

文章编号 :1007 - 649X(2001)02 - 0073 - 04

# 轻型门式刚架的平面内稳定系数计算

刘朝宏,李 天

(郑州工业大学土木建筑工程学院,河南 郑州 450002)

摘 要:针对现行规范或规程对轻型门式刚架设计中有关稳定系数取值的局限,用有限单元法对门式刚架进行平面内弹性稳定的整体分析,所得变截面柱在刚架平面内的计算长度系数,不受传统设计中刚架结构形式和荷载作用条件的限制,利用等效转动刚度的概念,对楔形梁在刚架平面内的换算长度系数进行了讨论,在大量算例分析的基础上,指出换算长度系数与变截面构件几何尺寸及内力之间的变化关系,以供结构设计人员参考。

关键词:门式刚架;稳定性;变截面构件;计算长度;临界荷载

中图分类号:TU 311.2 文献标识码:A

## 0 引言

近二十几年来,随着国民经济的增长,我国的钢产量逐年提高,高层钢结构、大跨度钢结构和轻型钢结构在我国获得前所未有的发展,其中轻型钢结构以其经济、快速、高效的优点在工业厂房、仓库、超市建筑中倍受青睐。山形门式钢刚架结构体系作为轻型钢结构工业建筑的主要形式已获得了较为广泛的应用<sup>[1,2]</sup>。轻型门式刚架结构通常由变截面柱和分段变截面梁组成,这样的截面布置方式可以与作用在构件上的弯矩或剪力相配合,以达到节省钢材的目的,但对于刚架稳定性而言,变截面柱的欧拉临界荷载比等截面柱(腹板高度取前者平均值)要低,因此,安全、经济、合理地设计门式刚架,需要对其稳定性进行深入的研究。

对于门式刚架结构来说,它是由各个杆件组成的一个整体,其在荷载作用下的稳定性是结构的整体稳定性,应按整体结构进行分析。然而,目前在设计各种钢框架结构时,是通过计算柱子的稳定性来代替框架的稳定性。钢结构设计规范 GBJ 17-88<sup>[3]</sup>附表 4.1、4.2 及 GBJ 18-87<sup>[4]</sup>附表 3.4.1、3.4.2 的计算长度系数  $\mu$  是在对称框架承受柱顶对称荷载的条件下得到的,当条件不同时(横梁有轴力、荷载不对称等),该计算长度系数  $\mu$  就不能确切反映刚架的稳定状况。此时,通过有限

元法对刚架进行整体稳定分析来确定刚架设计中的各种稳定系数或参数是非常方便的。

## 1 稳定问题中线性屈曲的求解

在平面刚架的弹性稳定分析中,设刚架处于随遇平衡的弯曲变形状态,将刚架体系中各单元的弹性、几何刚度矩阵分别集合成整体刚度矩阵后,可以得到方程

$$\{F\} = ([K_E] + [K_G])\{\Delta\}, \quad (1)$$

式中  $[K_E]$  和  $[K_G]$  分别是刚架的整体弯曲刚度矩阵和几何刚度矩阵,  $\{\Delta\}$  为刚架结点位移向量。

将式(1)稍作变换:

$$\{\Delta\} = ([K_E] + [K_G])^{-1}\{F\}. \quad (2)$$

在线性屈曲问题中,单元杆端力与外荷载是成比例的,所以  $[K_G]$  的值依赖于单元杆端力即外荷载的大小。在参考荷载向量  $\{F^*\}$  作用下,结构的几何刚度矩阵为  $[K_G^*]$ 。令结构屈曲时的荷载为  $\lambda\{F^*\}$ ,整体几何刚度矩阵也相应变为  $\lambda[K_G^*]$ 。如果我们约定构件受压为正,则结构屈曲时,有

$$([K_E] - \lambda[K_G^*])\{\Phi^*\} = 0, \quad (3)$$

结构屈曲时,结构的刚度为零,位移趋向于无限大,由式(3)可得

$$|[K_E] - \lambda[K_G^*]| = 0, \quad (4)$$

式(4)给出了屈曲条件的基本形式。

收稿日期:2001-01-11;修订日期:2001-03-06

基金项目:河南省自然科学基金资助项目(994040800)

作者简介:刘朝宏(1974-),男,湖南省常德市人,郑州工业大学硕士研究生。

方程(3)是一个广义特征值问题,其特征向量代表着结构的屈曲模式,记最小特征值为 $\lambda_1$ ,则结构相应的临界荷载向量为

$$\{F_{cr}\} = \lambda_1 \{F^*\}. \quad (5)$$

在结构屈曲问题中,我们感兴趣的是临界荷载与屈曲模态,故本程序将采用求解最小特征值的逆幂法进行有限元稳定计算.

## 2 变截面柱在刚架平面内的计算长度系数

在实际工程设计时,国内外规范均采用将变截面构件等效为一等截面构件,然后再按等截面构件进行稳定计算<sup>[2]</sup>.这时,稳定计算就变成如何选取等效等截面及等效截面构件的平面内稳定计算长度系数如何取值.

对单跨门式刚架,其变截面边柱一般下端铰接,上端与横梁刚接.为了研究方便,刚架屋面坡度不大时,在保证横梁对变截面柱提供的约束不变的前提下,可将斜梁简化为一等效水平梁,这样,就可用如图1所示的刚架在柱顶对称荷载作用下的屈曲荷载来考察变截面刚架柱在横梁约束下的计算长度系数.

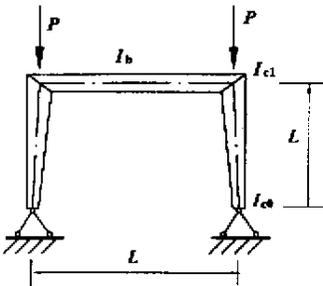


图1 刚架柱的失稳

Fig.1 Instability of frame column

在求出了图1刚架平面内整体失稳的屈曲荷载 $P_{cr}$ 后,根据等屈曲荷载的原则,确定杆件的等效计算长度系数.变截面柱以小头截面为等效截面的平面内整体稳定计算长度系数为

$$\mu_\gamma = \sqrt{\frac{\pi^2 EI_{c0}}{P_{cr} H^2}}, \quad (6)$$

式中, $\mu_\gamma$ 为变截面柱的计算长度系数; $I_{c0}$ 为小头截面的惯性矩.

对常用变截面构件,将其在 $x$ 处的截面抗弯刚度量表达为具有较高计算精度的式(7):

$$I_{cx} = I_{c0} \left(1 + \gamma \frac{x}{H}\right)^n, \quad (7)$$

式中: $H$ 为变截面构件长度; $\gamma$ 为构件楔率; $x=0$

$\sim H$ ;  $n$ 为变截面构件的形状参数,对常用工字型变截面构件,当只变化截面高度而其它参数不变时,通常取为 $n=2.1 \sim 2.6$ .因此,对变截面构件的惯性矩,以其小头截面来描述时,必须参考两个参数 $\gamma, n$ .又由于楔率实际反映的是构件截面高度变化大小, $\gamma = (d_1/d_0) - 1$ ,所以也可用参数 $I_{c1}/I_{c0}$ (柱大头截面惯性矩与小头截面惯性矩的比值)及 $n$ 来描述其惯性矩.规范GBJ 18-87<sup>[4]</sup>用贝赛尔函数获得了变截面实腹式刚架柱的计算长度系数,结果表明, $n=2.0$ 和 $n=2.4$ 时差别不大.

关于刚架梁对变截面柱转动的约束,规程CECS 102:98<sup>[5]</sup>定义为

$$K = \frac{I_{c1}/H}{I_{b0}/L}, \quad (8)$$

这样,变截面柱的平面内稳定计算长度系数应该是 $I_{c1}/I_{c0}$ 和 $K$ 的函数:

$$\mu_\gamma = f(I_{c1}/I_{c0}, K). \quad (9)$$

算例1 对图1所示柱顶有侧移变截面门式刚架,考虑梁柱线刚度比 $K=0.1 \sim 10$ ,变截面柱截面惯性矩比 $I_{c1}/I_{c0}=1 \sim 50$ .用本文有限元程序按式(6)的计算结果与规范GBJ 18-87<sup>[4]</sup>,CECS 102:98<sup>[5]</sup>,GBJ 17-88<sup>[3]</sup>给出的计算表格的比较如表1所示(程序中将每个刚架构件等分为4个单元).

表中的计算结果表明,用本文有限元程序考虑刚架整体失效模式下得到的楔形变截面柱的计算长度系数,与规范计算表格数值相比,二者相差一般在1%以内,最大也不超过2%(这种差别主要是由于截面形状系数 $n$ 的取值不同造成的).所以,算例1验证了本文程序的正确性.同时也说明目前规范所采用的计算长度均为弹性计算的结果.

## 3 变截面梁在刚架平面内的换算长度系数

本文第2部分在研究变截面柱的平面内计算长度系数时,为研究方便,曾将变截面刚架梁等效为等截面梁,等效的前提是二者对柱子提供的转动约束不变.

文献[5]在确定变截面柱的计算长度时,将梁的线刚度定义为 $i_b = EI_{b0}/(2s\Psi)$ , $I_{b0}$ 为梁小端截面惯性矩, $s$ 为半跨斜梁长度,梁换算长度系数 $\Psi$ 需由附录D查图来确定.但附录中提供的系数 $\Psi$ 仅由变截面构件的楔率 $\gamma$ 决定,没有考虑屋面坡

度等影响,当屋面坡度较大或者刚架受有水平力作用时,实际受力状态下的斜梁内有较大的轴向

表 1 柱脚铰接楔形柱平面内稳定计算长度系数(有侧移)

Table 1 The calculating length factor of tapered column with pinned end (be of displacement)

| $I_{c1}/I_{c0}$ | $K$  | $\Psi$ (文献 3~5)] | $\Psi$ (本文程序) | $I_{c1}/I_{c0}$ | $K$  | $\Psi$ (文献 3~5)] | $\Psi$ (本文程序) |
|-----------------|------|------------------|---------------|-----------------|------|------------------|---------------|
| 50.0            | 0.1  | 0.706            | 0.709         | 10.0            | 0.1  | 1.473            | 1.489         |
|                 | 0.3  | 0.553            | 0.555         |                 | 0.3  | 1.100            | 1.099         |
|                 | 0.5  | 0.518            | 0.524         |                 | 0.5  | 1.008            | 1.009         |
|                 | 1.0  | 0.494            | 0.501         |                 | 1.0  | 0.942            | 0.940         |
|                 | 10.0 | 0.475            | 0.482         |                 | 10.0 | 0.869            | 0.878         |
| 33.3            | 0.1  | 0.857            | 0.859         | 5.0             | 0.1  | 2.053            | 2.072         |
|                 | 0.3  | 0.656            | 0.656         |                 | 0.3  | 1.475            | 1.480         |
|                 | 0.5  | 0.612            | 0.617         |                 | 0.5  | 1.341            | 1.339         |
|                 | 1.0  | 0.579            | 0.586         |                 | 1.0  | 1.229            | 1.230         |
|                 | 10.0 | 0.556            | 0.560         |                 | 10.0 | 1.140            | 1.132         |
| 14.3            | 0.1  | 1.265            | 1.266         | 1.0             | 0.1  | 4.46             | 4.455         |
|                 | 0.3  | 0.942            | 0.946         |                 | 0.3  | 3.01             | 3.008         |
|                 | 0.5  | 0.873            | 0.869         |                 | 0.5  | 2.64             | 2.635         |
|                 | 1.0  | 0.820            | 0.815         |                 | 1.0  | 2.33             | 2.328         |
|                 | 10.0 | 0.765            | 0.767         |                 | 10.0 | 2.03             | 2.034         |

将图 2 所示的变截面梁等价于如图 3 所示的等截面梁。

由此可知,斜梁的换算长度系数  $\Psi$  与  $\alpha, \gamma_1, \gamma_2, P$  都有关系,若令

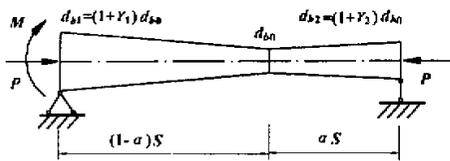


图 2 变截面斜梁  
Fig.2 Tapered beam

$$P_{Eb0} = \frac{\pi^2 EI_{b0}}{s^2}$$

以为小头截面为准,长度为  $s$  的等直梁的欧拉荷载,则可用  $P/P_{Eb0}$  来衡量轴向力的大小。

于是

$$\Psi = f(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, P/P_{Eb0}). \quad (13)$$

算例 2 有侧移失稳的轻型门式刚架,其变截面斜梁如图 2 所示。对梁的小头截面,焊接工字钢的翼缘板统一取 200 mm × 10 mm,截面高和腹板厚分别取两组数值 250 mm × 5 mm, 300 mm × 8 mm。用本文的有限元程序经大量计算,验证了式(13)的适用性,部分计算结果如图 4 所示。

图 4 曲线表明:变截面斜梁的楔率  $\gamma$  并不是决定梁在刚架平面内换算长度系数的唯一因素;梁内轴向力的大小对系数  $\Psi$  的影响较为明显,对  $\alpha = 0.5$  的楔形梁,梁内无轴力( $P/P_{Eb0} = 0.0$ )及梁所受轴力较大( $P/P_{Eb0} = 0.5$ )时该梁换算长度系数最大相差可达 25%;由图还可知,轴力对系数  $\Psi$  的作用情况,因构件楔率  $\gamma$  变化而不同,梁截面变化较平缓( $\gamma$  较小)时,系数  $\Psi$  随轴力变化而改变的幅度较大。有限元计算结果还表明,即使对具有同一楔率  $\gamma$  的变截面构件,因其大、小头端面惯性矩比值不同,该构件的换算长度系数也不同,但大多数变化可以控制在 5% 以内。

综上所述,规程 CECS102:98 附录 D 中将楔

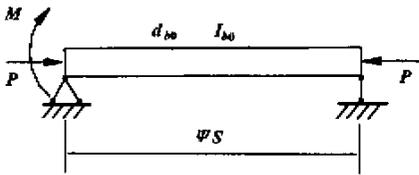


图 3 等效等截面梁  
Fig.3 Equivalent equal-section beam

对于受有轴向力  $P$  作用的变截面梁,用有限元法可求得在端弯矩  $M$  作用下的左端转角  $\theta$ 。则其抗弯刚度为

$$K_Z = M/\theta, \quad (10)$$

对于等截面梁,端弯矩  $M$  作用下可知其近端抗弯刚度为

$$K_Z = 3i = \frac{3EI_{b0}}{\Psi s}, \quad (11)$$

联立式(10)与式(11),可得

$$\text{万方数据 } \Psi = \frac{3EI_{b0}}{(M/\theta)s}, \quad (12)$$

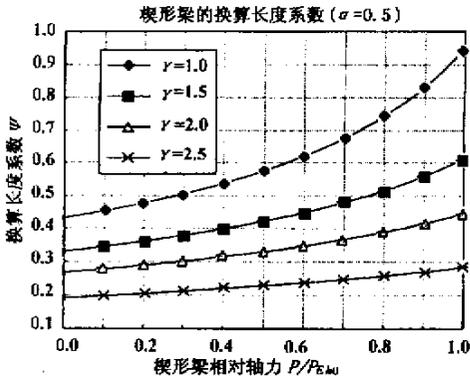


图4 变截面梁换算长度系数的计算结果比较

Fig.4 Compare the results of equated length factor of tapered beam

形梁在刚架平面内的换算长度系数仅用梁截面参数楔率  $\gamma$  表达,在刚架坡度很小的情况下比较合适,当刚架坡度较大时,因横梁内轴向力不能忽略而偏于不安全,这一点应引起足够的重视。

#### 4 结束语

本文用有限元法对轻型门式刚架平面内的弹

性稳定进行计算,在整体稳定分析基础上,得到了变截面构件稳定系数、刚架失稳临界荷载,可以避免现行规范中因结构或荷载条件不同时的种种限制,对楔形梁在刚架平面内换算长度系数的计算结果表明,梁内轴力对换算长度系数数值大小的影响在刚架屋面坡度较大时应予以考虑。有限元法求解刚架稳定问题的特点是:可方便处理各种结构形式、约束和支撑条件;可综合考虑梁柱的相互约束作用;可考虑不同的荷载作用形式等。

#### 参考文献:

- [1] 郭彦林. 轻型钢结构工业厂房的主要形式——山形门式实腹式刚架结构[J]. 工业建筑, 1997(3):28-32.
- [2] 陈绍蕃. 钢结构稳定设计指南[M]. 北京:中国建筑工业出版社, 1995.
- [3] GBJ 17-88, 钢结构设计规范[S].
- [4] GBJ 18-87, 冷弯薄壁型钢结构技术规程[S].
- [5] CECS 102:98, 门式刚架轻型房屋钢结构技术规程[S].

## In-plane Stability Factors Calculating of Light-weight Portal Frame

LIU Chao-hong, LI Tian

(College of Civil & Building Engineering, Zhengzhou University of Technology, Zhengzhou 450002, China)

**Abstract:** This paper aims at the limitation of concerned stability factors of light-weight portal frame specified by the current code, carries out the global analysis of in-plane elastic stability of portal frame with the help of finite element method, the resultant calculating length factor of tapered column may be free from the restriction of structure shape and loading condition of traditional frame design. Then by using the concept of equivalent rotation-stiffness, the in-plane equated length factor of tapered beam is discussed here, a lot of numerical studies are carried out to indicate the variable relationship between the above factor and the geometrical dimension as well as the internal force of tapered member, the analysis results can be useful for those who make structural designs.

**Key words:** portal frame; stability; tapered member; critical load; calculating length