

线性结构地震反应分析模型研究<sup>\*</sup>

王 博 王冠月<sup>\*\*</sup> 徐建国  
( 郑州工业大学水环系)

**摘 要** 对线性结构地震反应分析所使用的有限元分析模型的计算精度进行了详细的讨论,通过数值算例对比研究了使用不同的有限元质量矩阵对线性结构地震反应计算结果的影响,得出了一些有益的结论,可供计算参考。

**关键词** 地震反应;有限元法;计算精度

**中图分类号** TU311.3

0 前言

反应谱方法着眼于结构的最大地震反应来进行抗震验算的。这类方法简便,所以自 50 年代后期以来,被广泛用于各国的抗震设计规范。但人们在不断深入的研究与实践中发现,应用反应谱方法对结构进行地震反应分析有时得不到正确的结果。造成这种现象的主要原因是反应谱方法没有考虑地震动的过程影响,其次在于反应谱组合公式是 1 个近似的结果<sup>[1]</sup>。要获得结构在给定的地震波输入下的地震的时程反应,需要进行结构地震反应的时程反应计算,最常用的计算模型是有限元模型。在有限元方法中,有不同的质量矩阵:一致质量矩阵和集中质量矩阵,本文对两种不同的质量矩阵对计算精度的影响进行了详细的讨论。

1 线性结构地震反应分析动力方程

在线性结构地震反应分析时,采用样条模型,以平面杆系结构为例,下面给出平面杆系结构线性地震反应分析动力方程<sup>[2]</sup>

$$[M]_1\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{P_{eff}(t)\} \tag{1}$$

其中 $\{P_{eff}(t)\} = -[M]_2\{\ddot{u}_g\}$ 为等效地震力列阵。式中, $\{\ddot{u}\}, \{\dot{u}\}, \{u\}$ 分别为结构的相对加速度列阵、相对速度列阵、相对位移列阵; $\{\ddot{u}_g\}$ 为地面水平运动加速度列阵; $[M], [C], [K]$ 分别为结构的质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵。

记单元结点位移列阵为

$$\{q\}^e = [u_i \quad u_i' \quad u_j \quad u_j']^T$$

则单元的一致质量矩阵为<sup>[3]</sup>

<sup>\*</sup> 河南省科技攻关资助项目(961190107)  
收稿日期:1998-03-04  
<sup>\*\*</sup> (河南省建筑设计院,郑州,450000)  
第一作者 男 1956 年 11 月生 硕士学位 副教授

$$[M]^e = \frac{\rho A l}{420} \begin{bmatrix} 156 & & & & & \text{对称} \\ & \frac{22}{54} l^2 & 4 l^2 & & & \\ & & 13 l & 156 & & \\ & -13 l & -3 l & -22 l & 4 l^2 & \end{bmatrix}$$

(2)

单元的集中质量矩阵为

$$[M]^e = \frac{\rho A l}{2} \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & 0 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 0 \end{bmatrix}$$

(3)

在线性地震反应动力方程式(1)中,可以采用一致质量矩阵或集中质量矩阵进行计算,但采用两种质量矩阵的地震反应计算精度未见报道,本文用具体算例进行分析和讨论。

2 数值算例

为了讨论两种质量矩阵计算地震反应的精度,用 1 个悬臂梁结构示例性算例进行计算。该结构的物理参数及几何尺寸为:弹性模量  $E=2.06 \times 10^8 \text{kN/m}^2$ ,质量密度  $\rho=7.8 \text{T/m}^3$ ,矩形截面尺寸为  $0.6 \times 0.8 \text{m}$ ,高度为  $10 \text{m}$ ,地面水平运动加速度输入为 El-Centro 地震波 NS 分量,最大值调幅到  $1g$ ,地震波形见文献[4]。将悬臂梁结构划分为 5 个单元,6 个结点,单元编号用  $(i)$  表示,结点编号用  $i$  表示,有限元的单元和结点编号如图 1 所示。

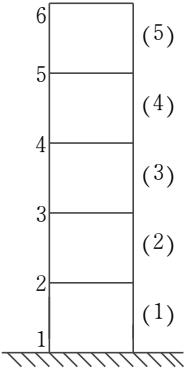


图 1 悬壁梁

- 本文在计算中共分 3 种工况(不计阻尼影响):
- (1)工况 1:动力方程中  $[M]_1$  与等效地震力列阵中  $[M]_2$  都采用一致质量矩阵;
  - (2)工况 2:动力方程中  $[M]_1$  与等效地震力列阵中  $[M]_2$  都采用集中质量矩阵;
  - (3)工况 3:动力方程中  $[M]_1$  采用一致质量矩阵,等效地震力列阵中  $[M]_2$  采用集中质量矩阵。

动力方程求解采用 Wilson- $\theta$  法求解<sup>[5]</sup>,  $\theta$  取为 1.4,计算步长为  $0.02s$ 。

本文讨论悬臂梁在与有限元方法相同地震波作用下的理论解,取前 5 阶振型进行迭加计算<sup>[4,6]</sup>,为了排除直接积分法求解方法对计算结果精度的影响,理论解的求解过程和方法与有限元法相同。

用有限元法计算的多种工况下的悬臂梁各结点水平位移最大反应值列于表 1,同时也列出了相应理论解的最大值。各种工况下的悬臂梁顶点横向位移反应时程曲线如图 2~4 所示,相应的理论解横向位移反应时程曲线如图 5 所示。

从表 1 可以看出,工况 3 动力方程采用一致质量矩阵,等效结点地震力列阵采用集中质量矩阵计算精度最好,这一计算结果与人们在一般动力分析中通常认为采用一致质量矩阵计算结构的动位移精度高,集中质量矩阵虽计算简单,但计算精度也与满足工程精度要求相矛盾。作者认为,造成工况 1 和工况 2 计算结构地震反应精度不高的主要原因是在一般动力分析中,动力方程右端力向量与质量矩阵无关,而在地震反应计算中,动力方程右端等效

结点力列阵与质量矩阵有关造成的。例如，在一致质量矩阵中主对角线方向元素为 $\frac{156}{420} \rho A l$ ，而集中质量矩阵相应的元素为 $\frac{1}{2} \rho A l$ ，它比一致质量矩阵对角元素大 1.346 倍。若把工况 3 的水平位移地震反应除以 1.346，则两种工况计算的水平地震反应结果基本相同，这就是采用一致质量矩阵计算结点等效地震力向量使计算结果偏低的原因。

表 1 各结点水平地震反应最大值(单位:m)

结点	工况 1	工况 2	工况 3	理论解
	一致~一致	集中~集中	一致~集中	
2	0.0010	0.0016	0.0014	0.0014
3	0.0037	0.0058	0.0050	0.0049
4	0.0037	0.0117	0.0099	0.0098
5	0.0116	0.0184	0.0156	0.0154
6	0.0159	0.0253	0.0215	0.0212

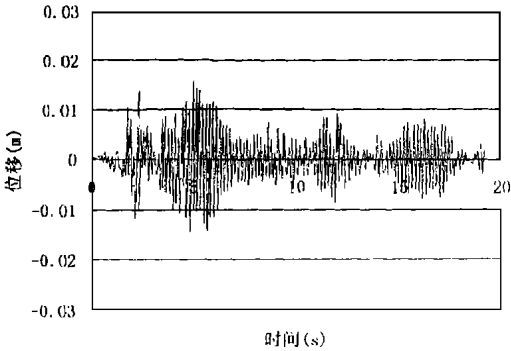


图 2 工况 1 下顶点水平地震反应时程曲线

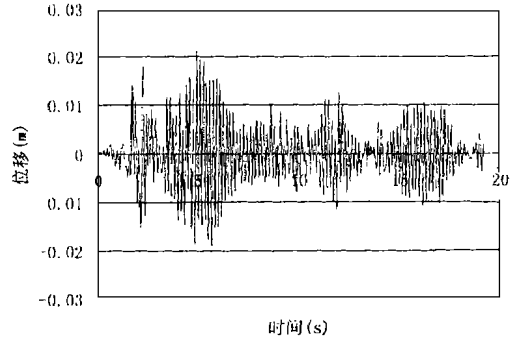


图 4 工况 3 下顶点水平地震反应时程曲线

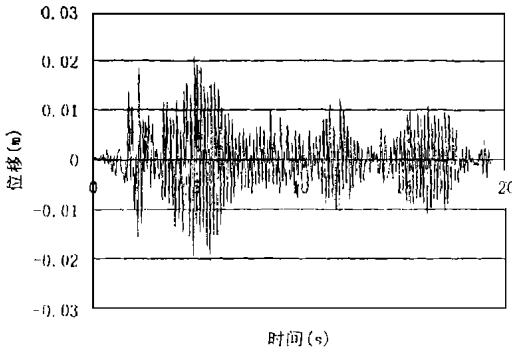


图 3 工况 2 下顶点水平地震反应时程曲线

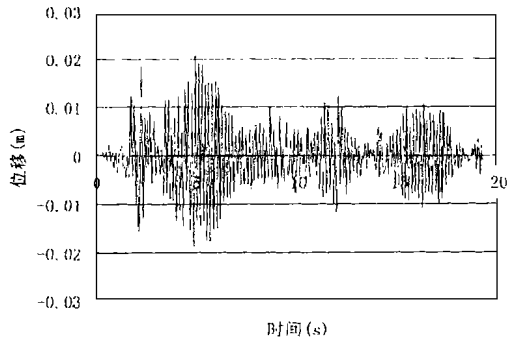


图 5 理论解计算的顶点水平地震反应时程曲线

对比图 2~5 可见，几种工况计算的结构顶点水平地震反应波形图，除最大幅值不同外，变化趋势基本相同，这说明采用不同的质量矩阵计算结构的水平地震反应频谱规律不变，这与采用一致质量矩阵或集中质量矩阵计算结构的自振特性所得结果基本相同这一结论一致。

3 结语

本文对线性结构地震反应分析所使用的有限元分析模型的计算精度进行了详细的讨论,通过数值算例对比研究,得出了结构地震反应分析动力方程采用一致质量矩阵、等效结点地震力列阵采用集中质量矩阵计算精度最好,而全部采用一致质量矩阵会使计算结果偏低,全部采用集中质量矩阵又会使计算结果偏高,但不论采用何种质量矩阵都不会使结构反应的频谱特性改变这一结论。本文对此问题只是做了初步研究,要想得出一般性结论,还需要进行多种地震波下的多种结构的地震反应计算,这可作为今后进一步研究的课题。

参考文献

1 许琪楼,李杰,李国强. 建筑结构抗震设计. 郑州:河南科学技术出版社,1992.51~59  
2 李杰,李国强. 地震工程导论. 北京:地震出版社,1992.78~79  
3 J.S. 普齐米尼斯基著,王德荣等译校. 矩阵结构分析理论. 北京:国防工业出版社,1974.169~209  
4 M. 帕兹著,李裕澈等译校. 结构动力学—理论计算. 北京:地震出版社,1993.259~260,298  
5 K.J. 巴特,E.L. 威尔逊著,林公豫等译校. 有限元分析中的数值方法. 北京:科学出版社,1985.319~322  
6 R W Clough, J Penzien. Dynamics of structures (Second Edition). New York: Mc Graw — Hill, Inc., 1993. 140~145

Model Study on Seismic Response Analysis for  
Linear Structures

Wang Bo Wang Guanyue\* Xu Jianguo  
( Zhengzhou University of Technology )  
\* ( Henan Design Institute of Construction )

**Abstract** In this paper, the computational accuracy is discussed in detail for the analysis model of finite element method used in the seismic response analysis for linear structures. Compared with the numerical examples, the influence on the computational results of the seismic response for linear structures is examined with different mass matrices using the finite element method. Some valuable conclusions are obtained.

**Keywords** seismic response; finite element method; computational accuracy