

文章编号:1007-6492(2002)01-0010-04

基于灰色聚类决策的水质评价方法

贺北方<sup>1</sup>, 王效宇<sup>2</sup>, 贺晓菊<sup>2</sup>, 马细霞<sup>1</sup>, 刘宜峰<sup>1</sup>

(1. 郑州大学环境与水利学院, 河南 郑州 450002; 2. 河南黄河工程局, 河南 郑州 450045)

**摘 要:** 灰色聚类决策是将收集到的分散信息, 通过白化函数和灰色聚类权值的分析计算, 生成灰色聚类矩阵, 以此对研究对象进行分类. 在论述灰色聚类方法原理的基础上, 以某市水质评价为实例, 探讨了灰色聚类决策在水质评价中的应用, 并用 VB 语言编制了水质评价程序. 该方法及其软件可对不同水体进行水质评价, 评价结果比较客观地反映水体水质状况与类别, 克服了单因素评价易受个别因素影响的缺陷.

**关键词:** 水质评价; 灰色系统; 白化函数; 聚类; 环境质量

**中图分类号:** C 934; X 824 **文献标识码:** A

水质评价是根据监测资料对水体质量优劣程度作出的定量描述. 通过水质评价, 可以明确水体质量状况, 了解不同水域水体质量的差别及各时期水质的变化趋势, 考察水域综合治理效果, 为有效地进行水质控制和水资源合理开发利用提供科学依据. 按照水体类型分为地表水、地下水水质评价; 按照水的用途分为生活饮用水、工业用水、农业灌溉用水等水质评价; 按评价期在时序上的状况可分为现状水质评价和预测性水质评价; 按照评价因素分为单因子(指标)评价和与多因素综合评价.

根据对监测数据归纳统计方法的不同, 形成了各种不同的水质评价方法, 如指数法<sup>[1]</sup>、地图重叠法(单因子法)、模糊数学方法<sup>[2]</sup>、灰色系统理论方法<sup>[3]</sup>等. 这些方法各有其优缺点, 在进行水质评价时, 可根据实际情况选择适宜的评价方法. 同时应重视监测数据的准确性和代表性. 本文以某市不同水域的水质评价为实例, 阐述灰色聚类决策方法的原理及其在水质评价中的应用, 并以 VB 语言编制了相应的水质评价程序.

1 灰色聚类决策的基本原理<sup>[4]</sup>

灰色聚类决策是以灰数的白化函数生成为基础, 将收集的聚类对象观测值的分散信息, 按照灰类进行归纳, 判断聚类对象所属灰类. 记  $i = 1, 2,$

$\dots, n$  为聚类对象  $j = 1, 2, \dots, m$  为聚类指标;  $k = 1, 2, \dots, K$  为灰类.  $d_{ij}$  为第  $i$  个聚类对象对于第  $j$  个聚类指标的样本值,  $D$  是以  $d_{ij}$  为元素的样本矩阵, 即

$$D = (d_{ij}) = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1m} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nm} \end{bmatrix}.$$

设  $f_{jk}$  为第  $j$  个聚类指标属于  $k$  灰类的白化函数  $f_{jk} \in [0, 1]$ . 白化函数有三种基本形式, 如图 1 所示. 图中  $\lambda_{jk}$  为白化函数  $f_{jk}$  的阈值.

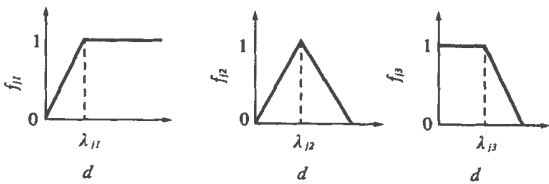


图 1 白化函数  $f_{jk}$

Fig. 1 Abiation fudction  $f_{jk}$

记  $\eta_k$  为灰色聚类权, 它表示第  $j$  种指标属于第  $k$  灰类的权重. 当聚类指标的量纲相同时,

$$\eta_k = \frac{\lambda_k}{\sum_{j=1}^m \lambda_k}. \tag{1}$$

若聚类指标量纲不同, 且不同指标的样本值在数量上相差很大时, 可先进行无量纲处理:

$$\gamma_k = \frac{S_{jk}}{S_j} \tag{2}$$

式中： $S_{jk}$  为第  $j$  种指标的  $k$  个灰类的灰数（标准值），或取白化函数的阈值  $\lambda_k$ ； $S_j$  为第  $j$  种指标的参照标准，在水质评价中，可视评价水体的环境目标确定。然后，计算灰色聚类权值

$$\eta_k = \frac{\gamma_k}{\sum_{j=1}^m \gamma_k} \tag{3}$$

令  $q_k$  为灰色聚类系数，它反映第  $i$  个聚类对象隶属于第  $k$  灰类的程度。

$$q_k = \sum_{j=1}^m f_{jk}(d_{ij}) \times \eta_k \tag{4}$$

式中： $f_{jk}(d_{ij})$  系由样本值  $d_{ij}$  求得的白化函数值； $\eta_k$  为灰色聚类权值。

灰色聚类决策矩阵

$$\sigma_c = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \vdots \\ \sigma_l \\ \vdots \\ \sigma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1K} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2K} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ q_1 & q_2 & \cdots & q_K \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ q_{n1} & q_{n2} & \cdots & q_{nK} \end{bmatrix} .$$

若有  $q_k$ ，满足

$$q_k^* = \max_{1 \leq k \leq K} \{ q_k \} = \max_{1 \leq k \leq K} \{ q_1, q_2, \dots, q_K \} .$$

称聚类对象  $i$  属于灰类  $k^*$ 。即是说，在聚类行向量  $\sigma = (q_1, q_2, \dots, q_K)$  中，找出最大聚类系数  $q_k^*$ ，该最大灰类系数所对应的灰类  $k^*$ ，即该聚类对象  $i$  所属灰类。

2 灰色聚类决策在水质评价中的应用

现以某市地表水水环境质量评价为例，阐明灰色聚类综合评价的方法与应用。

某市 1998 年在七个采样点对污染指标进行了监测，表 1 中列出了其中 8 项指标的实测值。现将采样点作为聚类对象 ( $i = 1, 2, \dots, 7$ )；8 项污染指标作为聚类指标 ( $j = 1, 2, \dots, 8$ )； $d_{ij}$  为第  $i$  个采样点的第  $j$  个污染指标的样本值。

2.1 确定白化函数

以《地表水环境质量标准》(GHZB 1—1999) 作为水质标准，如表 2 所示，将水质分为五级，即 5 个灰类  $k = 1, 2, \dots, 5$ 。选用表中不同指标的分级标准值作为各灰类白化函数的阈值  $\lambda_k$ ，并构造第  $j$  指标白化函数，如图 2 所示。

表 1 地表水水质监测实测值  
Tab . 1 Surface water quality measurement value

污染指标 <i>j</i>	测点 <i>i</i>						
	1	2	3	4	5	6	7
DO	5.195	3.195	6.30	5.24	3.95	2.15	6.05
COD <sub>mn</sub>	9.175	10.375	0.925	6.12	17.91	19.94	0.81
COD <sub>cr</sub>	49.6	47.84	18.68	47.33	99.4	71.31	1.645
BOD <sub>5</sub>	7.13	14.24	2.33	9.26	17.58	6.68	0.51
NH <sub>4</sub> -N	21.21	8.43	0.29	13.78	7.51	12.33	0.324
挥发酚	0.005	0.0065	0.00	0.0035	0.016	0.0145	0.001
总砷	0.041	0.188	0.0055	0.0175	0.057	0.0875	0.0035
Cr <sup>+6</sup>	0.0225	0.0295	0.012	0.0175	0.04	0.0335	0.017

表 2 地表水水质评价标准

Tab . 2 Surface water quality value standard    **mg/L**

污染指标 <i>j</i>	分级 <i>k</i>				
	I	II	III	IV	V
DO ≥	9	6	5	3	2
COD <sub>mn</sub> ≤	2	4	8	10	15
COD <sub>cr</sub> ≤	15	16	20	30	40
BOD <sub>5</sub> ≤	2	3	4	6	10
NH <sub>4</sub> -N ≤	0.4	0.5	0.6	1	1.5
挥发酚 ≤	0.001	0.003	0.005	0.01	0.1
总砷 ≤	0.01	0.05	0.07	0.1	0.11
Cr <sup>+6</sup> ≤	0.01	0.03	0.05	0.07	0.10

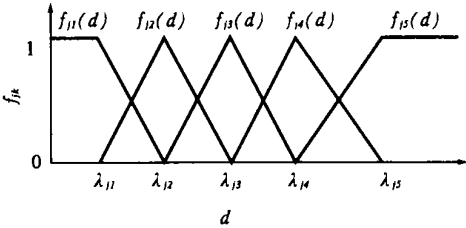


图 2 各灰类白化函数（以 BOD 指标为例）

Eg .2 Gray lation function(i nllustration of BOD)

根据图 2，可写出第  $j$  类指标的各灰类的白化函数  $f_{jk}$ ：

$$f_j(d)=\begin{cases}1 & d\in[0,\lambda_1]; \\ \frac{\lambda_2-d}{\lambda_2-\lambda_1} & d\in[\lambda_1,\lambda_2]; \\ 0 & d\in[\lambda_2,\infty),\end{cases}\quad (5)$$
$$f_{jk}(d)=\begin{cases}\frac{d-\lambda_{j,k-1}}{\lambda_{j,k}-\lambda_{j,k-1}} & d\in[\lambda_{j,k-1},\lambda_{j,k}); \\ \frac{\lambda_{j,k+1}-d}{\lambda_{j,k+1}-\lambda_{j,k}} & d\in[\lambda_{j,k},\lambda_{j,k+1}); \\ 0 & d\in[\lambda_{j,k-1},\lambda_{j,k+1}),\end{cases}\quad (6)$$
$$f_{jK}(d)=\begin{cases}0 & d\in[0,\lambda_{j,K-1}); \\ \frac{d-\lambda_{j,K-1}}{\lambda_{j,K}-\lambda_{j,K-1}} & d\in[\lambda_{j,K-1},\lambda_{j,K}); \\ 1 & d\in[\lambda_{j,K},\infty).\end{cases}\quad (7)$$

(k=2,\cdots,K-1)

2.2 计算灰色聚类权  $\eta_k$

水质评价中,各聚类指标的量纲不同且数值差别较大,因此需按式(2)作无量纲化处理,然后按式(3)计算灰色聚类权值  $\eta_k$ ,计算结果如表3所示.

表3 灰色聚类权值  $\eta_k$

Tab. 3 Gray-clustering weigh  $\eta_k$

污染指标j	灰类 k				
	I	II	III	IV	V
DO	0.3992	0.2001	0.125	0.0529	0.0122
COD <sub>mn</sub>	0.0554	0.0834	0.125	0.1102	0.057
COD <sub>Cr</sub>	0.1663	0.1334	0.125	0.1322	0.0609
BOD <sub>5</sub>	0.1109	0.125	0.125	0.1322	0.0761
NH <sub>4</sub> -N	0.1478	0.1389	0.125	0.1469	0.0761
挥发酚	0.0444	0.100	0.125	0.1763	0.0609
总砷	0.0317	0.1191	0.125	0.1259	0.0478
Cr <sup>+</sup> <sub>6</sub>	0.0444	0.100	0.125	0.1234	0.0609

2.3 求灰色聚类系数  $\sigma_k$  及灰色聚类矩阵  $\sigma$

灰色聚类系数

$$\sigma_k=\sum_{j=1}^8 f_{jk}(d_{ij}) \times \eta_k.$$

(i=1,2,...,7; k=1,2,...,5). (8)

灰色聚类矩阵为

$\sigma_k$	0.0238	0.1938	0.2256	0.1596	0.1370
	0.0011	0.0975	0.0122	0.2025	0.2610
	0.3891	0.2755	0.0836	0.000	0.0000
	0.0535	0.2221	0.1925	0.0245	0.1370
	0.0000	0.1274	0.1656	0.1923	0.2702
	0.0000	0.0825	0.0219	0.3588	0.2044
	0.5920	0.2318	0.0000	0.0000	0.0000

2.4 判断聚类对象所属灰类

按  $\sigma_k^*=\max_{1\leq k\leq 5}\{\sigma_k\}$  划分水质类别,即在  $\sigma_k$  中由各行找出最大聚类系数,此最大聚类系数所属灰类即聚类对象*i*(测点)所属灰类(水质类别).

由灰色聚类矩阵  $\sigma_k$  可知,测点 3,7 归为灰类 I,即一级水质;测点 4 为二级水质;测点 1 为三级水质;测点 6 为四级水质;测点 2,5 为五级水质.表 4 为某市 1998 年地表水水质评价结果.

表 4 列出了两种评价方法的评价结果.地图重叠法是将观测值与水质评价标准相比较,只要单项指标超标,水质即属此类.灰色聚类方法比较全面的反映了各评价因素的影响,评价结果不仅较客观地划分了水质类别,而且由灰色聚类矩阵  $\sigma_k$  提供了各采样点归属不同水质级别程度的丰富信息.

表4 地表水水质评价结果 水质等级

Tab. 4 Result of water quality value( water quality grade)

测点	1	2	3	4	5	6	7
HSJL	III	V	I	II	V	IV	I
DTCD	V	V	III	V	V	V	II

说明:HSJL 为灰色聚类法;DTCD 为地图重叠法.

3 程序设计

基于 Windows 98 操作系统,采用 VB 语言开发了水质评价软件.软件界面友好,可查看原始数据,选择适当的数据库,并将计算结果存储为数据文件,以便使用 Word 等软件进行处理或查看.对于计算的中间结果,可存储为数据文件以便查阅.程序的大部分过程具有可重复操作性,对可能导致程序不能正常运行的错误进行了预防和处理,使程序具有较好的可靠性.

本程序可对地表水、地下水、水库等不同水体进行水质评价.使用时需预先建立采样点各指标实测值数据库(Excel 表)和水质评价标准数据库(Excel 表),且两表应相互对应.执行带有“地球”图标的可执行文件,即进入评价程序.当选择好对应水体的两数据库后,单击“评价”按钮,即弹出水质评价窗口,并显示出水质评价结果;可随意查看不同测点的水质类别,并用直方图显示该测点属于不同灰类(水质级别)的隶属程度,为决策者提供了较丰富的评价信息,而且形象、直观.

4 结束语

本文重点论述了水质评价中的灰色聚类决策方法,并用 VB 语言编制了相应的水质评价程序,

其特点是:

- (1) 它克服了单因素评价中受个别因素影响大的缺陷, 比较全面地反映了各评价因素的影响, 评价结果比较客观地反映水体水质状况.
- (2) 灰色聚类决策不仅按灰色聚类系数最大原则划分水体水质类别, 而且在灰色聚类矩阵  $\sigma$  中显示了各采样点对于不同水质级别的隶属程度, 这对于全面了解各测点的水质状况提供了丰富的信息.
- (3) 用 VB 语言编制的水质评价程序, 能对地表水、地下水等各类水体进行水质评价. 界面友好, 操作简便, 具有通用性和可操作性, 评价结果

直观、形象.

参考文献:

[ 1 ] 周年生, 李彦东. 流域环境管理规划方法与实践 [ M ] . 北京: 中国水利水电出版社, 2000.

[ 2 ] 贺北方, 刘正才. 多级模糊层次综合评价的数学模型及应用 [ J ] . 系统工程理论与实践, 1989, ( 6 ) : 1—6.

[ 3 ] 贺北方, 刘正才. 灰色系统理论方法与应用 [ M ] . 北京: 气象出版社, 1995.

[ 4 ] 贺北方, 吴泽宁, 杨建水. 复杂系统的灰色综合评估研究 [ J ] . 郑州工业大学学报, 1999, 20 ( 1 ) : 46—49.

Water Quality Evaluation Method Based on Gray Clustering Decision

HE Bei fang<sup>1</sup>, WANG Xiao yu<sup>2</sup>, HE Xiao ju<sup>2</sup>, MA Xi xia<sup>1</sup>, LIU Yi feng<sup>1</sup>

( 1. College of Environmental & Hydraulic Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China ; 2. Yellow River Engineering Bureau of Henan, Zhengzhou 450045, China )

**Abstract :** Gray clustering decision is to turn separate information into gray clustering matrix being used to classify object of study by analyzing calculation for albaton function and gray clustering weight . Based on principle of gray clustering decision , this paper applies gray clustering decision to the water quality evaluation of some city and develops corresponding program using VB . The method and software can be used to evaluate vary sort of water quality . The evaluation result objectively reflects water quality and overcomes the limitation of single factor value that is liable to some factor .

**Key words :** water quality value ; gray system ; albaton function ; clustering ; environment quality