

概率灵敏度在结构加固决策中的应用

李广慧¹, 赵 雷¹, 霍 达²

(1. 郑州工业大学土木建筑工程学院, 河南 郑州 450002; 2. 北京工业大学土木建筑工程学院, 北京 100022)

摘 要: 探讨了钢筋混凝土框架结构截面约束的概率重要度及概率灵敏度概念, 利用失效相关性及结构体系可靠度方面的研究成果, 给出了钢筋混凝土框架结构中各个截面效应约束分别在弱灾害和强灾害环境下的概率灵敏度与概率重要度的计算方法, 所得结论可以为在役结构在地震前的预防性维修加固决策及震后结构的维修加固决策提供科学依据, 从而提高了在役结构加固决策的可靠性。

关键词: 框架结构; 截面效应约束; 概率灵敏度; 概率重要度

中图分类号: TU 35 文献标识码: A

在结构体系可靠性分析中, 一般用概率重要度或概率灵敏度来衡量单元对体系可靠度的影响程度^[1]。本文对钢筋混凝土框架结构截面效应约束在弱灾害和强灾害环境下的概率灵敏度及概率重要度进行分析, 旨在寻求对结构体系可靠度贡献最大的结构构件或截面约束, 在抗震加固费用或结构体系可靠度增益一定的前提下, 确定需要维修加固的截面和被加固截面的可靠度增量(或加固费用), 从而为在役建筑结构的可靠度计算和维修加固决策提供科学的依据。

1 基本概念与定义

1.1 截面概率灵敏度

若记框架结构体系 S 的可靠度为 p_s , 第 i 个截面或构件的可靠度为 p_i , 则有

$$p_s = p_s(p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_n). \tag{1}$$

截面或构件 i 的概率灵敏度 $S_{[i]}$ 定义为^[2]

$$\frac{\partial p_s}{\partial p_i} = \frac{\partial p_s(p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_n)}{\partial p_i}. \tag{2}$$

显然, $\frac{\partial p_s}{\partial p_i}$ 越大, 截面或构件 i 的概率灵敏度也越高, 也就是说第 i 个截面或构件的可靠度 p_i 的增益对体系可靠度影响最大。

1.2 截面概率重要度

若记框架结构体系 S 的失效概率为 p_f , 第 i

个截面或构件的失效概率为 q_i , 则有

$$p_f = p_f(q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_n). \tag{3}$$

截面或构件 i 的概率重要度 $I_{[i]}$ 定义为^[3]

$$\frac{\partial p_f}{\partial q_i} = \frac{\partial p_f(q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_n)}{\partial q_i}. \tag{4}$$

可以看出, $\frac{\partial p_f}{\partial q_i}$ 越大, 截面或构件 i 的概率重要度也越高。

因此, 截面或构件 i 的概率重要度和概率灵敏度是不同阶段中的同一个概念, 概率灵敏度越高, 其概率重要度也越高, 反之亦然。一般情况下, 在弱灾害环境下的加固性维修决策中宜采用概率灵敏度概念, 而在强灾害环境下的加固性维修决策中宜采用概率重要度概念。

2 截面约束的概率灵敏度求解

考虑到可靠性分析中, 最小失效集和失效模式中的元素都是结构截面的反应约束。在不同的随机荷载及抗力水平下, 某一结构单元可能会在相同或不同截面产生受弯、受剪、轴压等不同形式的约束失效, 并组合成不同的最小失效集和失效模式。因此, 在结构体系可靠性分析中, 我们以结构截面效应约束来代替系统单元。

2.1 弱灾害环境作用下截面约束的概率灵敏度计算方法

根据文献 [4], 在弱灾害环境作用下结构体系

收稿日期: 1999 - 05 - 10, 修订日期: 2000 - 01 - 10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59878006), 河南省科技攻关项目(981150305)

作者简介: 李广慧(1970 -), 男, 河南省商丘市人, 郑州工业大学讲师, 博士, 主要从事建筑结构与系统可靠性方面的研究。

失效概率的求解公式可采用

$$p_f = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_{f_i}). \tag{5}$$

式中： p_{f_i} 为各约束的失效概率。

若以 p_s 表示结构体系的可靠度， p_i 表示各截面效应约束的可靠度，则有

$$p_s = \prod_{i=1}^n p_i. \tag{6}$$

式中： $p_i = 1 - p_{f_i}$ 。

则截面效应约束 i 的概率灵敏度可以表示为

$$\frac{\partial p_s}{\partial p_i} = \prod_{j=1, j \neq i}^n p_j. \tag{7}$$

式中： n 为失效截面效应约束数。

2.2 强灾害环境作用下载面约束的概率灵敏度计算方法

在强灾害环境作用下，利用结构截面效应约束的失效规律可以将各个失效约束用代表性失效约束来代替，各个代表性失效约束之间认为服从独立性假设。给定结构失效准则后，在确定结构体系失效概率表达式基础上，并对其进行微分，即得到强灾害环境作用下载面效应约束的概率重要度计算公式

$$I_{[i]} = \partial p_f / (\partial p_{f_i}). \tag{8}$$

式中： $I_{[i]}$ 为第 i 个代表性失效截面效应约束的概率重要度。

3 概率灵敏度和概率重要度算例

3.1 弱灾害环境作用下

例 1 按抗震规范设计的 6 层钢筋混凝土框架结构如图 1 所示，由于弱灾害环境作用，结构内部出现了 10 个薄弱约束，由截面可靠度验算得各可能失效约束的失效概率见表 1，试求解该结构各约束在弱灾害环境作用下的概率灵敏度 $S_{[i]}$ 。

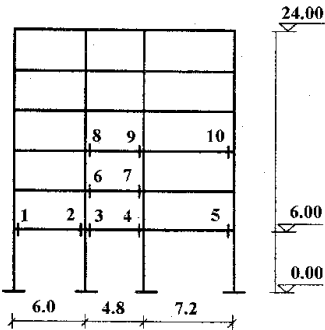


图 1 例 1 截面约束示意图
万方数据

表 1 例 1 反应约束的失效概率

失效约束	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
失效概率	.004	.003	.005	.006	.007	.004	.005	.004	.003	.002

解：在弱灾害环境作用下，假定各个失效截面约束之间相互独立，由式(7)即可求得各个截面失效约束的概率灵敏度。

$$S_{[1]} = 0.962, S_{[2]} = 0.961, S_{[3]} = 0.963, S_{[4]} = 0.964, S_{[5]} = 0.965, S_{[6]} = 0.962, S_{[7]} = 0.963, S_{[8]} = 0.962, S_{[9]} = 0.961, S_{[10]} = 0.96.$$

从计算结果可以看出，第 5 个截面效应约束的概率灵敏度最高，第 10 个截面效应约束的概率灵敏度最低。说明在弱灾害环境下，截面约束的概率灵敏度和其失效概率的排列顺序是一致的，即截面约束的失效概率越大，其概率灵敏度也越高。

3.2 强灾害环境作用下

例 2 一按照抗震规范设计的单跨二层钢筋混凝土框架结构如图 2 所示。在服役若干年后，经过现场检测和强灾害环境作用下载面可靠度验算分析，得到各个截面约束的可靠性参数示于表 2 中，若对该结构进行震前加固，试对各个可能失效截面效应约束的加固优先次序进行决策。

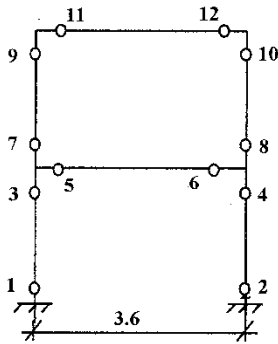


图 2 例 2 截面约束示意图

3.2.1 结构反应约束的状态相关性分析

根据文献[4]总结的相关性规律进行分析可知，1 和 2、3 和 4、5 和 6、7 和 8、9 和 10、11 和 12 六对约束之间具有相关性，相关性截面约束之间采用“最弱单元假设”，得到各可能失效约束的代表性约束如表 2 中所示。

3.2.2 确定结构的最小失效集和失效域

由文献[4]可知，在强灾害环境作用下，各个代表性失效截面约束之间相互独立，此时显然应用“力学失效准则”进行结构失效与否的判别，因而，主要失效模式有如下 6 个，即

$$\{0_1 \cap 0_3\}, \{0_7 \cap 0_9\}, \{0_7 \cap 0_{11}\}, \{0_1 \cap 0_5 \cap 0_7\}, \{0_1 \cap 0_5 \cap 0_9\}, \{0_3 \cap 0_5 \cap 0_9\}.$$

表 2 例 2 截面约束的可靠性参数

约束编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
失效概率	0.015	0.014	0.012	0.01	0.020	0.020	0.011	0.010	0.010	0.010	0.018	0.016
代表约束	1	1	3	3	5	5	7	7	9	9	11	11

所以 结构的失效域表示为
 $\bar{\Omega}_s = \{0_1 \cap 0_3\} \cup \{0_7 \cap 0_9\} \cup \{0_7 \cap 0_{11}\} \cup \{0_1 \cap 0_5 \cap 0_7\} \cup \{0_1 \cap 0_5 \cap 0_9\} \cup \{0_3 \cap 0_5 \cap 0_9\}$.

3.2.3 求失效域的完全和式表达式

根据不变化方法^[4],结构失效域 $\bar{\Omega}_s$ 的完全和式表达式可以表示为

$$\bar{\Omega}_s = 0_1 0_3 + 1_1 1_3 0_7 0_9 + 1_1 1_3 1_9 0_7 0_{11} + 1_3 1_9 1_{11} 0_1 0_5 0_7 + 1_3 1_7 1_{11} 0_1 0_5 0_9 + 1_1 1_7 1_{11} 0_3 0_5 0_9.$$

式中 0_i 代表第 i 个截面效应约束失效 ; 1_i 代表第 i 个截面效应约束可靠.

由于各代表性约束之间相互独立 ,因而可将代表性约束的失效状态(0)由约束的失效概率代之 ,约束的可靠状态(1)由约束的可靠概率代之 ,即得到结构失效概率的计算公式

$$p_f = 0_1 0_3 + 1_1 1_3 0_7 0_9 + 1_1 1_3 1_9 0_7 0_{11} + 1_3 1_9 1_{11} 0_1 0_5 0_7 + 1_3 1_7 1_{11} 0_1 0_5 0_9 + 1_1 1_7 1_{11} 0_3 0_5 0_9.$$

再利用式(8)代入上式 ,即可求得各个代表性截面失效约束的概率重要度 ,依此为

$$I_{[1]} = 2.440 \times 10^{-2}, I_{[3]} = 1.520 \times 10^{-2}, I_{[5]} = 0.0416 \times 10^{-2}, I_{[7]} = 5.4148 \times 10^{-2}, I_{[9]} = 1.1222 \times 10^{-2}, I_{[11]} = 1.059 \times 10^{-2}.$$

各个代表性截面约束概率重要度的大小顺序为 : $I_{[7]} > I_{[1]} > I_{[3]} > I_{[9]} > I_{[11]} > I_{[5]}$.

若对该结构进行加固 ,显然应该按照上述优

先顺序进行加固决策 ,在加固投入一定的前提下 ,应着重提高概率重要度大的截面约束.

4 结论

(1)弱灾害环境作用下 ,失效概率大的截面约束 ,其概率灵敏度也高.

(2)强灾害环境作用下 ,框架结构截面约束的概率重要度或概率灵敏度受失效模式和截面约束本身失效概率大小的影响.

(3)框架结构各个截面的加固的优先次序 ,可以按照各个截面约束的概率重要度或概率灵敏度的大小顺序进行 ,即在加固投入一定的前提下 ,应优先加固那些概率重要度或概率灵敏度大的截面约束 ,其可靠度增益越大 ,结构体系可靠度增加也越多.

参考文献 :

[1] 李桂青 ,霍 达 ,王东炜 .城市建筑网络系统抗震可靠性分析 [M].北京 :地震出版社 ,1993.146 - 149.
[2] 陈 凯 ,陆淑兰 ,李凤玲 .可靠性数学及其应用 [M].长春 :吉林教育出版社 ,1989.
[3] 曹晋华 ,程 侃 .可靠性数学引论 [M].北京 :科学出版社 ,1986.
[4] 李广慧 .在役钢筋混凝土框架结可靠性鉴定与维修加固决策 [D].哈尔滨 :哈尔滨建筑大学 ,1999.45 - 50.

Applications of Probability Sensitivity in the Decision - making of Structural Strengthening

LI Guang - hui¹ , ZHAO Lei¹ , HUO Da²

(1. College of Civil & Building Engineering ,Zhengzhou University of Technology ,Zhengzhou 450002 ,China ; 2. College of Civil & Building Engineering ,Beijing Polytechnic University ,Beijing 100022 ,China)

Abstract :Concepts of probability importance and probability sensitivity of sectional constraints of RC frame structure are put forward and studied in this paper ,and their calculation methods are given based on the failure correlation and the achievements on reliability of structural system under minor and strong environment hazard respectively .The conclusions of this paper provide a scientific basis for the disaster - resistant maintenance strategy before and after earthquakes ,enhancing the reliability of decision - making for the strengthening of existing structure .

Key words :frame structure ; sectional constraints ; probability sensitivity ; probability importance