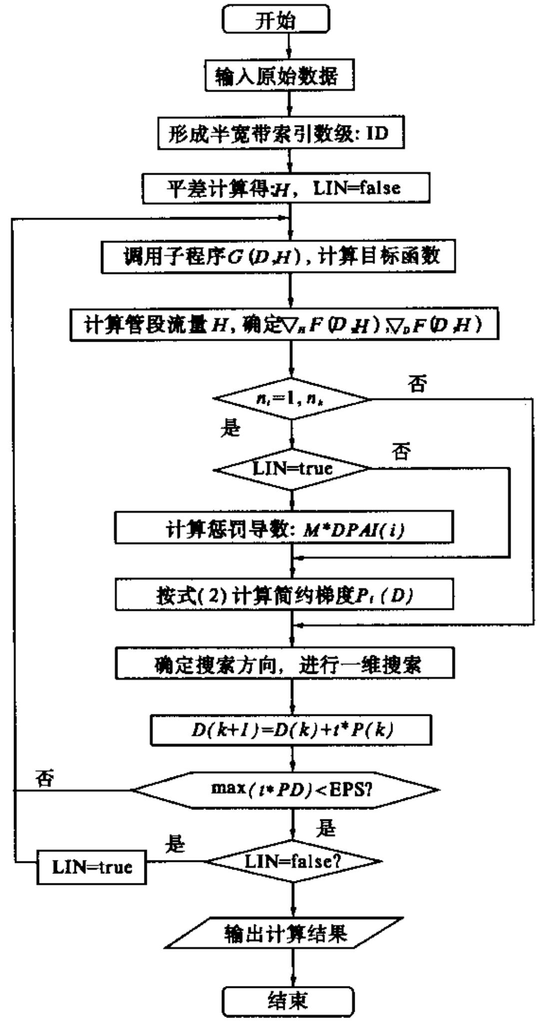

图 3 扩建给水系统计算程序框图

Fig.3 Procedure diagram of extension water supply system calculation

3 结束语

本文提出的优化设计方法,既考虑了计算的可行性,又考虑了计算结果的有效性,直接以新增管段的管径为求解变量;以管网水力方程为约束,计算出新旧管段联合工作的最优管径,通过目标函数变换,使计算结果收敛于离散可行域,直接得到规格化管径,并同时计算出优化后满足水力方程的最佳流量分配,可方便地满足工程设计中的实际需要.

参考文献:

[1] 杨 钦,严熙世.给水工程[M].北京:中国建筑工业出版社,1987.

(下转第 97 页)

Abstract: Based on the comparison of the various producing processes of 2,6 - dichloroaniline, a new method for the preparation of 2,6 - dichloroaniline is put forward in this paper. Aniline, as the raw material, and urea are combined to produce N,N′ - diphenylurea. N,N′ - diphenylurea is sulfonated by concentrated sulfuric acid, then chlorinated by Cl_2, after hydrolytic desulfonation, 2,6 - dichloroaniline is obtained with overall yield of 60% and its purity was enhanced up to 99%. Compared with the traditional process, the cost of preparation of 2,6 - dichloroaniline has been greatly reduced.

Key words: aniline; N,N′ - diphenylurea; 2,6 - dichloroaniline

(上接第 78 页)

[2] 严熙世,赵洪宾. 给水管网理论与计算[M]. 北京: 中国建筑工业出版社,1986.

[3] 薛履中. 工程最优化设计[M]. 天津:天津大学出版社,1988.

Directly Optimum Calculation Method of Enlarging Water Supply Pipe Net

LI Li[1], ZHU Fang[2]

(1. Zhengzhou Sino - French Water Supply Co. Ltd, Zhengzhou 450002, China; 2. Henan Hydrology & Water Resource Bureau, Yellow River Water Resource Conservancy Committee, Zhengzhou 450003, China)

Abstract: In this paper, we constructed an optimun object design function of pipe cliameter according to character of enlarging pipe net. we used condition of restraint of water power character, adopted optimum general roughness gradient (GRG) Method to calculate, and changed the object function to solve the problem of pipe diameter standard.

Key words: enlarge pipe net; optimizatic design; general roughness gradient; pipe diameter standard