第18卷 第1期
1997年 3 月
郑州工业大学学报
Journal of Zhengzhou University of Technology
Vol.18 No.1.
Mar. 1997

关于格贴近度的注说

赵万忠

(郑州工业大学数力系)

摘 要 本文改进了格贴近度的定义，使之完全符合贴近度公理。

关键词 格贴近度

中图分类号 O 153

在模式识别中有着广泛应用的格贴近度，有两种定义方式：

设A、B、$\in \mathcal{F}(X)$ 记：

$$\overline{A} = \sup\{A(x)\,|\,x\in X\},\quad \underline{A} = \inf\{A(x)\,|\,X\in X\}$$

$$\alpha^c = 1-\alpha \qquad (\alpha\in[0.1])$$

定义1：① $N_1(A,B) = (\overline{A\cap B}) \wedge (\underline{A\cup B})^c$

② $N_2(A,B) = \frac{1}{2}[(\overline{A\cap B}) + (\underline{A\cup B})^c]$

当A=B时，有 $N_1(A,A) = A\wedge(1-\underline{A})$

$$N_2(A,A) = \frac{1}{2}(A+(1-\underline{A}))$$

由此可见：只要$A\ll 1$或$1-\underline{A}\ll 1$，就有：$N_1(A,A)\ll 1$，$|N_2(A,A)-0.5|\ll 1$
就是说，按N_1，一个F集它与它自己的贴近程度竟会很小很小，按N_2，一个F集它与它自己的贴近度也会只有0.5这么大，这与人们的常识相距太远，因而显得十分不合理。

本文将对格贴近度进行改造，使之完全符合贴近度的公理化定义。

关于$\underline{A\cap B}$、$\overline{A\cup B}$我们有如下性质：

1 ① $\underline{A\cap B} = \underline{A}\wedge\underline{B}$；② $\overline{A\vee B} = \overline{A}\vee\overline{B}$

证① 不妨设$\underline{B}\geqslant\underline{A}$

首先，对任何$x\in X$，$A(x)\geqslant\underline{A}$，$B(x)\ \underline{B}\geqslant\underline{A}\Rightarrow A(X)\wedge B(X)\geqslant\underline{A}\Rightarrow\overline{A\cap B}\geqslant\underline{A}=\underline{A}\wedge\underline{B}$

其次，对任何$\varepsilon>0$，按$\underline{A}=\inf\{A(x)\,|\,x\in X\}$的定义，存在$x_1\in X$使$A(x_1)<\underline{A}+\varepsilon\Rightarrow$
$A(x_1)\cap B(x_1)\leqslant A(x_1)<\underline{A}+\varepsilon$ 复由"inf"的定义得：

$$\underline{A\cap B} = \inf\{A(x)\cap B(x)\,|\,x\in Z\} = \underline{A} = \underline{A}\cap\underline{B}$$

② 不妨设$\overline{B}\geqslant\overline{A}$

首先，对任何$x\in X$，$A(x)\leqslant\overline{A}\leqslant\overline{B}$，$B(x)\leqslant\overline{B}\Rightarrow$
$A(x)\cup B(x)\leqslant\overline{B}\Rightarrow\overline{A\cup B}\leqslant\overline{B}$

其次，对任何$\varepsilon>0$，按$\overline{B}=\mathrm{Sup}\{B(x)\,|\,x\in X\}$的定义；存在$x_2\in X$，使$B(x_2)>\overline{B}-$

河南省自然科学基金项目

收稿日期：1996−05−21

$\varepsilon\Rightarrow$

$A(x_2)\vee B(x_2)\geq B(x_2)>\overline{B}-\varepsilon$ 复由“SUP”的定义得：$\overline{A\cup B}=\mathrm{Sup}\{A(x)\cup B(x)|x\in X\}=\overline{B}=\overline{A}\vee\overline{B}$

2° ① $(\underline{A\cap B})^c=\overline{A^c\cup B^c}$

② $(\overline{A\cup B})^c=\underline{A^c\cup B^c}$

事实上，$(\underline{A\cap B})^c=1-\underline{A\cap B}=1-\inf\{(A\cap B)(x)|x\in X\}$

$$=\mathrm{Sup}\{1-(A\cap B)(x)|x\in X\}$$

$$=\mathrm{Sup}\{(A\cap B)^c(x)|x\in X\}=\overline{(A\cap B)^c}$$

$$=\overline{A^c\cup B^c}=\overline{A^c}\cup\overline{B^c}$$

$$(\overline{A\cap B})^c=1-\overline{A\cap B}=1-\mathrm{Sup}\{A\cup B(x)|x\in X\}$$

$$=\inf\{1-(A\cup B)(x)|x\in X\}$$

$$=\inf\{(A\cup B)^c(x)|x\in X\}$$

$$=\underline{(A\cup B)^c}=\underline{A^c\cap B^c}$$

$$=\underline{(A^c)}\cap\underline{(B^c)}$$

3° ① $\inf\{\overline{A\cup B}|B\in f(x)\}=\overline{A}$

② $\mathrm{Sup}\{\underline{A\cap B}|B\in f(x)\}=\underline{A}$

事实上，由对任何 $B\in f(x)$ 有

$$\overline{A\cup B}=\overline{A}\vee\overline{B}\geq\overline{A}\Rightarrow\inf\{\overline{A\cup B}|B\in f(x)\}\geq\overline{A}.$$

又 $\inf\{\overline{A\cup B}|B\in f(x)\}\leq\overline{A\cap A}=\overline{A}$.

$$\therefore\inf\{\overline{A\cup B}=|B\in f(x)\}=\overline{A}$$

由对任何 $B\in f(x)$ 有

$$\overline{A\cup B}=\underline{A}\wedge\underline{B}\leq\underline{A}\Rightarrow Sup\{\overline{A\cup B}=|B\in f(x)\}$$

$$\leq\underline{A}，又\ Sup\{\overline{A\cup B}|B\in f(x)\}\geq\overline{A\cap B}=\overline{A}$$

$\therefore\mathrm{Sup}\{\overline{A\cap B}=|B\in f(x)\}=\overline{A}$　　4° ① $\underline{A\cup A^c}\geq\frac{1}{2}$　　② $A\cap A^c\leq\frac{1}{2}$

由性质 3°，当 $A\in f(x)$ 固定时，对任何 $B\in f(x)$ 有 $\overline{A\cup B}\geq\overline{A}$，且当 $B=A$ 时，$\overline{A\cup B}=\overline{A}$，当 $B=A^c$ 时，$\overline{A\cup A^c}\geq\frac{1}{2}$，这说明，当 B 与 A 越靠近时，$\overline{A\cup B}$越小，特别当 B 变为 A 时，$\overline{A\cup B}$达到最小值 $\overline{A}$ 当 B 与 A 完全相对立达到 A_c 时，$A\cup A^c\geq\frac{1}{2}$　同理，$A\cap B\leq\underline{A}$，且当 $B=A$ 时，$\underline{A\cup B}=\underline{A}$，当 $B=A^c$ 时，$\overline{A\cup B}\leq\frac{1}{2}$　说明，当 B 与 A 越靠近时，$\underline{A\cup B}$越大，特别当 B 变为 A 时，$\underline{A\cup B}$达到最大值 $\underline{A}$，当 B 与 A 完全对立达到 A^c 时，$A\cap A^c\leq\frac{1}{2}$

由此可见，$\overline{A\cup B}$与$A\cap B$都是 A 与 B 靠近程度的一种数量表现，又我们已经知道，$\overline{A\cap B}$与$\underline{A\cup B}$也都是 A 与 B 的靠近程度的数量表现，综合 A 与 B 靠近程度的这四种数量表现，我们给出格贴近度定义：

设 A、$B\in f(x)$

定义 2：① $N_3(A,B)=\dfrac{(\overline{A\cap B})\cap(\underline{A\cup B})^c}{(\overline{A\cup B})\cap(\underline{A\cup B})^c}$

② $N_4(A,B)=\dfrac{(\overline{A\cap B})+(\underline{A\cup B})^c}{(\overline{A\cup B})+(\underline{A\cup B})^c}$

命题：$N_3(A,B)$ 与 $N_4(A,B)$ 是公理公意义下的贴近度

证明：首先：

由 $A\cap B\leqslant A\cup B\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\overline{A\cap B}\leqslant\overline{A\cup B}\\ \underline{A\cap B}\leqslant\underline{A\cup B}\Rightarrow(\underline{A\cup B})^{c}\leqslant(\underline{A\cap B})^{c}\end{array}\right\}\Rightarrow N_3(A,B),\ N_4(A,B)\in[0,1]$

其次：

显然有 $N_3(A,A)=\dfrac{\overline{A}\cap(\underline{A})^{c}}{(\underline{A})^{c}\wedge\overline{\overline{A}}}=1$

$N_4(A,B)=\dfrac{\overline{A}+(\underline{A})^{c}}{\overline{\overline{A}}+(\underline{A}^{c})}=1$

及　$N_3(A,B)=N_3(B,A)$

　　$N_4(A,B)=N_4(B,A)$

第三：当 $A\leqslant B\leqslant C$ 时 $N_3(A,B)=\dfrac{\overline{A}\wedge(\underline{B})^{c}}{(\underline{A})^{c}\wedge\overline{\overline{B}}}$，$N_3(A,C)=\dfrac{\overline{A}\wedge(\underline{C})^{c}}{(\underline{A})^{c}\wedge\overline{\overline{C}}}$

由 $B\subseteq C\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}①\underline{B}\leq\underline{C}\Rightarrow(\underline{B})^{c}\geq(\underline{C})^{c}\Rightarrow\overline{A}\cap(\underline{B})^{c}\geq\overline{A}\cap(\underline{C})^{c}\\ ②\overline{B}\leq\overline{C}\Rightarrow(\underline{A})^{c}\cap\overline{B}\leq(\underline{A})^{c}\cap\overline{C}\end{array}\right\}\Rightarrow N_3(A,B)\geq N_3(A,C)$

同理有 $N_4(A,B)\geq N_4(A,C)$

证完

例 1　$A=(1-10^{-n},\ 1-10^{-n},\ 1-10^{-n})$

　　$B=(10^{-n},\ 10^{-n},\ 10^{-n})$　　（n 为正整数）

则：　$N_1(A,A)=10^{-n}$，　　$N_2(A,A)=0.5$

$N_3(A,A)=N_4(A,A)=1$

$N_1(A,B)=10^{-n}\wedge(1-10^{-n})^{c}=10^{-n}$

$N_2(A,B)=\dfrac{1}{2}[10^{-n}+(1-10^{-n})^{c}]=10^{-n}$

$N_3(A,B)=\dfrac{10^{-n}\wedge(1-10^{-n})^{c}}{(1-10^{-n})\wedge(10^{-n})^{c}}=\dfrac{10^{-n}}{1-10^{-n}}=10^{n}-1$

$N_4(A,B)=\dfrac{10^{-n}+(1-10^{-n})^{c}}{(1-10^{-n})+(10^{-n})^{c}}=\dfrac{2\cdot10^{-n}}{2\cdot(1-10^{-n})}=\dfrac{1}{10^{n}-1}$

例 2：　$A=(0.1,\ 0.5,\ 0.8)$

$B=(0.2,\ 0.7,\ 0.3)$

$N_1(A,B)=0.5\wedge(0.2)^{c}=0.5$

$N_2(A,B)=\dfrac{1}{2}(0.5+0.8)=0.65$

$N_3(A,B)=\dfrac{0.5\wedge0.8}{(0.1)^{c}\wedge0.8}=\dfrac{0.5}{0.8}=0.625$

$N_4(A,B)=\dfrac{0.5+0.8}{0.9+0.8}=\dfrac{0.13}{0.17}=0.765$

例 3　$A=e^{-\left(\frac{x-3.7}{0.3}\right)^{2}}$　　$B=e^{-\left(\frac{x-3.43}{0.28}\right)^{2}}$

$\overline{A\cap B}=A(x_1)=0.8$　　$(x_1=0.356)$

$\overline{A\cap B}=0$，$\overline{A\cup B}=1$，$\underline{A\vee B}=0$

$N_1(A,B)=0.81$

$N_2(A,B)=\dfrac{1}{2}(0.81+1)=0.905$

$$N_3(A,B)=\frac{0.81\wedge 1}{1\wedge 1}=0.81$$

$$N_4(A,B)=\frac{0.81+1}{1+1}=0.905$$

参考文献

1 闫家杰，赵万忠：模糊数学基础及应用初阶 1993 河南教育出版社

Remark on The Lattice Approximate Degree

Zhao Wanzhong
(Department of mathermatice and Dynamics)

Abstract This paper developped definition of latlice approximate degree, So that it acc-ord completely with axiom of the approximete degree

key words Latlice approximate degree

(上接 56 页)

参考文献

1 杨顺根 白仲元主编．4橡胶工业手册16.第九分册 2.上册14.化学工业出版社 1992 年19.
2 Gerd Cappelle 著 蔡惠才译 橡胶技术与装备 1989 2.4 14.21－25
3 阮桂海 橡胶技术与装备 1991 2.2 14.18－23.

The Structure Characteristics and Principle Analysis about The Pin Barrel Extruder

Wei Xinli
(*Zhengzhou university of Technology*)

Abstract In this paper a brief introduction to the structure chatacteristics about the pin barrel extruder is presented. At the same time, the principle of plasticating and mixed refining for the rubber materials, the principle of raising the output of production and the cause of reducing exhausted power are discussed in detail. Some structured designing is al-so investigated.

Keywords pin extruder principle design