

文章编号 :1007 - 649X(2000)03 - 0108 - 03

# 库伦公式的微观分析

魏海召,王靖涛

(华中理工大学土木建筑工程学院,湖北 武汉 430074)

摘 要:由于土具有复杂的弹性及塑性,仅从宏观上分析和试验,往往难以建立一个令人满意的、具有普遍性的本构模型。假如从微观分析,则可把土颗粒看作一个单纯的弹性体来分析,其结果应是较准确的。讨论了土的组成及土颗粒的受力情况,从微观角度对库伦公式进行了分析。将土样分组,分别测得各组参数,以描绘土样性质,从而可用与微观更接近的量来描述土的性质。

关键词:土颗粒;慢剪试验;库伦公式

中图分类号:TU 431 文献标识码:A

## 0 引言

传统的对土的分析是按照弹塑性理论建立本构模型,试图达到对土的性质精确解。但事实证明,迄今为止也没有令人满意的公式可以表达。人们通过各种试验早就发现,土体的实际变形特性远非是线性的或刚塑性的。现在人们着重于对某一地区原状土的分析,建立本构模型<sup>[1]</sup>,虽然这样大大提高了可靠性,但即使在同一地区,随季节不同,地下水位改变,土的性质也在改变,因此单靠从宏观上建立一个本构模型是不全面的。

众所周知,土是由水、土颗粒、气体三相组成,而土颗粒是分析的关键。由试验可知,烘干的土搅碎以后,即含水量  $w=0$  时,土颗粒之间没有粘结力;有水时,在水的作用下,土颗粒之间产生粘结力,同时土颗粒之间存在有咬合力,因此,土烘干后仍保持一定形状,可承受一定的剪力。

长期以来,由于土的成分的复杂性,计算方法及试验条件所限,我们无法从土颗粒着手分析,只能通过宏观分析。由于宏观连续介质力学不能精确地解决离散颗粒体所表现的力学响应,因此人们对颗粒材料微观组织的研究越来越重视,并试图建立微观力学变量与宏观力学变量之间的某些联系<sup>[2]</sup>。

## 1 土颗粒受力分析

现在的本构模型的研究中采用了高深的理论

和复杂的数学推导,这是因为数值方法和计算机的发展为本构模型的应用提供了广阔的天地,复杂的本构模型一旦纳入计算机程序,就并不妨碍它的推广运用。然而在力求适应多种应力路径的同时,模型的基本思想必须简单清楚,最后的结果必须一目了然,模型的参数应尽可能少,物理意义明确且能由常规试验比较可靠地测定,只有这样的模型才能为广大工程师乐于接受而在工程中显示出较强的生命力<sup>[3]</sup>。

根据库伦公式  $\tau = C + \sigma \cdot \lg \Phi$ ,土的抗剪强度由摩擦力  $\sigma \cdot \lg \Phi$  及粘结内聚力  $C$  组成。从微观分析其本质是由于土粒之间的滑动摩擦以及凹凸面间的镶嵌作用产生的摩擦力,其大小取决于土颗粒表面的粗糙度、密实度、土颗粒的大小以及颗粒级配等因素。粘结力是由土粒之间在水的作用下的胶结作用和静电引力效应等因素引起的。

假定水、气体不参与受力,它们的作用只是像胶水一样,使土颗粒之间产生粘结力。土颗粒之间作用力有两个:粘结力、摩擦力,分别设为  $P, Q$ 。设有一个土颗粒  $X$ ,我们引入一个颗粒接触法向密度分布函数  $E(\vec{n})$ ,其中  $\vec{n}$  代表颗粒接触单位法矢量。显然,在  $\vec{n} \rightarrow \vec{n} + d\vec{n}$  的立体角内接触点为  $M \cdot E(\vec{n}) d\vec{n}$ ,  $M$  为颗粒接触点总数。

颗粒受力分析示意图见图 1。设  $P_i(\vec{X}^a, \vec{n})$  为位置在  $\vec{X}^a$ 、法方向为  $\vec{n}$  的接触点处粘结力分量,

收稿日期:2000-02-28;修订日期:2000-06-05

作者简介:魏海召(1974-)男,河南省平顶山市人,华中理工大学硕士研究生。

则对于散粒体  $X$ , 它受的粘结力方向受接触面及颗粒的重心位置影响, 所有粘结力绝对值之和为:

$$\sum_{a=1}^M |P(\vec{X}^a, \vec{n})|.$$

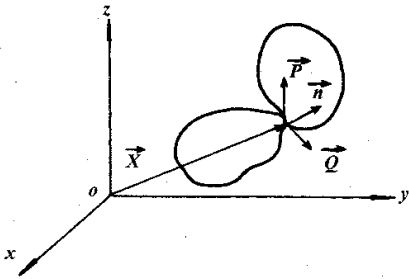


图1 颗粒受力分析示意图

当土体受到剪切发生变形时,  $X$  周围的土颗粒发生变化, 一部分土颗粒可能离开了  $X$ , 而又一部分新的颗粒可能和  $X$  相作用, 由于

$$\sum_{a=1}^M |P(\vec{X}^a, \vec{n})| = f(d_1, d_2, \dots, d_M),$$

在其他条件不变的情况下, 如散粒体  $X$  同其他颗粒之间的距离  $d$  发生变化, 颗粒之间的粘结力也发生变化, 在剪切变形的情况下,  $d$  应是变大的,  $X$  所受的粘结力之和随之减小.  $X$  所受的粘结力之和发生变化, 对于整体土体来讲, 所有土颗粒 (假定有  $N$  个) 的粘结力绝对值之和

$$\sum_{p=1}^M \sum_{a=1}^M |P(\vec{X}^a, \vec{n})|$$

会减少, 在库伦公式中, 这个值表现为  $C$ . 所以,  $C$  实际上不是常数, 而是随剪切变形的增大而减少的, 而土颗粒  $X$  受到的摩擦力方向应与颗粒的接触面一致, 所有摩擦力绝对值之和为

$$\sum_{a=1}^M |P(\vec{X}^a, \vec{n})|,$$

该值大小与  $\sigma$  有关, 设摩擦系数为  $f$ , 即  $Q = \sigma \cdot f$ . 在库伦公式中,  $Q$  表现为  $\sigma \cdot \tan \Phi$ , 用  $\tan \Phi$  表示摩擦系数. 当  $d$  减小时, 颗粒间摩擦系数减小, 即  $\sigma$  不变时,  $\Phi$  也随剪切变形的增大而减少. 由于  $C$  和  $\Phi$  都是随着剪切变形的增大而减少的, 所以抗剪能力实际上也是有减少趋势的. 因此可以知道同一试样为何慢剪试验得到的指标大, 而快剪试验得到的指标小<sup>[4]</sup>, 其主要原因就是在慢剪试验中, 土颗粒之间有一定的时间进行接触, 它们之间的作用力相对减少也慢一些.

土作为一种弹性塑性材料, 它的应力屈服面满足加工硬化理论, 即加荷可以使屈服面膨胀, 移动或改变形式<sup>[5]</sup>. 从微观上理解就是在土的某个剪切面上, 土颗粒受外力影响, 使它周围一些土颗

粒离开了它, 虽然可能又有一些土颗粒同它相互接触, 但由于这些新的土颗粒同它的距离没有原先的那些接近, 因此它们之间的粘结力与摩擦力都没有原先大, 当小到一定值时, 宏观表现为屈服. 随着荷载的加大, 越来越多的土颗粒同它原先相接触的土颗粒相分离, 剪切面上颗粒间的粘结力与摩擦力最终因无法抵挡外荷而破坏. 因此, 材料内颗粒间的相互作用可以显著地随外荷的加大而重新分配, 即使在屈服后, 也没有停止这种重分配, 这种现象是土显示出明显的弹塑性而非弹性的主要原因.

土的化学成分是影响土颗粒的形状以及大小的主要原因, 而最终影响到颗粒之间粘结力与摩擦力的大小, 在宏观上表现为不同土的抗剪能力相差很大. 例如洁净干砂的粘聚力  $C$  为零, 故砂类土的抗剪强度主要来源于内摩擦力.

由上述分析可知, 在一定条件下 (含水量、密实度相同) 粘结力、摩擦力大小与土颗粒形状、大小、密度有关. 在长期地质条件下, 可以认为某一地区的某一范围内的土质基本相同, 即土体总会小到一定程度使土颗粒的密度相同. 而土体内土颗粒形状满足大样本随机概率分布, 在宏观作用中, 形状的影响可不计. 即对宏观土体来说, 颗粒大小应是影响摩擦力和粘结力大小的主要因素. 因此相同粒径的土颗粒性质应基本相同, 如果把宏观土体分为不同粒径组进行分析, 那么得到的参数值应比宏观分析得到的参数值更加精确并且有相对的稳定性. 由于宏观土体性质是微观颗粒性质的表现形式, 因此宏观测得的土体的  $C$  与  $\Phi$  值应是每组测得的  $C_i$  与  $\Phi_i$  值的一个函数. 不同粒径组颗粒混合时, 土颗粒之间的相互作用将更加充分, 粘结力与摩擦力的大小均应比单独粒径组有所增加, 增加的幅度应与颗粒级配有关, 因此上述函数必定含有与颗粒级配有关的参数. 将同一地区的土样烘干后筛分成不同粒径, 共  $a$  组, 对每一组进行慢剪试验 (控制在与原状土相同的含水量及密实度), 测得各自的  $C_i$  与由  $\Phi_i$ , 则

$$C = (1 + a) \sum_{i=1}^a X_i \cdot C_i; \quad (1)$$

$$\Phi = (1 + a) \sum_{i=1}^a X_i \cdot \Phi_i; \quad (2)$$

$$\text{其中: } a = \sum_{i=1}^a \frac{|\bar{X} - X_i|^2}{\alpha \cdot \bar{X}}, \quad (3)$$

式中:  $X_i$  为第  $i$  组的质量占全部质量的比值;  $\bar{X}$  为全部质量除以  $a$ . 在一些需要大量填土的工程中, 如大坝、深基坑等, 通过分组土的特性分析, 可以

对混合回填土的特性作一些估计.

2 试验检验

本试验土样取自武汉东湖鲁磨路施工工地地下 2.0 m 处,烘干筛分成 7 份,经多次筛分,取得各粒组一定质量的土样,经仔细处理,达到与原状土相同的含水量和密实度,做慢剪排水试验,得到

各组颗料的宏观内摩擦角  $\phi$  及内聚力  $C$ ,如表 1 所示.忽略颗粒直径  $\geq 2$  mm 的一组,代入式(1)~(3),得

$a = 0.268$ ,  $C^1 = 32.9$  kPa,  $\Phi^1 = 30^\circ$ , 而慢剪试验测得原状土的  $C = 33.2$  kPa,  $\Phi = 30.5^\circ$ ,两者基本相等.

表 1 慢剪排水试验数据

颗粒直径/mm	$\geq 2$	1 ~ 2	0.5 ~ 1	0.25 ~ 0.5	0.1 ~ 0.25	0.74 ~ 0.1	$\leq 0.074$
质量比	2	1	3.7	35	95	22	3
$C$ (kPa)	—	12.2	17.3	22.6	27.2	29.2	32.7
$\phi(^{\circ})$	—	21	22	25	24	28	29

3 结束语

土与其它建筑材料相比具有特殊性,虽然目前只能通过宏观试验来描述土的性质,但也应对微观性质给予足够的重视,特别是建立宏观变量与微观变量的关系,或者用与微观更接近的量来描述土的性质.微观分析的方便之处在于可以把颗粒看作一个弹性体来分析.

由于目前测试水平有限,不能深入地对微观颗粒进行测试,因此在实际工程中,还是应该以通过试验建立土体的本构模型来分析土体性质为主要方法.

参考文献:

[1] 沈珠江.土体结构性的数学模型[J].岩土工程学报,1996,18(1):95-97.  
[2] 钟晓雄.散粒体的微观组构与本构关系[J].岩土工程学报,1992,14(2):39-48.  
[3] 陈生水.土的本构模型研究之浅见[J].岩土工程学报,1992,14(3):89-92.  
[4] 周汉荣.土力学地基与基础[M].武汉:武汉工业大学出版社,1993.66.  
[5] 王靖涛.岩土力学[M].武汉:华中理工大学出版社,1997.36-38.

Microcosmic Analysis of Coulomb Equation

WEI Hai-zhao, WANG Jing-tao

(College of Civil & Building Engineering, Huazhong Science and Technology University, Wuhan 430074, China)

**Abstract** :Because of the complex double properties of soil 's elasticity and plasticity ,it is difficult to establish a satisfactory universal constitutive model from macrocosmic analysis and tests. It is easier to analyze if looking on soil particles as elastic objects ,their analysis is more accurate. In this paper , the analysis of the composition of the soil and stresses of soil 's particles is discussed. Coulomb equation is analyzed from microcosmic aspect. Soil sample is divided into several groups and their parameters are used to describe the property of the soil ,they are closer to microcosm.

**Key words** :soil 's particles ; slow - shearing test ; Coulomb equation