

电磁感应和磁介质的抗磁性

孙长庚<sup>1</sup>, 陈建梅<sup>2</sup>

(1. 华北水利水电学院信息工程系, 河南 郑州 450008; 2. 郑州工业大学数理力学系, 河南 郑州 450002)

摘 要: 从电磁感应的基本定律出发, 探讨了感生电场对磁介质原子中轨道电子的作用, 对于抗磁质的抗磁性给出了明晰的解释. 根据所得公式, 以常见的抗磁质铜为例, 估算出了磁化率. 这一定量计算结果, 在数量级上与一般物理学文献中所公认的数值吻合得很好.

关键词: 磁介质; 抗磁性; 感生电场; 轨道电子; 磁矩; 磁化率

中图分类号: O 441.3 文献标识码: A

0 引言

磁介质可以分为抗磁质、顺磁质和铁磁质 3 类. 抗磁质具有抗磁性, 常见的文献中, 利用 Lorentz 力以及基于 Lorentz 力的电子的进动来解释抗磁性<sup>[1,2]</sup>, 这样的解释较为复杂, 许多读者觉得难以理解. 文献<sup>[3]</sup>采用众所熟知的电磁感应定律, 解释了抗磁性的起因, 但却只是定性的叙述.

本文从电磁感应定律出发, 分析了感生电场对于轨道电子的作用, 并且给出了定量计算, 以解释抗磁质的抗磁性. 根据我们给出的公式估算出抗磁质铜的磁化率, 是一个令人满意的结果.

1 根据电磁感应定律解释抗磁性

抗磁性起因于磁介质原子中电子的轨道运动. 在外磁场作用下的变化. 电子沿着圆形轨道运动时, 可以等效为圆形电流, 从而具有相应的轨道磁矩. 在外磁场加入磁介质的过程中, 如果该磁场是变化的, 就会产生感生电场, 感生电场会使磁介质中的电子在轨道上的运动速率改变, 从而引发附加的等效电流, 即感应电流. 感应电流的磁矩方向总是与外加磁场方向相反, 这就是产生抗磁性的原因.

设质量为  $m$ , 电量为  $e$  的电子以速度  $v$  沿半径为  $r$  的轨道作圆周运动, 因为电子每秒转  $\frac{v}{2\pi r}$  圈, 所以等效电流为

$$I = \frac{ev}{2\pi r} . \tag{1}$$

这个电流  $I$  产生的磁矩和角动量方向相反, 它们的大小分别为

$$\mu_M = \pi r^2 I = \frac{evr}{2} ; \tag{2}$$

$$L = mvr . \tag{3}$$

如图 1 所示, 电子  $e$  沿着半径为  $r$  的圆形轨道在平面内运动, 其角动量沿着  $z$  轴方向. 现在, 沿着  $z$  轴方向引进外磁场  $B_1$ , 根据电磁感应定律, 当此磁场以  $\frac{dB}{dt}$  的变化率增大时, 将会产生一个如图所示具有涡旋性质的感生电场  $E$ , 此电场的大小  $E$  与  $\frac{dB}{dt}$  的关系为

$$E = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt} . \tag{4}$$

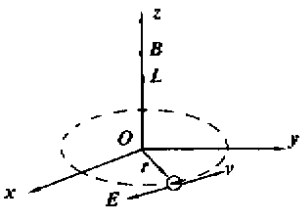


图 1 处于外磁场中的轨道电子  
Fig.1 Orbital electron located in an external magnetic field

由于电子为负电荷, 显然感生电场  $E$  使电子速度增大, 其加速度  $\frac{dv}{dt}$  由下式决定:

收稿日期 2001 - 01 - 30; 修订日期 2001 - 03 - 20

基金项目 河南省自然科学基金资助项目(994053200)

作者简介 孙长庚(1944 - ), 男, 北京市人, 华北水利水电学院副教授, 主要从事理论物理方面的研究.  
万方数据

$$\frac{dv}{dt} = e \frac{E}{m} = \frac{er}{2m} \cdot \frac{dB}{dt},$$

即

$$dv = \frac{er}{2m} dB. \quad (5)$$

如果以  $\Delta v$  表示磁场由 0 达到最终值  $B_1$  的整个过程中速率的增量,则

$$\Delta v = \frac{er}{2m} \int_0^{B_1} dB = \frac{er}{2m} B_1, \quad (6)$$

电子速率的增大意味着沿  $z$  轴负向的磁矩的增大,于是削弱了外磁场  $B_1$ . 不难理解,无论电子的角动量  $L$  是沿  $z$  轴的正向或负向,电子轨道磁矩的改变量(简称为附加磁矩)总是和外磁场的改变方向相反.

由式(2)式(5)可得电子轨道附加磁矩  $\Delta p_m$  与  $\Delta v$ 、 $B_1$  的关系式

$$\Delta p_m = \frac{er}{2} \Delta v = \frac{e^2 r^2}{4m} B_1. \quad (7)$$

以上我们仅考虑了电子运动轨道在  $xy$  平面内,即角动量  $L$  与  $z$  轴重合的情形.事实上,任意一个角动量  $L$  都可以对于一个直角坐标系分解为  $L_x$ 、 $L_y$ 、 $L_z$  3 个分量.上述讨论可以认为是对于  $L_z$  分量的讨论.下面讨论电子轨道角动量  $L$  沿  $y$  轴方向、外磁场沿  $z$  轴方向的情形.

如图 2 所示,当外磁场以  $\frac{dB}{dt}$  的变化率沿  $z$  轴增大时,由于涡旋状感生电场  $E$  的作用,电子  $e$  将在原来沿  $y$  轴方向的角动量  $L$  上叠加一个沿  $z$  轴的角动量  $\Delta L_z$ ,从而产生一个与外磁场  $B_1$  反向的附加磁矩  $\Delta p_m$ .

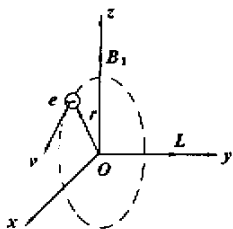


图2 外磁场引发附加磁矩

Fig.2 Appended magnetic moment brought about by an external magnetic field

当电子轨道角动量  $L$  沿  $x$  轴方向时,同样可得到类似的结果.

## 2 抗磁质磁化率的估算

表征磁介质的磁化程度的物理量为磁化强度  $M$ ,其定义为

$$M = \frac{\sum \Delta p_m}{\Delta V}, \quad (8)$$

式中  $\sum \Delta p_m$  是物理无限小体积元  $\Delta V$  中附加磁矩  $\Delta p_m$  的矢量和.磁化强度  $M$  与磁场强度  $H$  之间的关系为

$$M = \chi_m H, \quad (9)$$

式中  $\chi_m$  是个纯数,称为磁化率,是一个描述磁介质特性的物理量.

让我们以最为常见的抗磁质——铜为例,从式(7)出发,对抗磁质的磁化率进行估算.铜元素的原子序数为 29,原子量为 63,因此每克铜所包含的电子数为

$$n = \frac{1}{63} \times 6 \times 10^{23} \times 29 \approx 2.76 \times 10^{23}.$$

当外加磁场为  $B$  时,由式(7)可知,每克铜内的附加磁矩为

$$\sum \Delta p_m = n \Delta p_m = \frac{ne^2 r^2}{4m} B, \quad (10)$$

铜的密度  $\rho = 8960 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,每克铜的体积为

$$\Delta V = \frac{1 \times 10^{-3}}{8960} = 1.1 \times 10^{-7} \text{ m}^3.$$

因此,外磁场为  $B$  时,铜的磁化强度的大小为

$$M = \frac{\sum \Delta p_m}{\Delta V} = \frac{ne^2 r^2}{4m \Delta V} B.$$

为了估算铜的磁化率  $\chi_m$ ,将  $B = \mu_0 H$  代入上式,则

$$M = \frac{ne^2 r^2}{4m \Delta V} \mu_0 H, \quad (11)$$

比较式(9)和式(11),并且注意到抗磁质中  $M$  与  $H$  反向,可得

$$\chi_m = - \frac{ne^2 r^2 \mu_0}{4m \Delta V}. \quad (12)$$

最后将每克铜的电子数  $n$ 、电子的电量  $e$ 、电子的典型轨道半径  $r$  (即 Bohr 半径  $r_b = 0.5 \times 10^{-10} \text{ m}$ )、真空磁导率  $\mu_0$ 、电子的质量  $m$ ,以及每克铜的体积  $\Delta V$  等数值代入式(12),从而估算出铜的磁化率为

$$\chi_m = - [2.76 \times 10^{23} \times (1.6 \times 10^{-19})^2 \times (0.5 \times 10^{-10})^2 \times (4\pi \times 10^{-7})] [4 \times (9 \times 10^{-31}) \times (1.1 \times 10^{-7})] \approx -5.6 \times 10^{-5},$$

即在国际单位制(SI)中,抗磁质铜的磁化率的数量级为  $10^{-5}$ ,这一计算结果与一般文献<sup>[24]</sup>所给出的铜的磁化率  $\chi_m = -1.0 \times 10^{-5}$  (室温下)或  $\chi_m = -0.96 \times 10^{-5}$  (温度  $T = 293 \text{ K}$ ),在数量级上十分吻合!

(下转 49 页)

(上接 27 页)

## 参考文献：

[1] 赵凯华,陈熙谋.电磁学(下册)[M].北京:人民教育出版社,1978.

[2] 程守洵,江之永.普通物理学(第二册)[M].北京:高等教育出版社,1986.

[3] 陈鹏万.电磁学[M].北京:人民教育出版社,1978.

[4] 陆果.基础物理学(上卷)[M].北京:高等教育出版社,1997.

## Electromagnetic Induction and Diamagnetism of the Magnetic Medium

SUN Chang - geng<sup>1</sup>, CHEN Jian - mei<sup>2</sup>

(1. Department of Information Technology, North China Institute of Water Conservancy & Hydroelectric Power, Zhengzhou 450008, China  
2. Department of Mathematics, Physics & Mechanics, Zhengzhou University of Technology, Zhengzhou 450002, China)

**Abstract** :This paper analyses the action of induced electric field to electrons in the orbit of the atom, and gives an explanation of the diamagnetism. It calculates the magnetic susceptibility of diamagnetic medium of copper, and compares the result with the recognized value in the general books.

**Key words** :diamagnetic medium ; diamagnetism ; induced electric field ; orbital electron ; magnetic moment ; magnetic susceptibility