文章编号:1007-6492(2001)03-0051-02

基于物元可拓性的物元可拓域

左　静

(郑州大学工程力学系,河南 郑州 450002)

摘　要:在实际问题中,集合的元素有许多其他特性,因而可用物元表示元素,将一般可拓集合转化为物元可拓集合.物元具有可拓性,每一种可拓性都可以确定一种变换.在一定的条件下,这种变换可以确定物元可拓集合的可拓域,从而为确定一般可拓集合的可拓域提供了依据.通过研究物元的可拓性与物元可拓集合的可拓域之间的关系,得到了两种确定物元可拓域的途径.

关键词:可拓集合;可拓域;物元

中图分类号:N 94*　　**文献标识码**:A

0　引言

可拓域为解不相容问题提供了依据.如何寻求可拓域,是可拓集合论的一个重要研究课题.可拓域由变换确定,而变换的寻求具有相当的灵活性和技巧性,目前仍是一个难点.本文探讨了根据元素自身性质寻求可拓域的方法.

1　可拓集合及其对论域元素的分类特点

定义1[1,2]　设 U 为论域,k 是 U 到实域 I 的一个映射,称

$$\tilde{A}=\{(u,y)\mid u\in U,y=k(u)\}$$

为论域 U 上的一个可拓集合,$y=k(u)$ 为 $\tilde{A}$ 的关联函数.称

$A=\{u\mid u\in U,k(u)\geq 0\}$ 为 $\tilde{A}$ 的正域;

$\bar{A}=\{u\mid u\in U,k(u)\leq 0\}$ 为 $\tilde{A}$ 的负域;

$J_0(\tilde{A})=\{u\mid u\in U,k(u)=0\}$ 为 $\tilde{A}$ 的零界.

记 U 上的可拓集合的全体为 $\mathcal{E}(U)$.

定义2[1,2]　设 $\tilde{A}\in\mathcal{E}(U)$,$T$ 是变换,且 $TU\subset U$,称

$$\underset{\bullet}{A}(T)=\{u\mid u\in U,k(u)\leq 0,k(Tu)\geq 0\}$$

为 $\tilde{A}$ 的关于 u 变换 T 的可拓域.

由上述定义可见,可拓集合对于论域 U 之元素关于 U 的子集 A 的属性区分原则为[3]:

$u\in A$,但在变换 T 下,$Tu\in A$,或 $Tu\notin A$,或 $Tu\in J_0(\tilde{A})$;

或 $u\notin A$,但在变换 T 下,$Tu\in A$,或 $Tu\notin A$,或 $Tu\in J_0(\tilde{A})$;

或 $u\in J_0(\tilde{A})$,但在变换 T 下,$Tu\in A$,或 $Tu\notin A$,或 $Tu\in J_0(\tilde{A})$.

可拓集合拓展了原有集合(Cantor 集合、Fuzzy 集合)论对论域元素属性的分类原则,把仅对论域元素关于某种属性进行是与非区分拓展到对元素关于这种属性的是与非的可转换性区分,并明确承认关于这种属性的既是又非元素的存在.而这种关于某种属性的是与非的可转换性往往是解不相容问题和开拓性问题的重要依据.因此,确定可拓域是可拓集合论研究中的一个重要课题.

2　物元的可拓性与物元可拓域

定义3[1,2]　给定物元集 W 和可拓集合 $\tilde{A}$:

$$W=\{R\}=\{R\mid R=(N,c,v),N\in U,v\in V\};$$

$$\tilde{A}=\{(v,y)\mid v\in V,y=k(v)\}.$$

称 $\tilde{A}(R)=\{(R,y)\mid R\in W,y=k(R)=k(v)\}$ 为 W 上的一个物元可拓集;称

$A(R)=\{R\mid R\in W,k(R)\geq 0\}$ 为 $\tilde{A}(R)$ 的正域;

$\bar{A}(R)=\{R\mid R\in W,k(R)\leq 0\}$ 为 $\tilde{A}(R)$ 的负域.

记 W 上的物元可拓集合的全体为 $\mathcal{E}(W)$.

定义4[1,2]　设 $\tilde{A}(R)\in\mathcal{E}(W)$,$T$ 是物元变换,$TW\subset W$,称

$$\underset{\bullet}{A}(R)(T)=\{R\mid R\in W,k(R)\leq 0,k(TR)\geq 0\}$$

为 $\tilde{A}(R)$ 关于变换 T 的物元可拓域.

收稿日期:2001-05-10;修订日期:2001-06-28

基金项目:河南省软科学研究计划项目(005014700)

作者简介:左　静(1955-),女,江苏省镇江市人,郑州大学副教授,主要从事可拓学及系统工程方面的研究.

根据定义 3,一般情形下,当 W 上的可拓集合 $\tilde{A}(R)$ 确定后,$\tilde{A}(R)$ 的物元可拓域由 W 上的变换 T 确定.由于基本的物元变换与物元的可拓性是相互确定的,因此,下述命题给出了在一定条件下,根据 W 中物元的可拓性,判定物元可拓域的存在性和寻求物元可拓域的途径.

命题 设有物元集 $W=\{R \mid R=(N,c,v), N \in U, v \in V\}$ 和 V 上可拓集合 $\tilde{A}=\{(v,y) \mid v \in V, y=k(v)\}$,且 $\tilde{A}$ 的正域为 $A=\{v \mid v \in V, k(v) \geq 0\}$;$\tilde{A}$ 的负域为 $\bar{A}=\{v \mid v \in V, k(v) \leq 0\}$;$\tilde{A}$ 确定 W 上的物元可拓集合 $\tilde{A}(R)$;$\tilde{A}(R)$ 的正域为 $A(R)$;负域为 $\dot{A}(R)$.那么,

(1) 对于 $R=(N,c,v) \in \dot{A}(R)$,当 $\{R_{N,c}\} \subset W$ 且 $\{R_{N,c}\} \neq \phi$ 时,如果存在 $v' \in \{v_{N,c}\}$ 满足 $v' \in A$,则存在变换 T_1,使得 $T_1(R)=(N,c,v') \in A(R)$.记具有此性质的 R 的全体为 W_1,则 $W_1=\underset{\cdot}{A}(R)(T_1)$ 是 $\tilde{A}(R)$ 的可拓域.

(2) 对于 $R=(N,c,v) \in \dot{A}(R)$,当 $R/\{R_1, R_2, \cdots, R_n\}$,$R_i=(N_i,c,v_i) \in W$,$i=1,2,\cdots,n$,$N=N_1+N_2+\cdots+N_n$,$v=v_1+v_2+\cdots+v_n$ 时,如果有 $R_i=(N_i,c,v_i) \in A(R)$,$i=1,2,\cdots,n$,使得 $R=R_1+R_2+\cdots+R_n$,则存在变换 T_2,使得 $T_2(R) \in A(R)$.记具有此性质的 R 的全体为 W_2,则 $W_2=\underset{\cdot}{A}(R)(T_2)$ 是 $\tilde{A}(R)$ 的可拓域.

证明:(1) 取 $T_1(R)=\begin{cases} T_v(R), R \in W_1; \\ e(R), R \notin W_1, \end{cases}$

其中,T_v 为置换变换;e 为幺变换,则有对于任意的 $R \in W_1$,存在 $v' \in \{v_{N,c}\}$,$T_v(v)=v'$,使得 $T_v(R) \in A(R)$,于是有 $k(T_1(R))=k(T_v(R))=k(v') \geq 0$,所以 $W_1=\underset{\cdot}{A}(R)(T_1)$.

(2) 取 $T_2(R)=$

$$\begin{cases} T_{R/}(R)=\{R_1,R_2,\cdots,R_n\}, R \in W_2; \\ e(R), R \notin W_2, \end{cases}$$

其中,$T_{R/}$ 为聚分变换,则有对于任意的 $R \in W_2$,存在 $R_i \in A(R)$,$i=1,2,\cdots,n$,使得 $T_2(R)=\{R_1,R_2,\cdots,R_n\}$,而 $k(R_i) \geq 0$,$i=1,2,\cdots,n$,从而 $k(T_2(R))=k(T_{R/}R) \geq 0$,所以

$$W_2=\underset{\cdot}{A}(R)(T_2).$$

上述命题给出了利用物元的可置换性和可聚分性确定物元可拓域的依据.对于物元可拓性中的可组分性和可和性等,也有类似的性质,但情形较复杂,将另文探讨.

参考文献:

[1] 蔡 文.物元模型及其应用[M].北京:科学技术文献出版社,1994.

[2] 蔡 文.可拓论及其应用[J].科学通报,1999,44(7):673-682.

[3] 左 静.Extension 集合辨析[J].郑州工业大学学报,2001,22(2):20-22.

Extensive Domain Based on Extension of Matter - element

ZUO Jing

(Department of Engineering Mechanics, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: In practice, the elements of a set have many other characters, so they can be expressed by matter - elements and a generic extension set can be transformed a matter - element extension set. Matter - element has extensibility. Every sort of extensibility of matter - element can determine a transformation. The transformation can determine an extension field of matter - element set under given conditions. The extension field provides basis for looking for the extension fields of the generic extension set. By studying the relations of the extensibility of matter - element with the extension field of a matter - element extension set, two ways to determine the extension field are obtained.

Key words: Extension set; Extensive domain; Matter - element