文章编号:1007-6492(2000)02-0048-03

深基坑支护结构的一种实用计算方法

赵海燕[1],雷 敏[2],杨永战[3],王 伟[4]

(1.上海交通大学土木工程系,上海 200030;2.郑州金达房地产公司,郑州 450005;3.平顶山自来水公司,河南 平顶山 467000;4.郑州工业大学数理力学系,河南 郑州 450002)

摘 要:采用"C"法分析深基坑支护结构的内力,该法较常规的假定土体弹簧系数 K 沿基坑底下深度 z 线性分布的"m"法更符合软土地基的实际情况.但由于"C"法假定土体弹簧系数 $K=C\sqrt{z}$,增加了求解的难度,鲜见用于实际工程.基于"C"法的基本假定,获得了满足任意精度要求的幂级数解,阐述了该方法的计算步骤,并将其用于实际工程中.计算结果表明:"C"法能使计算得以简化,具有一定的推广价值.

关键词:基坑支护;"C"法;幂级数
中图分类号:TU 476.9 文献标识码:A

弹性地基梁法是目前广泛采用的计算深基坑支护结构内力的方法之一.按地基反力系数沿基坑深度的分布规律不同,弹性地基梁法可有"m"和"C"法等之分[1]."m"法假定地基反力系数沿基坑深度线性分布,具有比例系数 m,计算步骤较为简单,目前工程界多采用此法.但实际软土深基坑支护结构工程的实测结果表明:"m"法往往低估基坑开挖面以下结构的位移,原因在于基坑开挖面以下软土地基反力系数随地基深度变化较线性规律缓慢.土体弹簧系数采用 $K=C\sqrt{z}$ 更接近软土地基的特性,其中 C 的数值不同于比例系数 m,"C"法由此得名.

"C"法由于采用 $K=C\sqrt{z}$ 形式的土体弹簧系数,普遍认为具体计算较难,鲜见用于实际工程.本文基于"C"法的基本假定,得到了该问题的幂级数解答,使计算得以简化,从而增强了该方法的实用性.

1 基本假定

本文采用"竖向平面弹性地基梁"模型进行分析.基本假定如下:① 挡土墙作为两端有一定边界条件的有限长弹性体,取挡土墙单位宽度进行计算;② 土体为线弹性体,按实际情况分层;③ 支撑及疏浚线以下的土抗力简化为弹簧;④ 开挖面以上,墙背面土体按朗金主动土压力计算,并适当折减;⑤ 开挖面以下,墙前土抗力按"C"法计算,墙后主动土压力强度 p_l 随深度保持不变;⑥ 开挖面以上挡土墙按开挖阶段划分单元,每一开挖层作为一个单元,支撑点、土体分层处及坑底疏浚线均按节点处理.

2 挡土墙结构内力计算策略和步骤

挡土墙结构内力计算按以下策略和步骤进行:① 开挖面以上部分利用通常的杆系有限元法计算,把挡土墙结构沿竖向划分为有限个弹性地基梁单元,各单元以边界上的节点相连接,支撑处理为一个自由度的二力杆单元.② 开挖面以下部分基于弹性地基梁的挠曲微分方程,求得其幂级数近似解.③ 基于开挖面节点处挡土墙结构上下部分满足的静力平衡方程和变形协调条件,通过迭代获得问题的最后解答.

挡土墙结构在开挖面以上部分的内力计算步骤同常规方法,可参见文献[1,2].下面着重推导开挖面以下结构部分的"C"法幂级数近似解答.

3 问题的幂级数近似解答

对于单位宽挡土墙,有如下挠曲微分方程

$$EI\frac{d^4\omega}{dz^4}=-C\sqrt{z}\omega+p_l, \tag{1}$$

收稿日期:1999-12-11;修订日期:2000-02-30
基金项目:河南省自然科学基金资助项目(984053000)
作者简介:赵海燕(1972-),女,河南省郑州市人,上海交通大学博士研究生.

其中，E，I 分别为挡土墙结构材料的弹性模量和截面惯性矩；ω，C 分别为挡土墙结构的水平位移和墙前土体抗力系数；z 为开挖面以下挡土墙到开挖面处的竖向距离；p_l 分别为开挖面下的墙后主动土压力强度，不随深度 z 变化.

设开挖面以下挡土墙长度为 l，并令

$$\begin{cases} \omega = L \cdot y ; \\ z = l \cdot x , \end{cases} \tag{2}$$

将式(2)代入式(1)，得如下无量纲挠曲微分方程

$$\frac{\mathrm{d}^4\omega}{\mathrm{d}x^4} + A\sqrt{x}y - B = 0 . \tag{3}$$

式中：

$$\begin{cases} A = \dfrac{C\sqrt{l} \cdot l^4}{EI} \\ B = \dfrac{p_l \cdot l^3}{EI} , \end{cases} \tag{4}$$

设方程(3)具有如下形式的幂级数解：

$$y = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^{\frac{k}{2}} , \tag{5}$$

则有

$$y^{(1)} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{2} a_k x^{\frac{k}{2}-1} ; \tag{6a}$$

$$y^{(2)} = \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{2}\left(\frac{k}{2}-1\right) a_k x^{\frac{k}{2}-2} ; \tag{6b}$$

$$y^{(3)} = \frac{\mathrm{d}^3 y}{\mathrm{d}x^3} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{2}\left(\frac{k}{2}-1\right)\left(\frac{k}{2}-2\right) a_k x^{\frac{k}{2}-3} ; \tag{6c}$$

$$y^{(4)} = \frac{\mathrm{d}^4 y}{\mathrm{d}x^4} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{2}\left(\frac{k}{2}-1\right)\left(\frac{k}{2}-2\right) \cdot \left(\frac{k}{2}-3\right) a_k x^{\frac{k}{2}-4} , \tag{7}$$

将式(5)和式(7)代入式(3)，得

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{2}\left(\frac{k}{2}-1\right)\left(\frac{k}{2}-2\right)\left(\frac{k}{2}-3\right) a_k x^{\frac{k}{2}-4} + A x^{\frac{1}{2}} \sum a_k x^{\frac{k}{2}} - B = 0 ,$$

令 x 同次幂的和等于零，可推得

$$a_1 = a_3 = a_5 = a_7 = 0 ; a_8 = \frac{B}{24} , \tag{8}$$

而 a_0，a_2，a_4，a_6 可分别由开挖面结构节点处、上下挡土墙位移、挠曲线斜率的变形协调和节点平衡方程通过迭代求得，在此可假定为已知.

对于 $k \geq 9$ 的系数 a_k，满足

$$a_k = -\frac{A a_{(k-9)}}{\frac{k}{2}\left(\frac{k}{2}-1\right)\left(\frac{k}{2}-2\right)\left(\frac{k}{2}-3\right)} , \tag{9}$$

从工程角度考虑，取幂级数解式(5)的前18项应能满足精度要求. 由式(8)、式(9)知

$$a_9 = -\frac{16A}{9 \times 7 \times 5 \times 3} a_0 ; \tag{10a}$$

$$a_{11} = -\frac{16A}{11 \times 9 \times 7 \times 5} a_2 ; \tag{10b}$$

$$a_{13} = -\frac{16A}{13 \times 11 \times 9 \times 7} a_4 ; \tag{10c}$$

$$a_{15} = -\frac{16A}{15 \times 13 \times 11 \times 9} a_6 ; \tag{10d}$$

$$a_{17} = -\frac{16A}{17 \times 15 \times 13 \times 11} a_8 ; \tag{10e}$$

$$a_{10} = a_{12} = a_{14} = a_{16} = 0 , \tag{10f}$$

将式(8)、式(10)依次代入式(5)、式(6)，得

$$y = a_0\left(1 - \frac{16A}{9 \times 7 \times 5 \times 3} x^{\frac{9}{2}}\right) + a_2\left(x - \frac{16A}{11 \times 9 \times 7 \times 5} x^{\frac{11}{2}}\right) + a_4\left(x^2 - \frac{16A}{13 \times 11 \times 9 \times 7} x^{\frac{13}{2}}\right) + a_6\left(x^3 - \frac{16A}{15 \times 13 \times 11 \times 9} x^{\frac{15}{2}}\right) + a_8\left(x^4 - \frac{16A}{17 \times 15 \times 13 \times 11} x^{\frac{17}{2}}\right) ; \tag{11a}$$

$$y^{(1)} = -a_0 \frac{8A}{7 \times 5 \times 3} x^{\frac{7}{2}} + a_2\left(1 - \frac{8A}{9 \times 7 \times 5} x^{\frac{9}{2}}\right) + a_4\left(2x - \frac{8A}{11 \times 9 \times 7} x^{\frac{11}{2}}\right) + a_6\left(3x^2 - \frac{8A}{13 \times 11 \times 9} x^{\frac{13}{2}}\right) + a_8\left(4x^3 - \frac{8A}{15 \times 13 \times 11} x^{\frac{15}{2}}\right) ; \tag{11b}$$

$$y^{(2)} = -a_0 \frac{4A}{5 \times 3} x^{\frac{5}{2}} - a_2 \frac{4A}{7 \times 5} x^{\frac{7}{2}} + a_4\left(2 - \frac{4A}{9 \times 7} x^{\frac{9}{2}}\right) + a_6\left(6x - \frac{4A}{11 \times 9} x^{\frac{11}{2}}\right) + a_8\left(12x^2 - \frac{4A}{13 \times 11} x^{\frac{13}{2}}\right) ; \tag{11c}$$

$$y^{(3)} = -a_0 \frac{2A}{3} x^{\frac{3}{2}} - a_2 \frac{2A}{5} x^{\frac{5}{2}} - a_4 \frac{2A}{7} x^{\frac{7}{2}} + a_6\left(6 - \frac{2A}{9} x^{\frac{9}{2}}\right) + a_8\left(24x - \frac{2A}{11} x^{\frac{11}{2}}\right) . \tag{11d}$$

式(11)即可作为开挖面以下结构的幂级数解参与迭代. 此外，还可对式(11)进行如下简化和改形：

(1) 由挡土墙底边界条件

$$\begin{cases} y^{(2)} |_{x=1} = 0 \\ y^{(3)} |_{x=1} = 0 , \end{cases}$$

可推得

$$a_0 = \frac{5(441 + 4A)}{84A} a_4 + \frac{5(495 + 2A)}{33A} a_6 + \frac{5(1287 + 6A)}{286A} a_8 ; \tag{12a}$$

$$a_2 = -\frac{35(315+8A)}{252A}a_4 - \frac{35(693+6A)}{198A}a_6 - \frac{35(429+8A)}{286A}a_8, \quad (12b)$$

将式(12)代入式(11),可将 $y, y^{(1)}, y^{(2)}, y^{(3)}$ 仅以 a_4, a_6, a_8 表达;

(2) 依据式(2),也可将式(11)改形为关于 ω 与 z 的函数关系进而求解.

4 计算实例

位于上海仙霞路的上海东方出版社所属工程占地面积 1620 m²,建筑面积 26645 m²;基坑东西长 48.3 m,南北长 42.7 m,开挖深度约 7 m.基坑采用围护灌注桩挡土结构和深层水泥搅拌桩止水.经地质勘查,工程地质条件为:

第①层:人工填土,厚 1.4~2.9 m;

第②层 粉质粘土,厚 1.1~2.6 m,体积质量 $\gamma = 18.6$ kN/m³,粘聚力 $c = 18$ kPa,内摩擦角 $\varphi = 12°$;

第③层 淤泥质粉质粘土,厚 2.8~4.4 m,体积质量 $\gamma = 17.8$ kN/m³,粘聚力 $c = 8$ kPa,内摩擦角 $\varphi = 16.5°$.

地下水属潜水类型,静止水位为 0.7~0.8 m.

表 1 给出了本文方法计算的挡土结构最大位移 ω_{max}、弯矩 M_{max} 和轴力 N_{max} 与实测值的对比结果,证明了本文方法的有效性.

表 1 最大位移和内力计算值与实测值比较

项目	ω_{max}/mm	M_{max}/(kN·m)	N_{max}/kN
计算值	27.80	247	3324.0
实测值	25.02		2021.9

5 结束语

深基坑支护结构设计是一个重要而复杂的工程问题,也为我们提出了诸多理论研究课题.本文着重探讨了“C”法用于深基坑支护结构内力计算的理论问题.通过对实际工程测算,验证了该方法的有效性及实用性.随着社会经济的发展,都市化程度的迅速提高,对深基坑支护结构合理设计进行理论研究和工程实践,具有重要的社会意义和良好的经济效益.

参考文献:

[1] 龚晓南.深基坑工程设计施工手册[M].北京:中国建筑工业出版社,1998.

[2] 杨位光.地基及基础[M].第二版.北京:中国建筑工业出版社,1991.

A Practicable Calculation Method for Flexible Retaining Structures of Deep Excavation

ZHAO Hai-yan[1], LEI Min[2], YANG Yong-zhan[3], WANG Wei[4]

(1. Department of Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China; 2. Zhengzhou Jinda Real Estate Company, Zhengzhou 450005, China; 3. Pingdingshan Running Water Company, Pingdingshan 467000, China; 4. Department of Mathematics, Physics & Mechanics, Zhengzhou University of Technology, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: The flexible retaining structures of deep excavation are analyzed by the "C" method. The calculation assumption of this method more tallies with the actual situation in soft clay ground than that of the "m" method, in which it is granted that the coefficient K of clay springs distributes linearly along the depth of the bottom of the excavation. Because the "z" method supposes the coefficient of clay springs $K = C\sqrt{z}$, adding to the difficulties of solution, seldom applications in actual engineering are reported. In the paper, based on the basic assumption of the "C" method, the solution of positiveseries satisfying any precision is obtained; the count steps are expounded and the method is used in actual engineering. The computed results show the validity of the method presented in this paper.

Key words: retaining structures of excavation; "C" method; positive series