文章编号:1007-6492(2000)01-0062-04

薄壁覆盖件结构优化中敏度分析的研究

秦东晨[1],任泰安[2],李 静[3]

(1.郑州工业大学机械与电子工程学院,河南 郑州 450002;2.河南省机电高等专科学校,河南 新乡 453002;3.河南省化工学校,河南 郑州 450042)

摘 要:分析了在薄壁覆盖件结构优化中应力敏度和位移敏度的计算方法,利用有限元法进行结构分析和敏度计算,推导出敏度的计算公式,并应用于薄壁覆盖件的结构优化设计,得到了满意的结果.薄壁覆盖件的有限元分析采用了板单元和梁单元,应用实例的计算结果表明,应力敏度、位移敏度等的计算方法准确、可靠.

关键词:应力敏度;位移敏度;结构优化设计

中图分类号:TH 122 文献标识码:A

0 引言

在机械行业中,薄壁覆盖件结构应用相当广泛,如汽车、拖拉机、火车的车身和机床的外壳等,特别是汽车驾驶室车身这种复杂的薄壁覆盖件结构,对汽车的动力性、燃料经济性、乘坐舒适性、驾驶操作性、行驶安全和稳定性以及使用寿命都有直接影响.目前,我国的机械结构优化设计有了一定的发展,有关单位和人员作了不少工作,但对于大型连续体的结构优化问题,却一直处于探索阶段[1].薄壁覆盖件是一种典型的大型连续体结构,对其进行结构优化设计具有重要的理论意义和实用价值.在薄壁覆盖件的结构优化设计中,敏度信息的计算十分重要,它们既可以为优化方法提供必要的导数信息,加快优化计算的收敛速度,又能供薄壁覆盖件设计参考.薄壁覆盖件的结构分析采用了有限元法,求其敏度信息的计算非常复杂,本文主要研究利用有限元法求解敏度的方法.

1 结构分析

在建立有限元模型以前,应考虑薄壁覆盖件的整体结构和布置,然后确定单元类型及每个单元的几何参数.由于薄壁覆盖件结构比较复杂,一般包括薄板外壳及骨架,可采用多种单元类型的组合,因此选用了空间梁单元和板壳单元两种单元类型进行结构有限元分析,其中板壳单元包括有矩形板壳单元和三角形板壳单元,而且每个单元的几何尺寸也不可能完全相同.根据薄壁覆盖件结构的设计标准和要求,并参照有关实例,来确定各单元的几何信息.不同结构分析计算的目的,有限元计算模型的规模可以有不同简化程度.

本文选用的实例是对车身结构进行结构优化设计,已确定了车身的型式和总布置,对车身划分了 168 个矩形板壳单元,40 个三角形板壳单元和 194 个空间梁单元.对于刚度比较弱,变形量比较大的地方,适当进行了细划.通过与实测数据的对比说明,建立的轻型载货汽车驾驶室车身有限元模型是合理的,结构分析的动静态特性与实测数据基本吻合.

2 敏度分析计算

由于序列二次规划法需要计算目标函数和约束函数对设计变量的导数[2],因此本文采用敏度分析的方法来求目标函数和约束函数的导数.根据薄壁覆盖件结构优化设计的数学模型可以看出,显式的目标函数和边界约束函数的导数容易求得,而应力约束、位移约束和动特性约束的求导比较困难[3],本文还对该结构的自振频率和振型进行求导.下面就几个性能约束的导数进行分析[4].

收稿日期:1999-10-06;修订日期:2000-01-06

基金项目:河南省自然科学基金资助项目(988040010)

作者简介:秦东晨(1965-),男,河南省温县人,郑州工业大学副教授,硕士,主要从事机械强度、结构优化及机械 CAD 技术方面的研究.

万方数据

2.1　位移敏度

结构的有限元平衡方程为

$$[K]\{\delta\} = \{R\}.$$

两边分别对第 i 个设计变量 x_i 求导有

$$[K]\frac{\partial\{\delta\}}{\partial x_i} + \frac{\partial[K]}{\partial x_i}\{\delta\} = \frac{\partial\{R\}}{\partial x_i}. \qquad (1)$$

薄壁覆盖件把全部载荷转化成了节点力，优化过程中载荷矢量不变化，则上式中$\frac{\partial\{R\}}{\partial x_i}=0$，即

$$[K]\frac{\partial\{\delta\}}{\partial x_i} = -\frac{\partial[K]}{\partial x_i}\{\delta\}, \qquad (2)$$

或

$$\frac{\partial\{\delta\}}{\partial x_i} = [K]^{-1}\left\{-\frac{\partial[K]}{\partial x_i}\{\delta\}\right\}. \qquad (3)$$

由以上诸式可以看出，总刚度矩阵 $[K]$、位移向量 $\{\delta\}$ 已经由结构分析时计算出来，关键是计算总刚度矩阵对设计变量的导数. 如果利用式(3)求解位移导数，求逆阵 $[K]^{-1}$ 需要很大的工作量，且非常困难，可以通过求解方程(2)得到.

当设计变量 x_i 表征构件形状特性时，x_i 的变化 δx_i 会引起单元积分域的变化，从而使总刚阵发生变化 $\delta[K]$. 由于 $[K]=\sum_{j=1}^{NE}[K^j]$，则有

$$\frac{\partial[K]}{\partial x_i} = \sum_{j=1}^{NE}\frac{\partial[K^j]}{\partial x_i}. \qquad (4)$$

式中，NE 为单元总数.

由于薄壁覆盖件是空间结构，若有一个面上的结构参数发生变化，则将导致其他面上与此结构参数相关的单元积分域也发生变化，所以计算刚度矩阵导数要在每个单元上进行，求出每个单元的刚度矩阵对设计变量的导数，然后按照式(4)叠加，得到总刚度矩阵对设计变量的导数，代入式(2)，就可求出位移导数. 本文分别考虑板壳单元和空间梁单元的位移导数计算.

2.1.1　板壳单元

板壳单元由平面应力单元和薄板弯曲单元组合而成，单元刚度矩阵的计算通式为

$$[K^e] = \iiint_V [B]^T[D][B]\,dv. \qquad (5)$$

对第 i 个设计变量 x_i 求导得

$$\frac{\partial[K^e]}{\partial x_i} = \iiint_V \frac{\partial[B]^T}{\partial x_i}[D][B]\,dv + \iiint_V [B]^T[D]\frac{\partial[B]}{\partial x_i}\,dv. \qquad (6)$$

所以，求解$\frac{\partial[K^e]}{\partial x_i}$主要是计算$\frac{\partial[B]}{\partial x_i}$，即应变矩阵对第 i 个设计变量 x_i 的导数，可以根据各类单元的应变矩阵来进行求解.

2.1.2　空间梁单元

空间梁单元的单元刚度矩阵比较简单，其对设计变量的导数就是矩阵中各元素对设计变量的导数，而且是显式关系，此处不再写出公式.

2.2　应力敏度

在薄壁覆盖件结构结构优化设计中，采用了应力、位移控制点，应力控制点在各控制单元的节点上. 一般情况下，应力计算公式为：

$$\{\sigma\}^j = [S][\delta]^j = [D][B]^j\{\delta\}^j,$$

两边求导得

$$\frac{\partial\{\sigma\}^j}{\partial x_i} = [D][B]^j\frac{\partial\{\delta\}^j}{\partial x_i} + [D]\frac{\partial[B]^j}{\partial x_i}\{\delta\}^j. \qquad (7)$$

在求得应变矩阵和位移对设计变量的导数$\frac{\partial[B]}{\partial x_i}$和$\frac{\partial\{\delta\}}{\partial x_i}$后，就可以利用上式进行计算.

2.2.1　板壳单元应力导数

设某一板壳单元节点应力状态为 $\{\sigma\}=[\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]^T$，其主应力为

$$\left.\begin{matrix}\sigma_{max}\\ \sigma_{min}\end{matrix}\right\} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2}. \qquad (8)$$

令 $CC=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}$； $CR=\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2}$.

则式(8)可以写成

$$\left.\begin{matrix}\sigma_{max}\\ \sigma_{min}\end{matrix}\right\} = CC \pm CR, \qquad (9)$$

对式(8)两边求导，有

$$\left.\begin{matrix}\frac{\partial\sigma_{max}}{\partial x_i}\\ \frac{\partial\sigma_{min}}{\partial x_i}\end{matrix}\right\} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\sigma_x}{\partial x_i}+\frac{\partial\sigma_y}{\partial x_i}\right) \pm \frac{1}{2CR}\left[(\sigma_x-\sigma_y)\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\sigma_x}{\partial x_i}-\frac{\partial\sigma_y}{\partial x_i}\right)+2\tau_{xy}\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x_i}\right].$$

令 $CCV=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\sigma_x}{\partial x_i}+\frac{\partial\sigma_y}{\partial x_i}\right)$； $BB=\frac{1}{2}(\sigma_x-\sigma_y)$； $BBV=\frac{\partial\sigma_x}{\partial x_i}-\frac{\partial\sigma_y}{\partial x_i}$.

得到平面应力状态下的主应力导数为

$$\left.\begin{matrix}\frac{\partial\sigma_{max}}{\partial x_i}\\ \frac{\partial\sigma_{min}}{\partial x_i}\end{matrix}\right\} = CCV \pm \frac{1}{2CR}\left(BB\cdot BBV+2\tau_{xy}\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x_i}\right).$$

2.2.2　空间梁单元的主应力导数

假设空间梁单元节点的应力状态为 $\{\sigma\}[\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}]^T$，其主应力有 3 个，需求解下

万方数据

面 3 次方程得到.

$$\sigma^3-(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)\sigma^2+(\sigma_z\sigma_y+\sigma_x\sigma_z+\sigma_x\sigma_y-\tau_{yz}^2-\tau_{zx}^2-\tau_{xy}^2)\sigma-(\sigma_x\sigma_z\sigma_y-\sigma_x\tau_{yz}^2-\sigma_y\tau_{zx}^2-\sigma_z\tau_{xy}^2+2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx})=0\,, \tag{10}$$

求得 3 个主应力为 $\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3$. 对式(10)两边求导，整理得

$$\frac{\partial\sigma}{\partial x_i}=\frac{B}{A}\,.$$

式中，

$$A=-3\sigma^3+2(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)\sigma-(\sigma_z\sigma_y+\sigma_x\sigma_z+\sigma_x\sigma_y-\tau_{yz}^2-\tau_{zx}^2-\tau_{xy}^2)\ ;$$

$$B=\frac{1}{\partial\sigma_x\partial x_i}[-\sigma^2+(\sigma_y+\sigma_z)\sigma-\sigma_y\sigma_z+\tau_{yz}^2]+\frac{\partial\sigma_y}{\partial x_i}[-\sigma^2+(\sigma_x+\sigma_z)\sigma-\sigma_x\sigma_z+\tau_{zx}^2]+\frac{\partial\sigma_z}{\partial x_i}[-\sigma^2+(\sigma_x+\sigma_y)\sigma-\sigma_x\sigma_y+\tau_{xy}^2]+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x_i}[-2\tau_{xy}\sigma+2\tau_{xy}\sigma_z-2\tau_{yz}\tau_{zx}]+\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial x_i}[-2\tau_{yz}\sigma+2\tau_{yz}\sigma_x-2\tau_{xy}\tau_{zx}]+\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial x_i}[-2\tau_{zx}\sigma+2\tau_{zx}\sigma_y-2\tau_{xy}\tau_{yz}]\,,$$

分别代入 $\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3$，可求得$\frac{\partial\sigma_1}{\partial x_i},\frac{\partial\sigma_2}{\partial x_i},\frac{\partial\sigma_3}{\partial x_i}$，其中的$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x_i},\frac{\partial\sigma_y}{\partial x_i},\frac{\partial\sigma_z}{\partial x_i},\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x_i},\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial x_i},\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial x_i}$由所求得的位移导数计算出来.

上面计算的位移导数和应力导数，为薄壁覆盖件的结构优化提供了可靠的、必要的信息.

2.3 自振频率和振型向量导数

对结构进行动态优化，往往需要对自振频率和振型向量进行敏度分析，求出自振频率和振型向量对设计变量的导数. 假设需要求出 n 阶自振频率，对于 N 自由度系统

$$[K]\{\varphi\}_l=\lambda_l[M]\{\varphi\}_l(l=1,\cdots,n)\,, \tag{11}$$

式中：$n\leqslant N$；λ_l 为单特征值即第 l 阶自振频率的平方.

若设计变量 $x_i=x_{i0}+\Delta x_i$，

式中：x_{i0}为前一次迭代设计变量值；Δx_i 为设计变量两次迭代之间的改变量.

对刚度矩阵、质量矩阵、特征值和特征向量按 Taylor 级数展开，略去二阶量，有

$$\{\varphi\}_l=\{\varphi\}_{l0}+\Delta\{\varphi\}_i\ ;\lambda_l=\lambda_{l0}+\Delta\lambda_l\ ;$$

$$[K]=[K_0]+\sum_{i=1}^{m}\frac{\partial[K]}{\partial x_i}\Delta x_i\ ; \tag{12}$$

$$[M]=[M_0]+\sum_{i=1}^{m}\frac{\partial[M]}{\partial x_i}\Delta x_i\,.$$

代入式(11)整理后得

$$\frac{\partial\lambda_l}{\partial x_i}=\{\varphi\}_{l0}^{\mathrm{T}}\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{\partial[K]}{\partial x_i}-\lambda_{l0}\sum_{i=1}^{m}\frac{\partial[M]}{\partial x_i}\right)\{\varphi\}_{l0}\ ;$$

$$([K_0]-\lambda_{l0}[M_0])\left\{\frac{\partial\varphi_l}{\partial x_i}\right\}=\frac{\partial\lambda_l}{\partial x_i}[M_0]\{\varphi\}_{l0}-\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{\partial[K]}{\partial x_i}-\lambda_{l0}\sum_{i=1}^{m}\frac{\partial[M]}{\partial x_i}\right)\{\varphi\}_{l0}\,. \tag{13}$$

式中，$i=1,2,3,\cdots,m$；$l=1,2,3,\cdots,n$.

在计算位移导数时，已求出了刚度矩阵对设计变量的导数，利用同样的方法可以求得质量矩阵对设计变量的导数，就可以上式求得自振频率和振型向量导数.

3 应用实例

以上研究结果已应用于轻型货车 EQ1060F 车身的结构优化设计，加快了优化设计的计算速度，得到了满意的优化结果，取得了良好的社会效益.

本文以郑州轻型汽车厂生产的轻型货车 EQ1060F 驾驶室车身的原设计方案为初始点：

$$X^0=(1230,1300,2000,1.2,1.3,1.0)^{\mathrm{T}}(\mathrm{mm})\,,$$

计算出初始的各分目标函数值，其中车身重量为 1879.12 N，空气阻力为 470.10 N，只经过 5 次迭代，优化后的设计变量为

$$X^*=(1210.3,1245.1,1816.5,1.06,1.19,0.89,1.2,1.3,1.0)^{\mathrm{T}}(\mathrm{mm})\,.$$

根据生产实际情况及钢板的厚度系列，对结果进行圆整，在满足的约束条件下得到一组实用的设计方案：

$$X^*=(1210,1245,1816,1.1,1.2,0.9)^{\mathrm{T}}(\mathrm{mm})\,,$$

车身重量变为 1534.84 N，比原方案下降了 18.1% 空气阻力为 409.21 N，比原方案下降了 12.98%.

参考文献：

[1] 钱令希. 工程结构优化设计[M]. 北京：水利水电出版社，1983.

[2] 陈立周. 机械优化设计方法[M]. 北京：冶金工业出版社，1985.

[3] URI Kirsch. Optimum structural design[M]. New York：Mc Graw－Hill Book Company. 1981.

[4] 秦东晨，徐业宜. 复杂箱体的结构优化设计[J]. 郑州工学院学报，1993，14(3)：27－33.

万方数据

Study on Sensitivity Analysis in Structural Optimization of Sheet Cover

QIN Dong – chen[1], REN Tai – an[2], LI　Jing[3]

(1. College of Mechanical and Electronic Engineering, Zhengzhou University of Technology, Zhengzhou 450002, China; 2. Henan Mechanical and Electronic College, Xinxiang 453002, China; 3. Henan Chemical Engineering School, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: This paper studies the sensitivities in the structural optimization of the sheet cover, including the stress sensitivity and the displacement sensitivity as well as the eigenvector sensitivity. The sensitivities are solved by the finite element method. A beam element and a plate element are used for the structural analysis of the sheet cover. Some equations about the sensitivities are given out and are applied to the structural optimization of the sheet cover. The results prove to be satisfactory.

万方数据

Key words: sensitivity; structural optimization design; sheet cover