文章编号:1007-6492(2001)03-0078-03

模糊风险计算模型及其应用研究

左其亭，吴泽宁

(郑州大学环境与水利学院,河南 郑州 450002)

摘 要：基于模糊概率、风险分析计算方法,从定量的角度对带有模糊性的风险问题进行了研究,提出了模糊风险率、模糊风险度的概念及计算模型,并应用于洪水风险分析实践中,是对现有风险分析方法难以处理模糊性的有益补充.

关键词：风险分析；模糊性；模糊风险；模型

中图分类号：O 159；O 231.2 **文献标识码**：A

0 引言

客观世界广泛存在模糊性,已基本被人们所共识.自从 L.A.Zadeh 教授于 1965 年首创模糊数学以来,处理模糊性的模糊数学得到飞速发展,并已广泛应用于自然科学和社会科学各个领域.

正是由于客观世界中存在着随机性、模糊性等不确定性因素,致使人们不能准确预测未来事件发生的后果及其可能性大小.也就是说,常使事件冒一定的风险.如洪水灾害、干旱灾害、地震灾害、台风灾害、战争以及股市下跌、经济突然滑坡等等.

现有的风险分析方法主要是针对随机性,采用概率统计方法,来定量描述风险出现的概率(即风险率)和风险的变异性(即风险度).针对模糊性处理的风险计算模型还比较少见.鉴于此,本文在实践的基础上,提出了模糊风险的计算模型.

1 模糊概率计算

普通事件 A 的概率 $P(A)$ 可以表达为

$$P(A)=\int_A \mathrm{d}p\ , \qquad (1)$$

或

$$P(A)=\sum_{x_i\in A}p(x_i)\ , \qquad (2)$$

$$P(A)=\int \chi_A(x)\mathrm{d}p=E(\chi_A(x))\ . \qquad (3)$$

式中：$\chi_A(x)$ 为 A 的特征函数；$E(\cdot)$ 为期望值.

模糊事件的模糊概率 $P(\underset{\sim}{A})$ 可以表达为

$$P(\underset{\sim}{A})=\int_U \mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\mathrm{d}p=E(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x))\ , \qquad (4)$$

或

$$P(\underset{\sim}{A})=\sum_{x_i\in \underset{\sim}{A}}\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)p(x_i)\ . \qquad (5)$$

式中：U 为模糊子集；$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$ 为 $\underset{\sim}{A}$ 的隶属度函数；$p(x_i)$ 为 x_i 对应的概率.

2 模糊风险计算模型

2.1 风险的概念及度量方法

由于客观世界的复杂性和人类认识的局限性,人类活动和决策都不可避免地伴随着不确定性的影响,因而不可避免地冒一定风险.如洪水灾害、地震、战争、经济突然滑坡等等.

关于风险的定义有许多种,可以从不同角度来对风险进行定义.比如,从探讨风险与损失之间的联系入手,定义风险是产生损失的可能性;从某种程度的损失产生的概率入手,定义风险是产生某种程度损失的机会.无论是哪种定义,都承认风险是由不确定性因素引起的.风险具有三个基本的特征:客观性、损失性和不确定性.

在风险分析中,对风险出现的可能性及大小有两种度量方法:一种是基于风险出现的概率,采用"风险率"度量;一种是基于风险的变异性测度,采用"风险度"度量.

收稿日期:2001-05-20;**修订日期**:2001-07-10

基金项目:国家重点基础研究发展规划项目(G199904360805)

作者简介:左其亭(1967-),男,河南省固始县人,郑州大学讲师,博士,主要从事区域水资源与环境管理方面的研究.

2.1.1　风险率计算

根据事件 A 的性质,有两种确定方法:

一种是,如果事件 A 为“失事事件”(如洪水),则事件 A 的风险率就是事件 $A2$ 的概率.即

$$FP = P(A)\ ; \tag{6}$$

另一种是,如果事件 A 为“安全事件”(如可供水量),则事件 A 的风险率计算式为

$$FP = 1 - P(A)\ . \tag{7}$$

2.1.2　风险度计算

期望值计算式为

$$E(x) = \sum_{x_i \in A} x_i p(x_i)\ ,$$

或

$$E(x) = \int_A x f(x)\mathrm{d}x\ .$$

式中:x_i,$P(x_i)$为离散型风险变量及相应的概率;$f(x)$为连续型风险变量的密度函数.

标准差计算式为

$$\sigma = \sqrt{D(x)} = \sqrt{E(x - \bar{x})^2}\ ;$$

风险度(即变异系数)计算式为

$$FD = \frac{\sigma}{E(x)}\ . \tag{8}$$

2.2　模糊风险计算模型

将模糊概率计算方法引进到风险率、风险度计算中去,可得到模糊风险的计算模型.

2.2.1　模糊风险率计算

设模糊事件 $\underset{\sim}{A}$ 的模糊概率为 $P(\underset{\sim}{A})$,则模糊风险率的计算也有两种情况:

一种是,如果模糊事件 $\underset{\sim}{A}$ 为“失事事件”(如洪水),则模糊事件 $\underset{\sim}{A}$ 的模糊风险率就是模糊事件 $\underset{\sim}{A}$ 的概率.即

$$FP(\underset{\sim}{A}) = P(\underset{\sim}{A})\ ; \tag{9}$$

另一种是,如果模糊事件 $\underset{\sim}{A}$ 为“安全事件”(如可供水量),则模糊事件 $\underset{\sim}{A}$ 的模糊风险率计算式为

$$FP(\underset{\sim}{A}) = 1 - P(\underset{\sim}{A})\ . \tag{10}$$

关于 $P(\underset{\sim}{A})$ 的计算如上介绍.

2.2.2　模糊风险度计算

模糊事件 $\underset{\sim}{A}$ 的期望值为

$$E(\underset{\sim}{A}) = \frac{\int_U x\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\mathrm{d}p}{\int_U \mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\mathrm{d}p} = \frac{\int_U x\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\mathrm{d}p}{P(\underset{\sim}{A})}\ ;$$

或

$$E(\underset{\sim}{A}) = \frac{\sum_{x_i \in \underset{\sim}{A}} x_i\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)p(x_i)}{P(\underset{\sim}{A})}\ .$$

方差定义为

$$\sigma^2(\underset{\sim}{A}) = \frac{1}{P(\underset{\sim}{A})}\int_U (x - E(\underset{\sim}{A}))^2\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\mathrm{d}x = E(\underset{\sim}{A}^2) - (E(\underset{\sim}{A}))^2.$$

其中,

$$E(\underset{\sim}{A}^2) = \frac{1}{P(\underset{\sim}{A})}\int_U x^2\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\mathrm{d}p\ .$$

模糊事件 $\underset{\sim}{A}$ 的模糊风险度定义为

$$FD(\underset{\sim}{A}) = \frac{\sqrt{\sigma^2(\underset{\sim}{A})}}{E(\underset{\sim}{A})} = \frac{\sqrt{\frac{1}{P(\underset{\sim}{A})}\int_U (x - E(\underset{\sim}{A}))^2\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\mathrm{d}x}}{\frac{\int_U x\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\mathrm{d}x}{P(\underset{\sim}{A})}} = \frac{\sqrt{E(\underset{\sim}{A}^2) - (E(\underset{\sim}{A}))^2}}{E(\underset{\sim}{A})}\ . \tag{11}$$

2.3　应用实例

为了说明模糊风险分析的应用,下面列举某河流洪水风险分析的一个具体应用实例(已概化).

根据某水文站观测的河流瞬时流量(单位:m^3/s),进行流量概率统计.为了计算的方便,根据实际情况,把流量值分成区间:(0,150),(150,250),(250,350),(350,450),(450,∞),并用代表流量值分别代表各区间,对应为 100,200,300,400,500.多年统计得到的概率值如表 1 所示.

表 1　代表流量值及其对应的概率

Table 1　Typical discharges of a river and their probability

i	1	2	3	4	5
x_i	100	200	300	400	500
$p(x_i)$	0.7	0.1	0.1	0.05	0.05

针对该河流,把流量大于 400 m^3/s 的称为大洪水,在 200~400 m^3/s 区间为小洪水.定义的“大洪水”隶属度为

$$\underset{\sim}{A} = 0/100 + 0/200 + 0.5/300 + 1/400 + 1/500;$$

利用式(5),则 $\underset{\sim}{A}$ 的模糊概率为

$$P(\underset{\sim}{A}) = 0.7 \times 0 + 0.1 \times 0 = 0.1 \times 0.5 + 0.05 \times 1 = 0.15;$$

则,$\underset{\sim}{A}$ 的模糊风险率为

$$FP(\underset{\sim}{A}) = P(\underset{\sim}{A}) = 0.15\ ;$$

$\underset{\sim}{A}$ 的期望值为

$$E(\underset{\sim}{A}) = (100 \times 0 \times 0.7 + 200 \times 0 \times 0.1 + 300 \times 0.5 \times 0.1 + 400 \times 1 \times 0.05 + 500 \times 1 \times 0.05)/0.15 = 400;$$

$\underset{\sim}{A}$的方差为

$$\sigma^2(\underset{\sim}{A}) = (100^2 \times 0 \times 0.7 + 200^2 \times 0 \times 0.1 + 300^2 \times 0.5 \times 0.1 + 400^2 \times 1 \times 0.05 + 500^2 \times 1 \times 0.05)/0.15 - 400^2;$$

$\underset{\sim}{A}$的模糊风险度为

$$FD(\underset{\sim}{A}) = \frac{\sqrt{6666.67}}{400} = 0.204 .$$

现假设不考虑“模糊性”，再来计算其风险．根据式(2)，计算得“大洪水” A(即流量大于 400 m^3/s)的概率

$$P(A) = 0.05 + 0.05 = 0.1 ,$$

与考虑“模糊性”的计算结果比较，显然 $P(\underset{\sim}{A}) > P(A)$．主要原因是，后者把“400”作为一个严格的分类界限，没有考虑接近 400 的大洪水的情况．也就是说，后者把风险的可能性估计的偏小．

再来计算 A 的风险度．“大洪水”A 的期望值为

$$E(A) = \frac{400 \times 0.05 + 500 \times 0.05}{0.1} = 450 ;$$

A 的方差为

$$\sigma(A) = \frac{400^2 \times 0.05 + 500^2 \times 0.05}{0.1} - 450^2 = 2500;$$

A 的风险度为

$$FD(A) = \frac{\sqrt{2500}}{450} = 0.111 .$$

与考虑“模糊性”的计算结果比较，显然 $FD(\underset{\sim}{A}) > FD(A)$．同样是由于后者把“400”作为一个严格的分类界限，没有考虑接近 400 的大洪水的情况．即，后者把风险出现的变异性测度估计的偏小．

总之，由于考虑了“洪水”不同量级隶属度(即模糊性)的作用，使计算结果更合理．

3 结束语

(1) 客观世界广泛存在模糊性，它是不确定性的一种．正是由于随机性、模糊性等不确定性因素的存在，常致使“事件”带有一定的风险．现有的风险分析方法主要是针对随机性，采用概率统计方法，来定量描述风险概率和风险度．针对模糊性处理的风险计算模型还比较少见．针对这一现状，本文主要讨论带有模糊性的风险问题．

(2) 本文基于模糊概率、风险分析计算方法，提出了模糊风险率、模糊风险度的概念及计算模型，并应用于洪水风险分析实践中．通过实例应用对比，可以看出，由于在风险分析中考虑客观存在的模糊性，使含有模糊性的“事件”风险分析更客观，是对现有风险分析方法难以处理模糊性的有益补充．

参考文献：

[1] 韩立岩，汪培庄．应用模糊数学[M]．北京：首都经济贸易大学出版社，1998．

[2] 王丽萍，傅 湘．洪灾风险及经济分析[M]．武汉：武汉水利电力大学出版社，1999．

[3] 王文杰．概率论与数理统计[M]．武汉：华中理工大学出版社，1995．

[4] 王清印，王峰松，左其亭，等．灰色数学基础[M]．武汉：华中理工大学出版社，1996．

[5] 左其亭，马军霞．地下水系统中的不确定性信息及其处理方法[J]．水文地质工程地质，1994(5)：41－43．

Fuzzy Risk Computation Model and Its Applications

ZUO Qi－ting, WU Ze－ning

(College of Environmental & Hydraulic, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: Risk analysis is a hotspot of study on uncertainty at present. Fuzzy, which extensively exist in the world, is one type of uncertainty. Study on fuzzy risk analysis is the main content of this paper. On the basis of fuzzy probability and risk analysis, the paper puts forward the concepts of fuzzy risk probability and fuzzy risk degree and their computation models. And introduces their applications in flood risk analysis. It is useful for risk analysis method to process fuzzy information.

Key words: Risk analysis; Fuzzy; Fuzzy risk; Model