

箱梁桥阻尼矩阵的探讨*

陈 淮 熊正元 张生明**

(郑州工业大学土建系)(广州市市政工程设计研究院,510060)

摘 要 根据箱梁桥的结构特点及振动过程中的位移,由能量原理演绎出箱梁桥空间振动的阻尼矩阵,给出了阻尼矩阵的显式表达式,可供工程实际应用。

关键词 箱梁桥;阻尼矩阵;能量原理

中图分类号 U441

0 引言

在进行箱梁桥动力响应分析和抗震时程计算时,需要使用箱梁桥的阻尼矩阵。箱梁桥在空间振动过程中,产生纵向位移、横向位移、竖向位移、扭转位移和畸变位移等,所对应的阻尼系数各不相同,纵向、横向、竖向振动的阻尼系数为简化计算,可采用粘滞阻尼理论进行计算,桥梁扭转振动和畸变振动的阻尼系数很不准确,但扭转振动和畸变振动时,箱梁截面各质点同时作横向和竖向振动,因此,计算箱梁扭转和畸变振动时,可分别按其横向和竖向取对应的阻尼系数,由此即可演绎出箱梁桥的空间阻尼矩阵,本文对此作一详细探讨。

1 箱梁空间振动位移参数

箱梁桥空间振动计算采用梁段有限元方法,将桥梁沿桥跨长划分为若干梁段单元,并使箱梁横隔板在梁段结点处。对于沿桥跨变截面(变高度、变宽度)的箱梁,为简化计算,采用等截面单元,取每个梁段单元中点在梁中的实际截面计算该单元的截面特性。梁段单元横截面如图 1 所示,图中扭转中心为 k ,形心为 c ,坐标原点取在扭转中心。

根据符拉索夫理论^[1],箱形梁在振动过程中其横截面的形状始终保持不变,单元横截面的振动位移为横向位移 u 、竖向位移 v 、纵向位移 w 、绕扭心的扭转角 φ 、畸变角 γ 。

任取一梁段单元,每个梁段单元有 2 个结点,每个结点有 9 个自由度,梁段单元的纵向位移形函数 $[N_1(z)]$ 取为一次多项式,其余位移形函数 $[N(z)]$ 均取为三次 Hermite 多项式。

$$\left. \begin{aligned} u(z,t) &= [N(z)]\{u\}^e \\ v(z,t) &= [N(z)]\{v\}^e \\ w(z,t) &= [N_1(z)]\{w\}^e \\ \varphi(z,t) &= [N(z)]\{\varphi\}^e \\ \gamma(z,t) &= [N(z)]\{\gamma\}^e \end{aligned} \right\} \tag{1}$$

5

* 河南省杰出青年科学基金资助项目

收稿日期:1997-11-11;修改稿返回日期:1998-04-01

** (焦作房管局设计院,454152)

式中:

$$\{u\}^e = [u_i \quad u_i' \quad u_j \quad u_j']^T$$

$$\{v\}^e = [v_i \quad v_i' \quad v_j \quad v_j']^T$$

$$\{w\}^e = [w_i \quad w_j]^T$$

$$\{\varphi\}^e = [\varphi_i \quad \varphi_i' \quad \varphi_j \quad \varphi_j']^T$$

$$\{\gamma\}^e = [\gamma_i \quad \gamma_i' \quad \gamma_j \quad \gamma_j']^T$$

分别为单元两端结点的横向位移、竖向位移、纵向位移、扭转位移、畸变位移列阵。

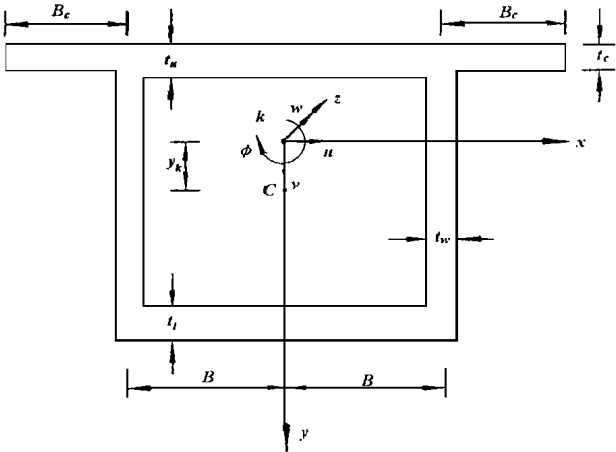


图 1 箱形梁横截面简图

2 箱梁空间阻尼矩阵 [C]的演绎

桥梁结构阻尼特性复杂,为简化计算,采用粘滞阻尼理论进行计算^[2]。按单自由度体系的振动方程,粘滞阻尼系数 $c=2\xi_m\omega$, ξ 为阻尼比, ω 为体系的固有圆频率。

假定箱梁横截面质量集中在各个组成部分的中心线上(图 2),箱梁桥空间振动时,箱梁各质点的横向、竖向和纵向阻尼系数分别为

$$\left. \begin{aligned} c_h &= 2\xi_m\omega_h \\ c_v &= 2\xi_m\omega_v \\ c_w &= 2\xi_m\omega_w \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中, ω_h , ω_v , ω_w 分别为桥梁的横向、竖向、纵向固有圆频率。

由于材料种类、结构形式、联结方式和支座类别的不同,桥梁结构总的阻尼系数相差很大。文献[3]综合国内一些原型桥梁的实测结果,给出各类桥梁结构阻尼比的大致范围,如表 1 所示。

表 1 桥梁结构阻尼比

钢桁桥		混凝土墩(架桥前)、钢筋混凝土、预应力混凝土梁	砌石墩	连续梁桥的固定支座墩	多孔简支梁桥
竖向	侧向				
0.03	0.015	0.03~0.05	0.05	0.07~0.1	0.1~0.15

梁体阻尼受很多因素的影响,实测值十分离散。对于钢筋混凝土箱梁桥,目前我国尚缺少足够的实测资料,因而难以给出一般性结论。参照国内外的实测结果,阻尼比一般分布在 0.02~0.06 之间,当无实测结果时,箱梁桥阻尼比可取 0.04。

本文提出的计算箱梁阻尼矩阵的基本思想是,首先求出箱梁各个组成部分在横向、竖向和纵向振动的阻尼力虚功,由虚功原理^[4]导出箱梁梁段单元的阻尼矩阵。

箱梁单元各组成部分阻尼力虚功分别为

顶板 $\delta u_{ciu} = \int_0^l c_{hu} [\dot{u} + (c_{ui} - y_{ki})(\varphi + \frac{1}{2} \gamma)] [\delta u + (c_{ui} - y_{ki})(\delta \varphi + \frac{1}{2} \delta \gamma)] dz +$
 $\int_0^l \int_{-(B+B_c)}^{B+B_c} \frac{c_{vu}}{2(B+B_c)} [\dot{v} + x\varphi - x \frac{1}{2} \gamma] [\delta v + x\delta \varphi - x \frac{1}{2} \delta \gamma] dx dz +$
 $\int_0^l c_{wu} \dot{w} \delta w dz$

腹板 $\delta u_{ciw} = 2 \int_0^l \int_{y_{ki}-c_{ui}}^{y_{ki}+c_{Li}} \frac{c_{hw}}{h_i} [\dot{u} - y\varphi - y \frac{1}{2} \gamma] [\delta u - y\delta \varphi - y \frac{1}{2} \delta \gamma] dy dz +$
 $\int_0^l c_{vw} [\dot{v} + B\varphi - B \frac{1}{2} \gamma] [\delta v + B\delta \varphi - B \frac{1}{2} \delta \gamma] dz +$
 $\int_0^l c_{vw} [\dot{v} - B\varphi + B \frac{1}{2} \gamma] [\delta v - B\delta \varphi + B \frac{1}{2} \delta \gamma] dz + \int_0^l c_{ww} \dot{w} \delta w dz$

底板 $\delta u_{ciL} = \int_0^l c_{hL} [\dot{u} - (c_{Li} + y_{ki})(\varphi + \frac{1}{2} \gamma)] [\delta u - (c_{Li} + y_{ki})(\delta \varphi + \frac{1}{2} \delta \gamma)] dz +$
 $\int_0^l \int_{-B}^B \frac{c_{vL}}{2B} [\dot{v} + x\varphi - x \frac{1}{2} \gamma] [\delta v + x\delta \varphi - x \frac{1}{2} \delta \gamma] dx dz + \int_0^l c_{wL} \dot{w} \delta w dz$

桥面铺装
 $\delta u_{cis} = \int_0^l c_{hs} [\dot{u} + (c_{ui} - y_{ki} + y_s)(\varphi + \frac{1}{2} \gamma)] [\delta u + (c_{ui} - y_{ki} +$
 $y_s)(\delta \varphi + \frac{1}{2} \delta \gamma)] dz + \int_0^l \int_{-(B+B_c)}^{B+B_c} \frac{c_{vs}}{2(B+B_s)} [\dot{v} + x\varphi -$
 $x \frac{1}{2} \gamma] [\delta v + x\delta \varphi - x \frac{1}{2} \delta \gamma] dx dz + \int_0^l c_{ws} \dot{w} \delta w dz$

人行道
 $\delta u_{cin} = 2 \int_0^l c_{hn} [\dot{u} + (c_{ui} - y_{ki} + y_n)(\varphi + \frac{1}{2} \gamma)] [\delta u + (c_{ui} - y_{ki} + y_n)(\delta \varphi +$
 $\frac{1}{2} \delta \gamma)] dz + \int_0^l \int_{B+B_c}^{B+B_c+d} \frac{c_{vn}}{d} [\dot{v} + x\varphi - x \frac{1}{2} \gamma] [\delta v + x\delta \varphi - x \frac{1}{2} \delta \gamma] dx dz +$
 $\int_0^l \int_{B+B_c}^{B+B_c+d} \frac{c_{vn}}{d} [\dot{v} - x\varphi + x \frac{1}{2} \gamma] [\delta v - x\delta \varphi + x \frac{1}{2} \delta \gamma] dx dz + \int_0^l c_{wn} \dot{w} \delta w dz$

单元阻尼力虚功为

$$\delta u_{ci} = \delta u_{ciu} + \delta u_{ciw} + \delta u_{ciL} + \delta u_{cis} + \delta u_{cin} = \int_0^l C_{11} \dot{u} \delta u dz + \int_0^l C_{13} \dot{u} \delta \varphi dz +$$
$$\int_0^l C_{14} \dot{u} \delta \gamma dz + \int_0^l C_{22} \dot{v} \delta v dz + \int_0^l C_{55} \dot{w} \delta w dz + \int_0^l C_{33} \varphi \delta \varphi dz + \int_0^l C_{13} \varphi \delta u dz +$$

$$\begin{aligned} & \int_0^l C_{34} \varphi \delta \gamma dz + \int_0^l C_{44} \gamma \delta \gamma dz + \int_0^l C_{14} \gamma \delta u dz + \int_0^l C_{34} \gamma \delta \varphi dz = \\ & \{ \delta u \}^{eT} [C_{uu}]^e \{ \dot{u} \}^e + \{ \delta \varphi \}^{eT} [C_{u\varphi}]^e \{ \dot{u} \}^e + \{ \delta \gamma \}^{eT} [C_{u\gamma}]^e \{ \dot{u} \}^e + \\ & \{ \delta v \}^{eT} [C_{uv}]^e \{ \dot{v} \}^e + \{ \delta w \}^{eT} [C_{uw}]^e \{ \dot{w} \}^e + \\ & \{ \delta \varphi \}^{eT} [C_{\varphi\varphi}]^e \{ \dot{\varphi} \}^e + \{ \delta u \}^{eT} [C_{\varphi u}]^e \{ \dot{\varphi} \}^e + \{ \delta \gamma \}^{eT} [C_{\varphi\gamma}]^e \{ \dot{\varphi} \}^e + \\ & \{ \delta \gamma \}^{eT} [C_{\gamma\gamma}]^e \{ \dot{\gamma} \}^e + \{ \delta u \}^{eT} [C_{\gamma u}]^e \{ \dot{\gamma} \}^e + \{ \delta \varphi \}^{eT} [C_{\gamma\varphi}]^e \{ \dot{\gamma} \}^e \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} [C_{uu}]^e &= C_{11} \int_0^l [N]^T [N] dz \\ [C_{u\varphi}]^e &= [C_{\varphi u}]^{eT} = C_{13} \int_0^l [N]^T [N] dz \\ [C_{u\gamma}]^e &= [C_{\gamma u}]^{eT} = C_{14} \int_0^l [N]^T [N] dz \\ [C_{vv}]^e &= C_{22} \int_0^l [N]^T [N] dz \\ [C_{ww}]^e &= C_{55} \int_0^l [N_1]^T [N_1] dz \\ [C_{\varphi\varphi}]^e &= C_{33} \int_0^l [N]^T [N] dz \\ [C_{\varphi\gamma}]^e &= [C_{\gamma\varphi}]^{eT} = C_{34} \int_0^l [N]^T [N] dz \\ [C_{\gamma\gamma}]^e &= C_{44} \int_0^l [N]^T [N] dz \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} C_{11} &= 2 \xi \omega_h (m_u + 2 m_w + m_L + m_S + 2 m_n) \\ C_{13} &= 2 C_{14} = 2 \xi \omega_h [m_u (C_{ui} - y_{ki}) - m_w (C_{Li} - C_{ui} + 2 y_{ki}) - \\ & m_L (C_{Li} + y_{ki}) + m_S (C_{ui} - y_{ki} + y_S) + 2 m_n (C_{ui} - y_{ki} + y_n)] \\ C_{22} &= 2 \xi \omega_v (m_u + 2 m_w + m_L + m_S + 2 m_n) \\ C_{33} &= 4 C_{44} = 2 \xi [m_u (\omega_h (C_{ui} - y_{ki})^2 + \omega_v \frac{1}{3} (B + B_C)^2) + \\ & m_w [\omega_h \frac{2}{3 h_i} ((y_{ki} + C_{Li})^3 - (y_{ki} - C_{ui})^3 + \omega_v 2 B^2) + \\ & m_L [\omega_h (C_{Li} + y_{ki})^2 + \omega_v \frac{1}{3} B^2] + \\ & m_S [\omega_h (C_{ui} - y_{ki} + y_S)^2 + \omega_v \frac{1}{3} (B + B_C)^2] + \\ & m_n [\omega_h 2 (C_{ui} - y_{ki} + y_n)^2 + \omega_v \frac{2}{3 d} ((B + B_C + d)^3 - (B + B_C)^3)]] \\ C_{34} &= 2 \xi [m_u [\omega_h \frac{1}{2} (C_{ui} - y_{ki})^2 - \omega_v \frac{1}{6} (B + B_C)^2] + m_w [\omega_h \frac{1}{3 h_i} ((y_{ki} + \\ & C_{Li})^3 - (y_{ki} - C_{ui})^3 + \omega_v B^2) + m_L [\omega_h \frac{1}{2} (C_{Li} + y_{ki})^2 - \omega_v \frac{1}{6} B^2] + \end{aligned}$$

$$m_s[\omega_h \frac{1}{2}(C_{ui}-y_{ki}+y_s)^2-\omega_v \frac{1}{6}(B+B_c)^2]+$$
$$m_n[\omega_h(C_{ui}-y_{ki}+y_n)^2-\omega_v \frac{1}{3d}[(B+B_c+d)^3-(B+B_c)^3]]\}$$
$$C_{55}=2\xi\omega_w(m_u+2m_w+m_L+m_s+2m_n)_T$$

$$\int_0^l [N]^T [N] dz = \begin{bmatrix} 13l/35 & & & & \text{对称} \\ 11l^2/210 & l^3/105 & & & \\ 9l/70 & 13l^2/420 & 13l/35 & & \\ -13l^2/420 & -l^3/140 & -11l^2/210 & l^3/105 & \end{bmatrix}$$
$$\int_0^l [N_1]^T [N_1] dz = \begin{bmatrix} \frac{l}{3} & \frac{l}{6} \\ \frac{l}{6} & \frac{l}{3} \end{bmatrix}$$

上述诸式中, m_u, m_w, m_L, m_s, m_n 分别为箱形梁单位长度的顶板质量、单侧腹板质量、底板质量、桥面铺装及单侧人行道质量; y_K, c_u, c_L 分别为箱梁截面形心距扭心、顶板及底板中线的距离; h 为箱梁高度; d 为单侧人行道板宽度; y_s, y_n 分别为桥面铺装、人行道中线距顶板中线的距离, 其余符号见图 1。

由虚功原理, 则箱梁梁段单元空间阻尼矩阵为

$$\gamma \quad [C]^e = \begin{bmatrix} [C_{uu}]^e & [0] & [0] & [C_{u\varphi}]^e & [C_{u\gamma}]^e \\ [0] & [C_{vv}]^e & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [C_{ww}]^e & [0] & [0] \\ [C_{\varphi u}]^e & [0] & [0] & [C_{\varphi\varphi}]^e & [C_{\varphi\gamma}]^e \\ [C_{\gamma u}]^e & [0] & [0] & [C_{\gamma\varphi}]^e & [C_{\gamma\gamma}]^e \end{bmatrix} \tag{3}$$

由于坐标原点取在扭心, 由公式(3)可知, 阻尼矩阵中横向弯曲与扭转及畸变耦合, 符合物理概念。

同理, 可得箱梁第 i 块横隔板的阻尼力虚功为

$$\delta u_{cd} = C_{d11} \dot{u}_i \delta u_i + C_{d13} \dot{u}_i \delta \varphi_i + C_{d14} \dot{u}_i \delta \gamma_i + C_{d22} \dot{v}_i \delta v_i + C_{d55} \dot{w}_i \delta w_i +$$
$$C_{d33} \varphi_i \delta \varphi_i + C_{d13} \varphi_i \delta u_i + C_{d34} \varphi_i \delta \gamma_i + C_{d44} \gamma_i \delta \gamma_i + C_{d14} \gamma_i \delta u_i + C_{d34} \gamma_i \delta \varphi_i \tag{4}$$

式中

$$C_{d11}=2\xi\omega_h(m_{dui}+2m_{dwi}+m_{dLi})$$
$$C_{d13}=2C_{d14}=2\xi\omega_h[m_{dui}(C_{ui}-y_{ki})-m_{dwi}(2y_{ki}+C_{Li}-C_{ui})-m_{dLi}(C_{Li}+y_{ki})]$$
$$C_{d22}=2\xi\omega_v(m_{dui}+2m_{dwi}+m_{dLi})$$
$$C_{d55}=2\xi\omega_w(m_{dui}+2m_{dwi}+m_{dLi})$$
$$C_{d33}=4C_{d44}=2\xi\{m_{dui}(\omega_h y_{du}^2+\omega_v \frac{1}{3}B^2)+m_{dwi}[\omega_h \frac{2}{3h_i}(y_{dL}^3+y_{du}^3)+$$

$$C_{d34}=2\xi\{m_{dui}(\omega_h\frac{1}{2}y_{du}^2-\omega_v\frac{1}{6}B^2)+m_{dwi}[\omega_h\frac{1}{3h_i}(y_{dL}^3+y_{du}^3)-\omega_vB^2]+m_{dLi}(\omega_h\frac{1}{2}y_{dL}^2-\omega_v\frac{1}{6}B^2)\}$$

其中 m_{dui} 、 m_{dwi} 、 m_{dLi} 分别为箱形梁第 i 块横隔板的顶板、单侧腹板、底板的质量, y_{du} 、 y_{dL} 分别为横隔板顶板、底板中心线至其扭心的距离。

按形成矩阵的“对号入座”法则,将 $C_{d11}\sim C_{d55}$ 分别叠加到箱梁总体阻尼矩阵对应行列交叉位置,即考虑了箱形梁第 i 块横隔板阻尼的影响。

箱梁梁体总体阻尼矩阵[C]

$$[C]=\sum_{i=1}^n[C]^e+\sum_{i=1}^mC_i \tag{5}$$

式中 n 为所划分的梁段单元数, m 为横隔板个数, C_i 为横隔板阻尼影响项。

3 结 束 语

本文对箱梁桥阻尼矩阵的建立方法进行了详细的研究,该方法以能量原理为基础,理论正确、考虑因素较为全面,公式推导中考虑了箱梁横向、竖向、纵向阻尼系数的不同,克服常规粘滞阻尼理论阻尼系数取值不明确的缺陷,本文所导出的单元阻尼矩阵适合于计算机求解,为箱梁阻尼矩阵的实际应用提供了方便。

参 考 文 献

1 吕烈武·钢结构构件稳定理论·北京:中国建筑工业出版社,1983.12~45
2 范立础·桥梁抗震·上海:同济大学出版社,1997.42~45
3 何度心·桥梁抗震计算·北京:地震出版社,1991.24~28
4 R W Clough, J Penzien·Dynamics of structures(Second Edition)· New York: Mc Graw — Hill, Inc., 1993. 133~149

Damping Matrix Formulation for Box Girder Bridge

Chen Huai Xiong Zhengyuan* Zhang Shengming
(Zhengzhou University of Technology)(Jiaozuo House Property Management Bureau)
* (Guangzhou Municipal Engineering Design and Research Institute)

Abstract According to the structural properties and the vibration displacement of the box girder bridge, the element space damping matrix of the box girder bridge is derived on the principle of energy. The expression for this damping matrix is presented in this paper, which can be used for engineering.

Keywords box girder bridge; damping matrix; principle of energy