

文章编号:1007-6492(2002)01-0097-04

加阻尼的 Winkler 地基上多块板的动力分析

张小庆¹, 王明中², 杜莉莉²

(1. 大连理工大学土木工程学院, 辽宁 大连 116023; 2. 郑州市污水净化有限公司, 河南 郑州 450045)

摘 要: 多块板之间的接缝传荷及其与地基相互作用的动力时域问题是刚性路面和机场进行无损检测和评价中的一个重要问题. 利用有限元方法, 通过对各板隔离分析并将相应矩阵进行扩充, 使得具有接缝的不连续问题可以像连续问题一样进行有限元分析计算. 该方法不仅可用于求解多块板系统的静力问题、频域下动力问题, 将地基简化为弹簧和阻尼器, 可成功地用于动力时域问题.

关键词: 有限元; 落锤式弯沉仪; 多块基础板; 时域

中图分类号: TU 311.3 **文献标识码:** A

在刚性路面和机场道面中, 多块基础板与地基的相互作用是一个常见而且复杂的问题. 通常人们只取一块基础板进行分析, 仅考虑本块基础板的荷载作用. 显然这种方法不能正确反映多块基础板之间的相互作用, 因此一些学者对弹性地基上具有一定传荷能力的多块交接板进行有限元分析. 国内外学者有 Huang Y. H. 和 Wang S. T. 以及王复明^[1]、邓学钧^[2]、姚炳卿^[3]等, 但是, 这些研究仅限于静力分析.

事实上, 大多数作用在机场道面、刚性路面上的荷载是动力荷载. 将动力荷载简化为静力荷载将导致分析的不合理性. 随着近年来落锤式弯沉仪在检测混凝土道面上的广泛应用, 对多块基础板与地基相互作用动力分析技术的需求日趋强烈. 本文针对落锤式弯沉仪的动力荷载的时程曲线特点, 将地基简化为弹簧和阻尼器^[4], 求解了具有一定传荷能力的多块基础板动力时域问题. 该方法程序计算简单, 适用于落锤式弯沉仪(FWD)在混凝土道面的无损检测和评价, 从而为落锤式弯沉仪(FWD)在混凝土道面的广泛应用提供了有力的技术支持.

1 基本原理

1.1 板的单元离散

本文根据弹性薄板理论, 采用矩形板单元, 其位移模式为

$$w = a_1 + a_2x + a_3y + a_4x^2 + a_5xy + a_6y^2 +$$

$$a_7x^3 + a_8x^2y + a_9xy^2 + a_{10}y^3 + a_{11}x^3y + a_{12}xy^3. \quad (1)$$

1.2 静力下的多块板系统

假定: 只有中心板承受荷载, 边板不承受荷载, 而且各板单元划分相同. 采用剪切传递效率法^[5], 即每一块边板与中心板的联系通过接缝处的剪力来实现, 且接缝上每一对节点的位移符合一定的规律 $e = w^1/w$.

以两块板为例, 考虑地基刚度阵后, 对第 1, 2 板隔离分析, 应用虚功原理, 分别建立方程式 (2), (3):

$$\begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ib} \\ k_{bi} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_i \\ p_b \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} p_i \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} k'_{ii} & k'_{ib} \\ k'_{bi} & k'_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u'_i \\ u'_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p'_i \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (3)$$

式中: $\{u_i\}$, $\{u'_i\}$ 分别为 1, 2 板在接缝上竖直方向自由度组成的向量; $\{u_b\}$, $\{u'_b\}$ 分别为 1, 2 板其余自由度组成的向量; $\{p_i\}$ 为 1 板除接缝剪力外其余外荷载在接缝竖直方向自由度上所形成的等效荷载向量; $\{p_b\}$ 为 1 板除接缝剪力外其余外荷载在其余自由度上所形成的等效荷载向量; $\{p'_i\}$ 为两板在接缝节点上所传递的剪力向量. 由假定知 $\{u'_i\} = e\{u_i\}$, 将其代入式 (3) 可得

$$\begin{bmatrix} k'_{ii} & k'_{ib} \\ k'_{bi} & k'_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} eu_i \\ u'_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p'_i \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (4)$$

式 (4) 可写成

收稿日期: 2001-09-10; 修订日期: 2001-11-28

作者简介: 张小庆 (1973-), 男, 河南省安阳市人, 大连理工大学博士研究生, 主要从事结构工程方面的研究.

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

$$\begin{bmatrix} ek_u' & k_{ib} \\ ek_{bi}' & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_i \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (5)$$

将式(2),(5)扩充后相加得

$$\begin{bmatrix} k_{ii}+ek_{ii}' & k_{ib} & k_{ib} \\ k_{bi} & k_{bb} & 0 \\ ek_{bi}' & 0 & k_{bb}' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \\ u_b' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_i \\ p_b \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (6)$$

可以由式(6)直接求解各点位移.

若令 $\{u_{bb}'\}=\{u_b'\}/e$,则方程(6)可写为

$$\begin{bmatrix} k_{ii}+ek_{ii}' & k_{ib} & ek_{ib}' \\ k_{bi} & k_{bb} & 0 \\ ek_{bi}' & 0 & ek_{bb}' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \\ u_{bb} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_i \\ p_b \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (7)$$

1.3 动力时域下 Winkler 地基上的多块板系统

具有阻尼器的 Winkler 地基,如图 1 所示.其上板的单元动力方程为

$$[M]^e \{\ddot{\delta}\}^e + [C]^e \{\dot{\delta}\}^e + [K]^e \{\delta\}^e + [K]_d^e \{\delta\}^e = [F(t)]^e. \quad (8)$$

式中 $[M]^e$ 为板单元质量阵 $[C]^e$ 为地基单元阻尼阵 $[C]^e = \iint c_s [N] [N]^T dx dy$; c_s 为地基阻尼系数 $[K]^e$ 为板单元刚度阵 $[K]_d^e$ 为地基单元刚度阵 $[K]_d^e = \iint k_s [N] [N]^T dx dy$; k_s 为地基弹性系数.

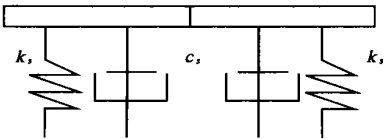


图 1 加阻尼的 Winkler 地基示意图

Fig. 1 The sketch of the Winkler foundation with dampers

以两块板为例,与静力分析相同,对 1 板有方程

$$\begin{bmatrix} m_{ii} & m_{ib} \\ m_{bi} & m_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{ii} & c_{ib} \\ c_{bi} & c_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ib} \\ k_{bi} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{di} & k_{db} \\ k_{dbi} & k_{dbb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_i \\ p_b \end{Bmatrix} \quad (9)$$

对 2 板有方程

$$\begin{bmatrix} m_{ii}' & m_{ib}' \\ m_{bi}' & m_{bb}' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i' \\ \ddot{u}_b' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{ii}' & c_{ib}' \\ c_{bi}' & c_{bb}' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_i' \\ \dot{u}_b' \end{Bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} k_{ii}' & k_{ib}' \\ k_{bi}' & k_{bb}' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i' \\ u_b' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{di}' & k_{db}' \\ k_{dbi}' & k_{dbb}' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i' \\ u_b' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_i' \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (10)$$

式中: $\{u_i\}, \{u_i'\}, \{u_b\}, \{u_b'\}, \{p_i\}, \{p_i'\}, \{p_b\}$ 均是时间的函数,其意义与静力下相同.由假定知 $\{u_i'\}=e\{u_i\}$,若令 $\{u_{bb}'\}=\{u_b'\}/e$,则两块板系统的方程为

$$\begin{bmatrix} m_{ii}+em_{ii}' & m_{ib} & em_{ib}' \\ m_{bi} & m_{bb} & 0 \\ em_{bi}' & 0 & em_{bb}' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_b \\ \ddot{u}_{bb} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{ii}+ec_{ii}' & c_{ib} & ec_{ib}' \\ c_{bi} & c_{bb} & 0 \\ ec_{bi}' & 0 & ec_{bb}' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_b \\ \dot{u}_{bb} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{ii}+ek_{ii}' & k_{ib} & ek_{ib}' \\ k_{bi} & k_{bb} & 0 \\ ek_{bi}' & 0 & ek_{bb}' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \\ u_{bb} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{di}+ek_{di}' & k_{db} & ek_{db}' \\ k_{dbi} & k_{dbb} & 0 \\ ek_{dbi}' & 0 & ek_{dbb}' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \\ u_{bb} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_i \\ p_b \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (11)$$

式中, e 为时间的函数.

在静力、动力作用下,该方法最多可计算如图 2 所示的五块板系统,其中 1 板是受荷载.

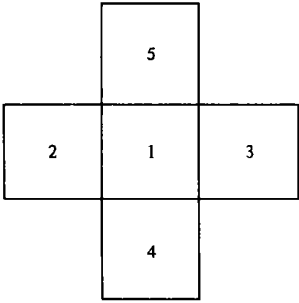


图 2 多块板系统

Fig. 2 The multiple slab system

2 数值分析

2.1 静力多块板实例验算

例 1 本算例摘自文献[5]和文献[6],具体如下:Winkler 地基上三块板系统如图 3 所示,每块板计算尺寸 $229\text{ mm} \times 6100\text{ mm} \times 3700\text{ mm}$,板的弹性模量 $E=27.6 \times 10^3\text{ MPa}$,泊松比 $\mu=0.2$,地基反应模量 $K=1.09 \times 10^8\text{ N/m}^3$,静力均布荷载为

1500kPa 的作用,荷载分布在基础板中央 266 mm ×266 mm 矩形范围内. 网格剖分为 10×10 网格如图 4 所示. 中间板的计算结果与采用静力下的传统方法的计算结果进行了对比,如表 1 所示,从表 1 可以看出,本方法是可行的.

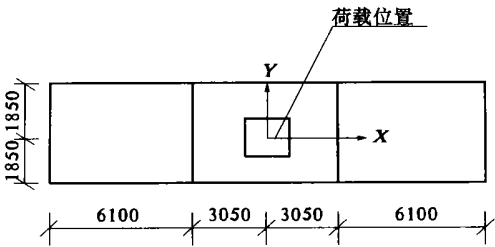


图 3 计算简图(单位:mm)
Fig. 3 The sketch of example 1

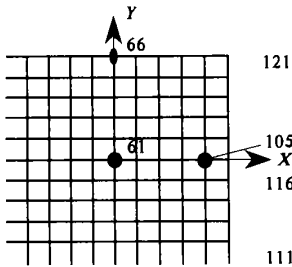


图 4 中间板的剖分

Fig. 4 The discretization of the middle slab

表 1 三块板系统中板的计算结果

Tab. 1 The results of the middle slab

方法	传荷效率/%	相应结点的位移/ μm										
		61	62	63	64	65	66	72	83	94	105	116
文献 [5]	0.0	256	181	100	42	9	5.5	219	163	103	55	17
	0.7	254	179	96	43	12	4.2	216	159	101	51	14
文献 [9]	0.0	247	175	91	36	4.7	-1.5	212	153	99	52	11
	0.7	245	174	89	36	7.2	-2.5	211	153	98	52	11
本文	0.0	246.9	175.6	90.7	35.7	4.7	-15.5	212.3	153.9	99.1	52.3	11.4
	0.7	245.7	174.5	89.8	35.8	7.3	-9.1	211.1	152.9	98.2	51.5	10.8

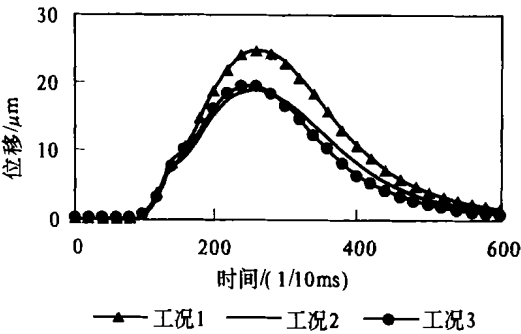


图 6 多块板的动力响应

Fig. 6 The dynamic response of multiple slab system

2.2 动力多块板实例计算

例2 Winkler 地基上正方形板,位置如图 2 所示,每块板边长 5000 mm,板厚 500 mm,板的弹性模量 $E=2.76\times10^4\text{ MPa}$,泊松比 $\mu=0.2$,地基反应模量 $K=5.0\times10^4\text{ kN/m}^3$,阻尼系数 $C_s=6\times10^5\text{ N}\cdot\text{s/m}^3$,接缝传荷效率均为 0.7,1 号板中央 266 mm ×266 mm 区域内作用均布荷载 $P(t)$,其时程如图 5 所示,将每块板剖分为 10×10 网格,如图 4 所示,本文计算 1 板 105 节点的动力响应曲线,如图 6 所示. 其中工况一是 1 块板;工况二是 1~3 块板;工况三是 1~5 块板.

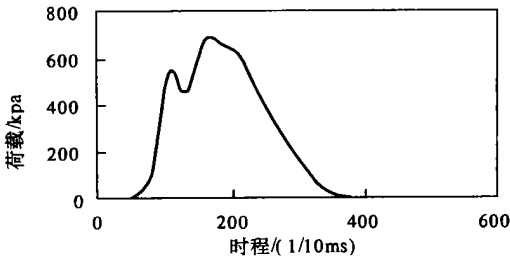


图 5 荷载时程图

Fig. 5 The figure of load in time domain

3 结束语

本文首先对所提出的计算方法在静力问题上进行了校核,验证了方法的正确性,然后对加阻尼的 Winkler 地基上多块板的动力时域问题进行了计算. 计算结果表明:考虑多块板与地基的相互作用与只取一块板相比,地基板的弯沉有明显变化,因此考虑多块板相互作用下的动力时域问题是必要和必须的,而本文所提出的计算方法为多块板与地基的相互作用的时域问题提供了一个很好的途径,并且该方程序编制简单,易于工程应用. 因此为落锤式弯沉仪在混凝土道面的无损检测和

评价提供了简便可行的途径.

参考文献

[4] 王 陶, 乐金朝, 王复明, 等. 弹性地基多块板结构的材料参数反演分析[J]. 郑州工业大学学报, 1999, 19 (2) : 50—53.

[2] 邓学钧, 陈荣生. 刚性路面设计[M]. 北京: 人民交通出版社, 1993.

[3] 姚炳卿. 考虑接缝传荷能力的机场刚性道面板的有限元分析方法[J]. 土木工程学报, 1993,(6) : 22—31.

[4] 王复明, 林 皋. 粘弹性非匀质地基的动力柔度系数 [J]. 土木工程学报, 1990,(1) : 54—64.

[5] MANG Tia , JOHN M Lybas ,BYRON E Ruth et al . Suit - ability of using the falling weight deflectometer in deter - mining deteriorated areas in jointed rigid pavement non - destructive pavement evaluation and overlay design[R] . Texas :Transportation Research Record , 1996,(1007) : 58 —64.

[6] 曾凡奇. 层状地基与多块板相互作用分析[D] . 郑 州: 郑州工业大学, 1998.

The Analyse of Multiple Slabs on the Winkler Foundation with Dampers Subjected to Dynamic Load

ZHANG Xiao - qing¹, WANG Meng - zhong², DU Li - li²

(1. College of Civil Engineering ,Dalian University of Technology , Dalian 116023,China ; 2.Zhengzhou Sewage Purification Ltd .Co . , Zhengzhou 450045,China)

Abstract : How to solve the interaction between the jointed ,multiple -slab system and the foundation in the time domain is an important problem to the non -destructive evaluation in the airport pavements and rigid pavements . Using the finite element method this paper provides a new method to analyze the reposes of multiple jointed slabs . With this method , we can solve the response of multiple -slab system subjected to static load or the response of the dynamic system in the frequency domain . Besides ,by simplying the foundation to springs and dampers ,we can also solve the response of the dynamic system in the time domain .

Key words : the finite element ; FWD ; multiple slabs ; time domain