

钢筋砼纯扭和剪扭构件承载力 计算公式的理论分析

王新玲 刘立新 候国安
(郑州工业大学土建系)(郑州市园林局, 450006)

摘要 运用空间桁架理论建立了受扭构件的受力模型, 引用砼双向受力状态下强度理论和破坏准则推导了纯扭、剪扭构件承载力公式, 并用规范公式进行分析, 得出了剪扭构件的实用表达式, 并和纯扭构件及纯剪构件承载力公式相衔接, 使设计更为简便。

关键词 纯扭构件; 剪扭构件; 承载力公式

中图分类号 TU32

对受扭构件的受力模型分析已是国内外学者多年来一直进行的工作, 并提出许多方法, 其中空间桁架模型为最典型方法之一, 但该模型仅能推导出扭矩和抗扭钢筋的关系而无法考虑砼作用, 而文献[1]又提出了双向受拉腹杆的空间桁架模型, 本文在这两者基础上, 运用砼双向受力下的强度理论, 对纯扭及剪扭构件受力机理和承载力作进一步分析。

1 纯扭构件机理分析

试验表明, 纯扭构件的剪应力主要集中于厚度为 $2C$ 的薄壁截面上, 因此可主要对薄壁应力进行分析, 也可适当考虑核心砼的作用。图 1 为一薄壁筒截面的应力状况, 由扭矩所产生的剪应力使构件产生螺旋裂缝, 与构件边缘大致形成相等的 α 角, 螺旋裂缝之间砼斜向受压相当于桁架的斜压杆, 箍筋可视为桁架的垂直的杆(拉), 纵筋则视为桁架的受拉弦杆, 在砼薄壁上任一点应力状态中 σ_x, σ_y 应由受拉纵筋和箍筋平衡。由文献[1], 在钢筋受扭破坏的条件下, 受扭纵筋、箍筋均可达屈服, 由此可求得受扭纵筋和箍筋等薄壁砼所受的水平压应力 σ_x 和垂直压应力 σ_y , 分别为:

$$\sigma_x = \frac{A_{stl} \cdot f_y}{2c \cdot U_{cor}}, \quad \sigma_y = \frac{A_{stl} \cdot f_{yt}}{2c \cdot s} \quad (1)$$

根据拉压状态下的破坏条件^[1]

$$\sigma_2 = f_c - \frac{\sigma_1}{f_t} f_c$$

可得极限状态时的剪应力为:

$$\tau = \left[\frac{f_t}{f_c + f_t} \cdot f_{st} + \left(1 - 2 \frac{f_t}{f_c + f_t} \right) \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right] \sin 2\alpha \quad (2)$$

$\sin 2\alpha$ 可由空桁架模型求出, 由图 2 所示:

$$C_h \sin \alpha = \frac{A_{stl} \cdot f_{yt}}{S} \cdot \frac{h_{cor}}{\tan \alpha} \quad (3)$$

收稿日期: 1997-11-11

第一作者 女 1963 年 8 月生 硕士学位 副教授

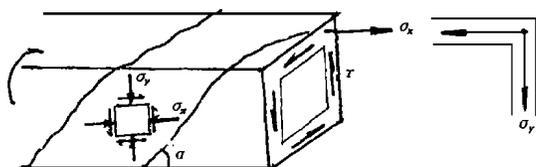


图1 纯扭构件应力状态

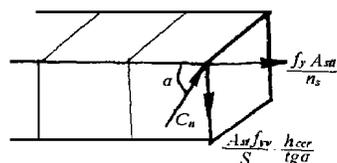


图2 纯扭构件空间桁架模型

$$C_h \cos \alpha = \frac{f_y \cdot A_{st}}{n_s} \quad (4)$$

式中: C_h 为侧面砼斜向压力; h_{cor} 为侧面砼核心部分尺寸, $h_{cor} = h - 2c$; n_s 为抗扭纵筋根数。

由式(3)、(4)得

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \frac{2 \sqrt{\frac{u_{cor}}{n_s \cdot h_{cor}} \cdot \zeta}}{1 + \frac{u_{cor}}{n_s \cdot h_{cor}} \cdot \zeta} = \frac{2 \sqrt{k_1 \zeta}}{1 + k_1 \zeta} \quad (5)$$

式中

$$k_1 = \frac{u_{cor}}{n_s \cdot h_{cor}}$$

由式(1)、(2)、(5)得

$$\bar{\tau}_{垂直} \left[\frac{f_t}{f_c + f_t} \cdot f_c + \left(1 - 2 \frac{f_t}{f_c + f_t} \right) \cdot \frac{1 + \zeta}{4c} \cdot \frac{A_{st1} \cdot f_{yv}}{S} \cdot \frac{2 \sqrt{k_1 \zeta}}{1 + k_1 \zeta} \right] \quad (6)$$

因此纯扭构件受扭承载力计算公式 ($K = \frac{f_t}{f_c + f_t}$):

$$T = \tau \cdot A_{cor} \cdot 4c = K f_c \cdot \frac{2 \sqrt{k_1 \zeta}}{1 + k_1 \zeta} \cdot A_{cor} \cdot 4c + (1 - 2K) \cdot \frac{1 + \zeta}{1 + k_1 \zeta} \cdot 2 \sqrt{k_1 \zeta} \cdot \frac{A_{st1} \cdot f_{yv}}{S} \cdot A_{cor} \quad (7a)$$

为了和现行规范及文献[1]比较,近似取 $f_t = 0.1 f_c$, 当 $h/b = 2 \sim 5$ 时, $A_{cor} \cdot 2c \approx 0.33 W_t$

$$T = 0.6 \cdot \frac{2 \sqrt{k_1 \zeta}}{1 + k_1 \zeta} W_t \cdot f_t + 0.82 \cdot \frac{1 + \zeta}{1 + k_1 \zeta} \cdot 2 \sqrt{k_1 \zeta} \cdot \frac{A_{st1} \cdot f_{yv}}{S} \cdot A_{cor} \quad (7b)$$

公式形式与 GBJ10-89 及文献[1]一致,系数也较接近。当 $k_1 = 1$ 时,与文献[1]中的公式完全相同,从式(7)中知 k_1 对 T 影响较小。

2 剪扭构件

当剪力和扭矩共同存在时,受力较复杂,但由试验结果分析知:剪扭构件破坏时空间桁架模型仍类似于纯扭构件,如图3所示,亦可将实心截面视为等效的空心截面。

由扭矩 T 和剪力 V 产生的剪应力流 τ_T 和 τ_V 在一个侧面同向,另一侧面反向,上、下面仅为 τ_T 作用,假设扭矩 T 产生的剪应力流 τ_T 在其空心截面四壁内均匀分布,由剪力 V 产生的剪应力流 V_T 在整个截面上也是均匀分布,

则

$$\tau_T = \frac{T}{2A_{cor} \cdot 2c}; \tau_V = \frac{V}{bh_0}$$

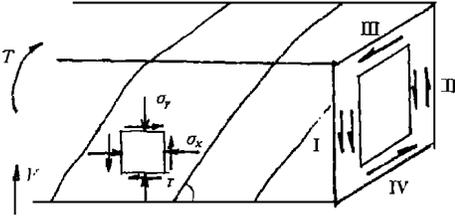


图3 剪扭构件应力状态

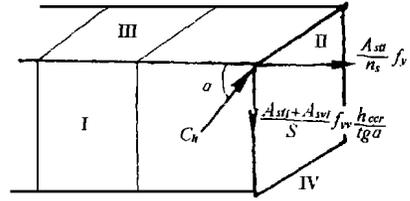


图4 剪扭构件空间桁架模型

因此作用在空心截面4个壁上的剪应力流为:

I区: $\tau_1 = \tau_T + \tau_V$ (剪应力同向); II区: $\tau_2 = \tau_T - \tau_V$ (剪应力反向); III、IV区: $\tau_3 = \tau_4 = \tau_T$ (仅受扭应力)。

I区为剪应力叠加区,因此所产生的主拉应力最大,所以剪扭构件承载力降低。该向首先开裂,为第1受拉区,然后裂缝分别向上、下面即III、IV区发展,对II区,由于剪应力最小,即为最后受压面,因此其破坏面仍为3面受拉1面受压的空间扭曲面,所以计算公式仍可类似于纯扭构件推出。

因为I区为最不利截面,所以该面上微元体应力状态: $\tau = \tau_T + \tau_V$

$$\sigma_y = \frac{A_{stl} \cdot f_{yv}}{2c \cdot S} + \frac{A_{sp1} \cdot f_{yv}}{2c \cdot s} = \frac{(A_{stl} + A_{sp1}) f_{yv}}{2c \cdot s} = \frac{A_{stl}^* \cdot f_{yv}}{2c \cdot S} \quad (8)$$

$$\sigma_x = \frac{A_{stl} \cdot f_y}{2c \cdot u_{cor}} \quad (9)$$

同理由空间桁架模型(图4)

$$\sin^2 \alpha = \frac{2 \sqrt{k_1 \zeta^*}}{1 + k_1 \zeta^*} \quad (10)$$

式中
$$\zeta^* = \frac{f_y \cdot A_{stl}}{u_{cor}} \bigg/ \frac{A_{sp1}^* \cdot f_{yv}}{S} \quad (11)$$

为剪扭构件抗扭纵筋与总箍筋配筋强度比。

根据拉压力区屈服条件得:

$$\tau = \left[k \cdot f_c + (1 - 2k) \frac{1 + \zeta^*}{4c} \right] \cdot \frac{A_{sp1}^* \cdot f_{yv}}{S} \cdot \frac{2 \sqrt{k_1 \zeta^*}}{1 + k_1 \zeta^*} \quad (12)$$

剪扭构件实用设计表达式:

$$\frac{T}{A_{cor} \cdot 4c} + \frac{V}{bh_0} = \left[k \cdot f_c + (1 - 2k) \frac{1 + \zeta^*}{4c} \right] \cdot \frac{A_{sp1}^* \cdot f_{yv}}{S} \cdot \frac{2 \sqrt{k_1 \zeta^*}}{1 + k_1 \zeta^*} \quad (13)$$

近似取 $f_t \approx 0.1f_c$, 则:

$$\frac{T}{A_{ar} \cdot 4c} + \frac{V}{bh_0} = 0.91f_c \frac{2 \sqrt{k_1 \zeta^*}}{1 + k_1 \zeta^*} + 0.82 \frac{1 + \zeta^*}{1 + k_1 \zeta^*} \cdot \frac{\sqrt{k_1 \zeta^*}}{2c} \cdot \frac{A_{sp1}^* \cdot f_{yv}}{S} \quad (14)$$

3 剪扭构件承载力公式(13)、(14)讨论

(1)当 $V=0$ 时为纯扭构件: $\zeta^* = \zeta, \sigma_y = \frac{A_{stl} f_{yv}}{2c \cdot S}$

$$\text{则} \quad \frac{T}{A_{ar} \cdot 4c} = k f_c \cdot \frac{2 \sqrt{k_1 \zeta}}{1 + k_1 \zeta} + (1 - 2k) \frac{1 + \zeta}{1 + k_1 \zeta} \cdot \frac{\sqrt{k_1 \zeta}}{2c} \frac{A_{st1} f_{yv}}{S} \quad (15)$$

近似取 $f_t \approx 0.1 f_c$, $A_{ar} \cdot 4c \approx 0.66 W_t$

$$T = 0.6 \frac{2 \sqrt{k_1 \zeta}}{1 + k_1 \zeta} f_t W_t + 0.82 \frac{1 + \zeta}{1 + k_1 \zeta} \cdot \sqrt{k_1 \zeta} \cdot \frac{A_{st1} f_{yv}}{S} \cdot A_{cor} \quad (16)$$

与纯扭构件式(7b)完全相同

(2) 当 $T=0$ 时为纯剪构件, 若不考虑弯矩作用时, 此构件仅有剪应力存在, 因此主拉、压应力方向为 $\alpha=45^\circ$, 即 $\sin^2 \alpha=1$, 此时不必配置抗扭纵筋, 所以 $\sigma_x=0$, $\sigma_y = \frac{A_{st1} f_{yv}}{2c \cdot S}$

则式(14)为:

$$V = k f_c b h_0 + (1 - 2k) \cdot \frac{A_{st1}}{4c \cdot S} h_0 f_{yv} \quad (17)$$

近似取 $f_t = 0.1 f_c$, 即 $k = 0.091$

$$\text{则} \quad V = 0.091 f_c b h_0 + 0.82 \cdot \frac{b}{4c} \frac{A_{st1}}{S} h_0 f_{yv} \quad (18)$$

与均布荷载下受剪承载力计算公式形式一致, 系数略有不同。

当 $b < 150 \text{mm}$ 时, 单肢箍, $V = 0.091 f_c b h_0 + 1.23 \frac{A_{st1}}{S} h_0 f_{yv}$

当 $b \leq 300 \text{mm}$ 时, 双肢箍, $V = 0.091 f_c b h_0 + 1.23 \frac{n A_{st1}}{S} h_0 f_{yv} \quad (n=2)$

$\therefore b = 350 \sim 400 \text{mm}$ 时, 四肢箍, $V = 0.091 f_c b h_0 + 0.82 \frac{n A_{st1}}{S} h_0 f_{yv} \quad (n=4)$

(3) ζ^* 取值

对纯扭构件, 由试验计算知 $\zeta = 0.6 \sim 1.7$ 之间, 而

$$\zeta^* = \frac{A_{st1} f_y}{u_{cr}} \sqrt{\frac{A_{st1} f_{yv}}{S}} = \zeta \cdot \frac{A_{st1}}{A_{st1} + A_{sw1}}$$

即 ζ^*/ζ 与扭矩及剪力大小有关, 根据规范方法, 当 $\frac{V}{f_c b h_0}$ 与 $\frac{T}{f_c W_t}$ 取不同值时, ζ^*/ζ 值亦不同, 本文取 $\frac{V}{f_c b h_0} + \frac{T}{f_c W_t} = 0.07 \sim 0.25$ 之间的不同值时, 得出相应 ζ^*/ζ 值, 然后用所求的值进行回归得下列公式:

$$\zeta^*/\zeta = 0.439 - 1.936 \frac{V}{f_c b h_0} + 3.286 \frac{T}{f_c W_t} \quad (19)$$

共 47 个值, 相关系数 $R = 0.97$, 变异系数 $\delta = 0.056$ 。

(4) 与试验结果比较

根据哈尔滨建筑大学的高强砼剪扭构件的试验结果验证式(13)与式(19), 比较见表 1, 2。

为保证受弯承载力, 梁顶、底部纵筋均为 $6 \Phi^l 18$, 所以 $\zeta = 1.6$ 。

从表 2 中可看出, 式(13)计算值与试验值符合较好, 基本偏于安全(计算值中的 f_t, f_c, f_{yv} 均采用试验值)。

表1 高强砼有腹筋构件剪扭构件试验值

试件	$\frac{T}{vb}$	$b \times h$ (mm)	f_c (MPa)	f_t (MPa)	箍筋	V_u (kN)	T_u (kNm)
HY-1	3	160×310	49.2	3.22	Φ10 @130	43.95	21.1
HY-2	1	160×310	51.3	3.31	Φ10 @130	115.8	18.5
HY-4	1.5	160×310	42.6	2.93	Φ10 @130	73.1	17.6
HY-3	∞	160×310	41.2	2.86	Φ10 @130	0	19.7

表2 式(19)及(13)计算结果与试验值比较

试件	式(19)中的 ζ^* 值	试验值	式(13)计算值
		$\frac{T_u}{A_{cor} \cdot 4c} + \frac{V_u}{bh_0}$	
HY-1	1.325	7.4	7.06
HY-2	1.12	9.1	6.82
HY-4	1.24	7.8	6.64
HY-3	1.5	6.89	7.16

4 结论

本文运用空间桁架理论建立了受扭构件受力模型,推出了纯扭、剪扭构件承载力公式(7)及式(13),并用规范的计算公式得出 ζ^* 的表达式(19)。因此,对剪扭构件,即可首先由已知剪力及扭矩求出 ζ^* ,建议 $\zeta=1.0\sim 1.6$ 即可已知 ζ^* 值,再由式(13)即可直接求出总的箍筋用量 $\frac{A_{sw1}^*}{S}$ 值,再由 ζ^* 定义式即求出抗扭纵筋 $A_{stl} = \zeta^* \frac{A_{sw1} U_{cor} f_{yv}}{S f_y}$,按规范方法将其与抗弯纵筋叠加。该式可与纯扭及纯剪公式相衔接,并为试验结果所验证。

参考文献

- 1 刘立新,田秋. 钢筋砼受剪和受扭构件的破坏机理及受力模型的探讨. 郑州工学院学报, 1994(4): 1~12

The Theoretical Analysis of Bearing Capacity Formula for Reinforced Concrete Member of Pure Torsion and Shear Torsion

Wang Xinling Liu Lixin Hou Guoan

(Zhengzhou University of Technology)(Zhengzhou Gardens Part)

Abstract The shearing model of the torsion member is established with the space frame analogy, and the bearing capacity formulas are obtained with the concrete strength theory under bi-axial stress. Then, the practical expression of the shear torsion member is obtained after an analysis using the code formula and links up the bearing capacity formulas of pure torsion and pure shear member. The formula is more simple than the code design.

Keywords pure torsion member; shear torsion member; bearing capacity formula