

大型沉井结构施工力学建模及应用

王红霞¹, 黄金枝¹, 苗同臣²

(1. 上海交通大学建筑工程与力学学院 200030; 2. 郑州工业大学数理力学系, 河南 郑州 450002)

摘 要 : 岩土本身的诸多不确定性和沉井施工开挖的不均匀性, 使得沉井在施工过程中的受力计算复杂化. 对沉井下陷施工进行了力学分析, 提出了考虑不均匀开挖时刃脚塌面上土体的极限承载力的计算方法, 并根据耗散函数的拉格朗日方程建立沉井结构下沉的动力学模型, 并用工程实例进行了验证. 结果表明所建立的力学模型可以很好地预测一定开挖量下的下沉量.
关键词 : 沉井 ; 耗散函数 ; 拉格朗日方程 ; 施工控制
中图分类号 : O 322 文献标识码 : A

0 引言

随着人口的增长和技术的发展, 人们对环境问题的重视也与日俱增. 大型沉井的施工技术的研究是城市污水处理等工程的重要环节. 由于大型沉井施工的规模大, 工区岩土性质复杂, 以及周围施工环境条件的不确定性, 使得施工控制的研究成为现代工程施工的综合难题. 传统的控制方法一般是根据在施工中某一时刻、某特定部位的测量数据, 参照施工人员的工程经验进行的, 有一定的盲目性和主观性, 而且反馈信息滞后, 不利于及时、科学地指导施工. 现代控制理论在实际工程中越来越广泛的应用, 为沉井的施工控制研究提供了借鉴. 为此, 如何确定沉井施工过程中的力学模型, 成为运用控制理论指导施工的基础. 本文旨在为沉井施工控制进一步的研究建立一个有效的动力学模型. 所建模型在某工程应用中得到了验证.

1 沉井下陷过程中的受力分析

沉井下陷是通过自重和开挖井内的土体以减少井壁侧摩阻力来实现的^[1]. 下沉过程中受到的力有侧摩阻力 R_f , 刃脚反力 R_j 及沉井的自重 G .

1.1 侧摩阻力的计算

根据沉井模型试验的可知, 沉井在下陷过程中, 土压随下沉施工的进行不断变化. 当沉井开始

下沉时, 土压随着深度仅在浅部有所增加, 当深度达到某一数值时, 土压值趋于常数. 一般假定: 从地表到 5 m 深度范围内, 单位摩擦力按直线规律由零增长至最大值, 在深度达 5 m 以后, 趋于常数 (如图 1 所示). 因此, 单位摩擦力随井深成梯形分布^[2].

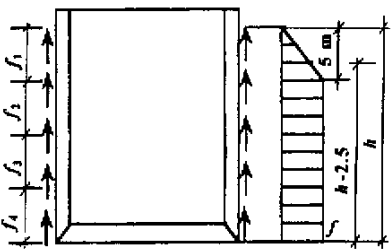


图 1 沉井侧摩阻力分布图

Fig.1 Side friction distribution of extra caisson

井内刃脚踏面以上土体深度在 1 m 左右, 因此沉井下陷中受到的侧摩阻力为

$h < 5 \text{ m}$ 时,

$$R_f = \frac{1}{2} \frac{h}{5} f h U_1 + \frac{1}{2} \frac{f}{5} h_1 h_1 U_2 = \frac{1}{10} U_1 f h^2 + \frac{1}{10} U_2 f h_1^2 ; \tag{1}$$

$h > 5 \text{ m}$ 时,

$$R_f = U_1 (h - 2.5) f + \frac{1}{2} \frac{f}{5} h_1 h_1 U_2 = U_1 (h - 2.5) f + \frac{1}{10} U_2 f h_1^2 , \tag{2}$$

收稿日期 2001 - 02 - 07 ; 修订日期 2001 - 03 - 11

基金项目 : 上海市市政工程科技发展基金项目 (990466)

作者简介 : 王红霞 (1970 -), 女, 浙江省开化县人, 上海交通大学博士研究生, 主要从事结构力学计算及结构动力分析方面的研究.

式中: U_1 为沉井外壁周长; U_2 为沉井内壁周长; 为沉井的入土深度; h_1 为井内刃脚踏面以上砂或土的高度; f 为单位面积摩擦阻力的加权平均值, kPa, 按规范取值; $h_1 = h - h_e$, h_e 为开挖深度。

1.2 刃脚反力的计算

刃脚于任意深度下土的极限承载力 R_{mp} , 施工中可以根据传感器或压力盒不断得到的刃脚踏面土压力值来推算刃脚下方土体的极限承载力, 也可以经过一定的简化处理, 参照地基极限承载力的计算方法, 可用极限平衡理论推导出。为方便, 作以下假设^[3]:

(1) 当地基发生整体剪切破坏时, 假设滑弧为对数螺旋线, 则滑动面由直线 AD 、对数螺旋线 DC 和直线 CB 组成, AD 与水平面的夹角为 $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, CB 与水平面的夹角为 $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$, φ 为土的内摩擦角, 如图 2 所示。

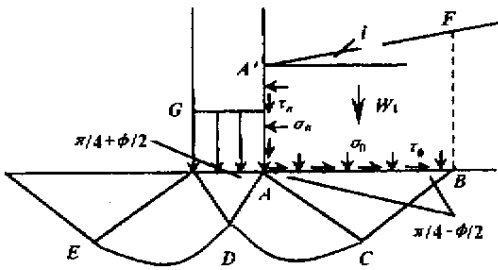


图 2 刃脚踏面极限承载力分析图

Fig.2 Diagram of ultimate bearing on blade-edge

(2) 井壁侧面 AA' 与土之间的相互作用以及井内刃脚踏面以上土体重量的影响, 可由 AB 平面上的等代应力 σ_0 和 τ_0 来代替。

(3) 假定井壁内侧面上的法向压力 σ_a 按静止土压力分布, 若井壁侧面与土之间的摩擦角为 δ , 则作用于井壁上的平均法向应力 σ_a 和切向应力 τ_a 为

$$\sigma_a = \frac{1}{2} k_0 \gamma h_1; \quad (3)$$

$$\tau_a = \sigma_a \tan \delta = \frac{1}{2} k_0 \gamma h_1 \tan \delta, \quad (4)$$

式中: k_0 为土的静止侧压力系数, 对正常固结的粘性土, 可采用 Brooker 推出的经验公式: $k_0 = 0.95 - \sin \varphi$; γ 为井内土体的容重; h_1 为井内刃脚踏面以上一侧砂或土的高度。考虑不均匀开挖, 井内土体在两侧的开挖深度有误差, 假设井内土面与刃脚踏面有一倾角 i 。

根据极限平衡理论, 可以推得刃脚反力^[1]:
万方数据

$$R_j = K_{mp} \left\{ \frac{\cos^2(45^\circ + \varphi/2)}{2 \sin \varphi} \cdot e^{\pi \tan \varphi} k_0 \mathcal{H}(h_1 + d \tan i)^2 + h_1^2 \tan \delta + \frac{\gamma}{2} (2h_1 + d \tan i) \right\} N_q U b + K_{mp} \left(c N_c + \frac{1}{2} \gamma b N_\gamma \right) U b, \quad (5)$$

$$\text{其中: } N_q = \frac{(1 + \sin \varphi) e^{\pi \tan \varphi}}{1 - \sin \varphi \sin(2\eta + \varphi)}; \\ N_c = (N_q - 1) c \tan \varphi; \\ N_\gamma = (N_q - 1) \tan 1.4 \varphi; \\ \frac{1 - \sin \varphi \sin(2\eta + \varphi)}{\cos(2\eta + \varphi)} = \left(1 + \frac{c}{\tau_0}\right) \cos \varphi.$$

其中: b 为刃脚踏面宽度, m; d 为沉井内径; U 为沉井平均周长; K_{mp} 为沉井隔墙及底梁对刃脚反力的影响系数。

2 耗散函数的拉格朗日方程的建立

沉井下沉过程中可以认为是刚体, 不考虑土和结构的相互作用。从结构的始末状态来看, 是刚体克服阻力的下沉运动; 从运动学的观点来看, 沉井在土中的运动, 受到土介质的阻力作用。阻力的大小一般与速度有关, 方向与速度方向相反。这种能把系统中的机械能转换成非机械能的力, 称为耗散力。受耗散力作用的系统称为耗散系统。对于耗散系统的运动方程^[4], 可以建立耗散函数的拉格朗日方程。

对于诸性质如粘性介质阻力和干摩擦力的耗散力, 可表示为

$$Q = -c^* v^n \frac{v}{|v|},$$

其中: c^* 称为耗散系数, 一般与介质的性质、结构的形状及尺寸有关, 为实验常数, 或为坐标和时间的函数; v 是结构的相对速度; n 一般可近似地写成正整数, 负号表示阻力与相对速度方向相反。对于沉井系统, 侧摩阻力即为这种性质的耗散力, 可表示为

$$Q = -|R_f| \operatorname{sgn}(\dot{h}), \quad (6)$$

其中: R_f 为沉井下沉位置的函数(如式(1)及式(2)), 即 $Q = |R_f(h)|$, h 为沉井的下沉深度。

下面用计算功率函数来求耗散力的广义力。

设 P_f 代表耗散力的功率函数, 于是作用于系统中的耗散力 Q_i 的元功率可以写成

$$\Delta P_f = \sum_{i=1}^n Q_i \cdot \Delta \dot{h}_i. \quad (7)$$

在排水下沉条件下, 耗能函数为侧摩擦阻力的功率函数

$$P_f = - | R_f(h) | \operatorname{sgn}(\dot{h}) \dot{h} \quad (8)$$

广义力分别为

$$Q_f = \frac{\partial P_f}{\partial \dot{h}} = - | R_f | \operatorname{sgn}(\dot{h}) ; Q_j = - R_j .$$

取沉井下沉初始位置为零势能面 , 则系统的势能为 $V = - mgh$; 该系统的动能为 $T = \frac{1}{2} m \dot{h}^2$. 代入拉格朗日方程

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial T}{\partial q_k} = - \frac{\partial V}{\partial q_k} - \frac{\partial p_f}{\partial \dot{q}_k} + Q_k \quad (9)$$

有

$$m \ddot{h} = mg - R_j + | R_f \operatorname{sgn}(\dot{h}) | \quad (10)$$

根据沉井下沉的实际情况 , 沉井的运动方向和摩擦阻力的方向相反 , 即 $\operatorname{sgn}(\dot{h}) = - 1$, 将式 (1) (2) 及式 (5) 代入式 (10) , 整理得到

$h < 5 \text{ m}$ 时 ,

$$\begin{aligned} \ddot{h} = & \left[\frac{2K_{mp}k_1}{m} + \frac{f}{10m}(U_1 + U_2) \right] h^2 + \\ & \left[\frac{2K_{mp}k_1}{m}(2h_e - d \tan i) - \frac{2K_{mp}k_2}{m} + \frac{fU_2h_e}{5m} \right] h - \\ & \left(\frac{2K_{mp}k_1}{m} + \frac{fU_2}{10m} \right) h_e^2 + \left(\frac{2K_{mp}k_1}{m} d \tan i + \right. \\ & \left. \frac{2K_{mp}k_2}{m} \right) h_e - \frac{K_{mp}}{m} k_1 d^2 \tan^2 i - \frac{K_{mp}}{m} k_2 d \tan i - \\ & \frac{K_{mp}}{m} \left(cN_c + \frac{1}{2} \gamma b N_\gamma \right) Ub + g - \frac{N}{m} ; \quad (11) \end{aligned}$$

及 $h > 5 \text{ m}$ 时 ,

$$\begin{aligned} \ddot{h} = & - \left[\frac{2K_{mp}k_1}{m} + \frac{f}{10m}U_2 \right] h^2 + \frac{2K_{mp}k_1}{m}(2h_e - \\ & d \tan i) - \left[\frac{2K_{mp}k_2}{m} + \frac{fU_2h_e}{5m} - \frac{U_1f}{m} \right] h - \\ & \left(\frac{2K_{mp}k_1}{m} + \frac{fU_2}{10m} \right) h_e^2 + \left(\frac{2K_{mp}k_1}{m} d \tan i + \right. \\ & \left. \frac{2K_{mp}k_2}{m} \right) h_e - \frac{K_{mp}k_1}{m} d^2 \tan i - \frac{K_{mp}k_2}{m} + g - \frac{N}{m} , \quad (12) \end{aligned}$$

式中 :

$$k_1 = \frac{\cos^2(45^\circ + \varphi/2)}{2 \sin \varphi \cdot e^{\pi \tan \varphi}} k_0 \gamma \tan \delta \cdot N_q U ;$$
$$k_2 = \frac{\gamma}{2} N_1 Ub ; k_0 = 0.95 - \sin \varphi .$$

式 (11) (12) 即为沉井结构在下沉过程中的动力学模型 . 这是两个非线性常微分方程 , 可以用 Runge - Kutta 法进行求解 . 这样建立的模型是否与实际相吻合 , 可以用下面的工程实例进行验证 .

3 工程应用

某泵站以圆型结构形式沉井建造 , 井体外径

52.4 m , 井体内壁为阶梯形 , 壁厚 1.0 ~ 1.92 m . 刃脚设计标高 - 14.1 m , 刃脚起始下沉标高 1.2 m , 沉井下沉时结构总高度 15.9 m , 工区土层分布情况如表 1 . 该沉井采用水利机械挖泥排水下沉 , 并采用深井点降水 , 分仓干封底 . 沉井下沉开挖施工历时 35 d , 到沉井封底时 , 沉井下沉抛高 169 mm , 刃脚标高最大偏差 20 mm , 施工期间开挖土方量约 25000 m³ .

表 1 工程地质情况

Table 1 Geological case

土层编号	埋藏标高/m	体积重量 γ / (kN/m ³)	抗剪强度指标	
			φ	c /kPa
1	3.89 ~ 1.93	-	-	-
2 ₁	3.29 ~ 1.59	19.4	22	23
2 ₂	2.64 ~ 0.79	17.9	17	17
3 ₁	1.50 ~ - 3.41	18	19	13
3 ₂	0.01 ~ - 2.81	18.4	28	8
4	- 2.41 ~ - 16.10	16.9	15	12
5 ₁	- 14.71 ~ - 18.89	18.5	28	10
5 ₂	- 16.73 ~ - 21.63	17.7	18	11
5 ₃	- 19.93 ~ - 23.51	18	-	-
5 ₄	- 20.73 ~ 39.07	17.7	21	14

利用式 (11) 及式 (12) 可以计算得到在各实际开挖量下的下沉量的时程曲线 (见图 3) , 也可得到下沉量与开挖量的关系曲线 (见图 4) .

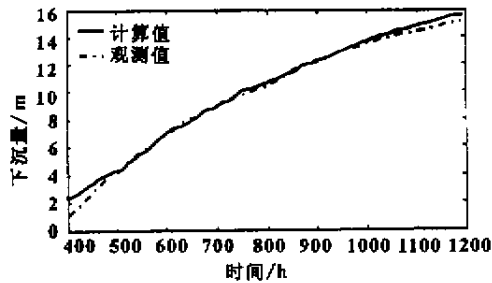


图 3 下沉量时间历程

Fig.3 Time history of sunk depth

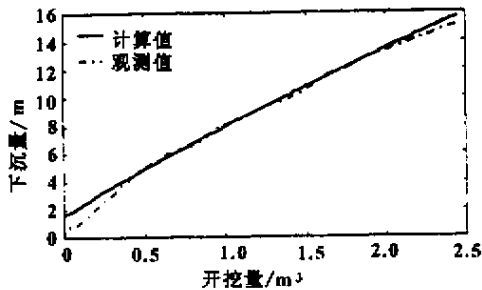


图 4 下沉量与开挖量的关系

Fig.4 Sunk depth varying with excavation

某泵站以圆型结构形式沉井建造 , 井体外径

4 结束语

计算结果表明,所建立的动力学模型能够较好地反映沉井的开挖量与下沉量的关系,说明由此建立的力学模型是可靠的.该模型的建立,可以为沉井的下沉施工提供理论指导,同时为进行沉井的下沉姿态控制提供数学模型.通过对该模型的求解,可以进行施工预测分析,以便调整沉井的施工进度,使施工在预期的工期内完成.

参考文献：

[1] 刘建航,侯学渊.基坑工程手册[M].北京:中国建筑工业出版社,1997.
[2] 高大钊.软土地基理论与实践[M].北京:中国建筑出版社,1992.
[3] 钱家欢,殷宗泽.土工原理与计算[M].北京:中国水利水电出版社,1996.
[4] 高天方,董桂英,茅献彪.高等动力学[M].北京:中国矿业大学出版社,1992.

The Mechanics Model and Its Application for Large Sized
Extra Caisson in Construction

WANG Hong - xia¹ , HUANG Jin - zhi¹ , MIAO Tong - chen²

(1. College of Civil Engineering & Mechanics ,Shanghai Jiaotong University ,Shanghai 200030 ,China ; 2. Department of Mathematics , Physics & Mechanics ,Zhengzhou University of Technology ,Zhengzhou 450002 ,China)

Abstract :Uncertainties of geotechnic engineering and non - uniform excavation in construction of extra caisson make the calculation of stress on the process of construction of extra caisson complicated. Through the analysis of stress , a calculation method of limit bearing capacity of soil on caisson blade taking accounting of the non - uniform excavation is presented. Furthermore , a dynamic model of caisson in construction is built in terms of Lagrange equation of dissipation function , and verified by an actual engineering. The verification shows that sink depth under a certain excavation can be well predicted.

Key words :extra caisson ; dissipation function ; Lagrange equation ; construction control