

A 形井架结构稳定性分析*

王 伟

胡少伟

陈 淮

(郑州工业大学科技处) (清华大学) (郑州工业大学土建系)

摘要 本文应用随机有限元法,对 A 形井架进行了多参数随机摄动的一、二阶灵敏度分析,给出了随机屈曲荷载的表达式,所得结论可为再建井架设计提供参考。

关键词 A 形井架、随机结构、稳定分析

中图分类号 O 241

1 引言

A 形井架高度为 46.25 米。井架主弦杆采用 $\Phi 168 \times 8$ 的 16Mn 钢管和 $\Phi 95 \times 3.5$ 的 16Mn 钢管横杆、斜杆焊接而成。最大钩载 300 吨,钻井深度为 4500 米。结构简图如图 1。根据 A 形井架结构连接的特点,两根格构式大腿在顶部由 2 片连接架用 8 个销子连接,刚性很强,故连接架可简化为一刚性梁,而二层平台在大腿中部通过横梁与大腿连接,由于二层平台对大腿的约束作用较弱,它的作用可以忽略,因此,可以把井架看成一个由刚性梁和两立柱连接而成的门形刚架,如图 2 所示。经计算分析^[3],得到等效单元的等效横截面积 $\tilde{A}_x = 1.616 \times 10^{-2} m^2$,等效抗弯模量 $\tilde{I}_x = 1.09 \times 10^{-3} m^4$, $\tilde{I}_y = 6.52 \times 10^{-4} m^4$ 。

传统的确定性结构分析,只是对结构特征主导因素的把握,而现实工程中所遇到的结构参数的变异性可达 20%~30%,这种变异性可导致结构反应的大幅涨落^[1],为了正确把握结构的真实反应,应采用随机结构分析的方法对 A 形井架进行稳定性分析。

2 稳定性分析的随机有限元法

具有随机参数结构的稳定特征值问题为:

$$[K]\{u\} = \lambda[K_G]\{u\} \quad (1)$$

上式的特征值 λ 即为所求的屈曲荷载 P_{cr} 。

设结构参数 $b_j (j=1, 2, \dots, m)$ 为随机变量,当 b_j 的变化不大时,可表示为

$$b_j = \bar{b}_j + \epsilon b_{rj} \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

式中, \bar{b}_j 为 b_j 的均值, ϵ 为一小参数, b_{rj} 为均值为 0 的随机变量。随机参数结构有限元总体刚度矩阵和总体几何刚度矩阵用 Taylor 级数展开式表示为:

* 河南省科技攻关资助项目,项目编号:931180116

收稿日期:1996-06-12

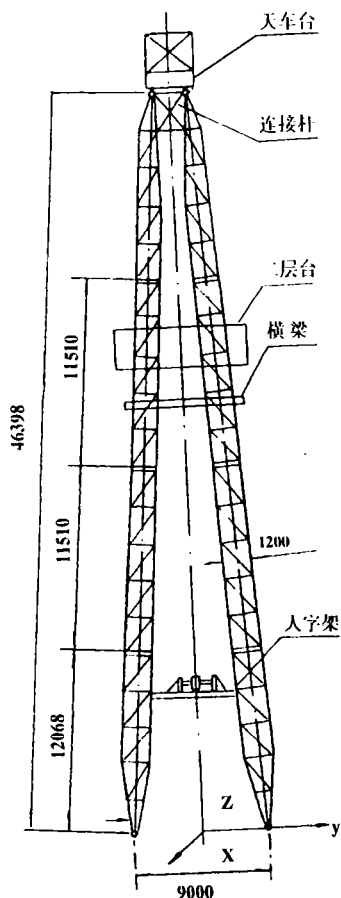


图 1 A 形井架结构简图

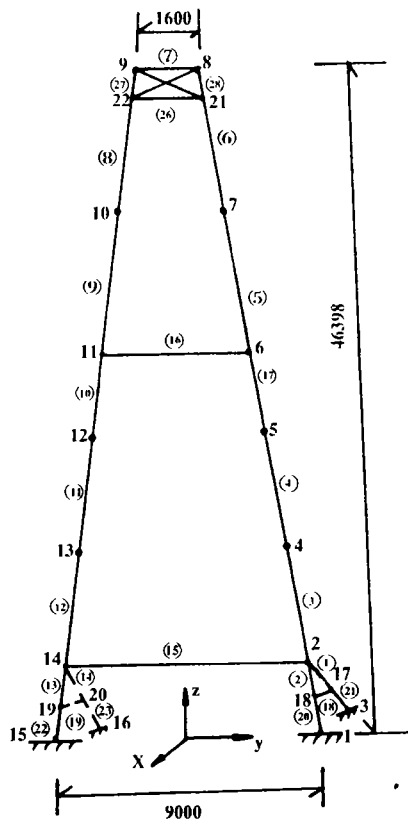


图 2 A 形井架简化计算图

$$[K] = [\bar{K}] + \sum_{i=1}^m [\bar{K}_{,i}] b_{ri} \epsilon + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m [\bar{K}_{,ij}] b_{ri} b_{rj} \epsilon^2 + O(\epsilon^3) \quad (3a)$$

$$[K_G] = [\bar{K}_G] + \sum_{i=1}^m [\bar{K}_{G,i}] b_{ri} \epsilon + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m [\bar{K}_{G,ij}] b_{ri} b_{rj} \epsilon^2 + O(\epsilon^3) \quad (3b)$$

式中 $b_{ri} (i=1, \dots, m)$ 为均值为 0 的结构随机变化参数, ϵ 为小参数。

对于随机结构稳定分析而言, 结构的屈曲荷载(特征值)与模态向量也是随机变量, 可用 Taylor 级数展开

$$\lambda = \bar{\lambda} + \sum_{i=1}^m \bar{\lambda}_{,i} b_{ri} \epsilon + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \bar{\lambda}_{,ij} b_{ri} b_{rj} \epsilon^2 + O(\epsilon^3) \quad (3c)$$

$$\{u\} = \{\bar{u}\} + \sum_{i=1}^m \{\bar{u}_{,i}\} b_{ri} \epsilon + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \{\bar{u}_{,ij}\} b_{ri} b_{rj} \epsilon^2 + O(\epsilon^3) \quad (3d)$$

式中: $\bar{\lambda}_{,i} = \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial b_i}, \bar{\lambda}_{,ij} = \frac{\partial^2 \bar{\lambda}}{\partial b_i \partial b_j}$

$\{\bar{u}_{,i}\} = \frac{\partial}{\partial b_i} \{\bar{u}\}, \{\bar{u}_{,ij}\} = \frac{\partial^2}{\partial b_i \partial b_j} \{\bar{u}\}$

把(3a~3d)式代入(1)式得:

$$\begin{aligned}
& ([K] + \sum_{i=1}^m [\bar{K}_{,i}] b_{ri} \epsilon + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m [\bar{K}_{,ij}] b_{ri} b_{rj} \epsilon^2) (\{\bar{u}\} + \sum_{i=1}^m \{\bar{u}_{,i}\} b_{ri} \epsilon \\
& + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \{\bar{u}_{,ij}\} b_{ri} b_{rj} \epsilon^2) = (\bar{\lambda} + \sum_{i=1}^m \bar{\lambda}_{,i} b_{ri} \epsilon + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \bar{\lambda}_{,ij} b_{ri} b_{rj} \epsilon^2) \\
& \times ([K_G] + \sum_{i=1}^m [\bar{K}_{G,i}] b_{ri} \epsilon + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m [\bar{K}_{G,ij}] b_{ri} b_{rj} \epsilon^2) \\
& \times (\{\bar{u}\} + \sum_{i=1}^m \{\bar{u}_{,i}\} b_{ri} \epsilon + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \{\bar{u}_{,ij}\} b_{ri} b_{rj} \epsilon^2) \quad (4)
\end{aligned}$$

将上式展开,比较 ϵ 的同次幂,保留到 ϵ^2 项,根据 b_{ri} 和 b_{rj} 的任意性,则不难得到如下递推方程:

$$\epsilon^0: \quad [K]\{\bar{u}\} = \bar{\lambda}[K_G]\{\bar{u}\} \quad (5)$$

$$\epsilon: \quad ([\bar{K}_{,i}] - \bar{\lambda}[\bar{K}_{G,i}] - \bar{\lambda}_{,i}[\bar{K}_G])\{\bar{u}\} + ([K] - \bar{\lambda}[K_G])\{\bar{u}_{,i}\} = 0 \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
\epsilon^2: \quad & \{[\bar{K}_{,ij}] - \bar{\lambda}_{,i}[\bar{K}_{G,j}] - \bar{\lambda}_{,j}[\bar{K}_{G,i}](1 - \delta_{ij}) - \bar{\lambda}_{,ij}[\bar{K}_G] - \bar{\lambda}[\bar{K}_{G,ij}]\}\{\bar{u}\} \\
& + ([\bar{K}_{,i}] - \bar{\lambda}_{,i}[\bar{K}_G] - \bar{\lambda}[\bar{K}_{G,i}])\{\bar{u}_{,j}\} + ([\bar{K}_{,j}] - \bar{\lambda}_{,j}[\bar{K}_G] \\
& - \bar{\lambda}[\bar{K}_{G,j}])\{\bar{u}_{,i}\}(1 - \delta_{ij}) + ([K] - \bar{\lambda}[K_G])\{\bar{u}_{,ij}\} = 0 \quad (7)
\end{aligned}$$

其中,(5)式即为结构参数取均值时的确定性稳定特征值问题,按常规特征值问题的求解方法,便可求得所需要的确定性的屈曲荷载均值 $\bar{\lambda}^{(s)}$ 和 $\{\bar{u}^{(s)}\}$ ($s=1,2,\dots,NF$)。由(6)式可以求出稳定性特征解的一阶灵敏度 $\bar{\lambda}_{,i}$ 和 $\{\bar{u}_{,i}\}$ 。再由(7)式可以求出稳定性特征解的二阶灵敏度 $\bar{\lambda}_{,ij}$ 和 $\{\bar{u}_{,ij}\}$,在此基础上,根据(3c)、(3d)式,便可以求出随机参数结构的稳定性特征值和特征向量。随机结构稳定灵敏度计算程序框图,如图3所示。

限于篇幅, $[k]$ 和 $[k_g]$ 具体展开表达式,可分别见文献[2]和[3]。

3 实际 A 形井架随机稳定分析

首先把 A 形井架的上、中、下部 8 个单元的长度作为随机参数,进行稳定分析,计算结果为:

第 1 阶随机特征值(屈曲荷载的一半)

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= \bar{\lambda}_1 + \sum_{i=1}^m \bar{\lambda}_{1,i} b_{ri} \epsilon + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \bar{\lambda}_{1,ij} b_{ri} b_{rj} \epsilon^2 + O(\epsilon^3) \\
&= 0.219 \times 10^7 - 386.45 b_{L20} \epsilon - 271844.315 b_{L21} \epsilon \\
&\quad - 15.28 b_{L3} \epsilon - 95.57 b_{L23} \epsilon - 63.54 b_{L22} \epsilon \\
&\quad - 1.66 b_{L23} \epsilon - 66.99 b_{L5} \epsilon - 12.46 b_{L28} \epsilon \\
&\quad - 182.404 b_{L20}^2 \epsilon^2 - 94845.10 b_{L21}^2 \epsilon^2 - 6.56 b_{L9}^2 \epsilon^2 \\
&\quad - 39.7 b_{L27}^2 \epsilon^2 - 30.18 b_{L22}^2 \epsilon^2 - 1.00 b_{L23}^2 \epsilon^2 \\
&\quad - 28.37 b_{L5}^2 \epsilon^2 - 5.07 b_{L28}^2 \epsilon^2 + O(\epsilon^3) \quad (8)
\end{aligned}$$

第 1 阶特征向量即屈曲模式^[3]

$$\{u_1\} = \{\bar{u}_1\} + \{\bar{u}_{,1}\} b_r \epsilon + \{\bar{u}_{,1j}\} b_r^2 \epsilon \quad (9)$$

其次,下面给出把 A 形井架的上、中、下部单元的弹性模量 E 、剪切模量 G 、密度 ρ 、抗扭

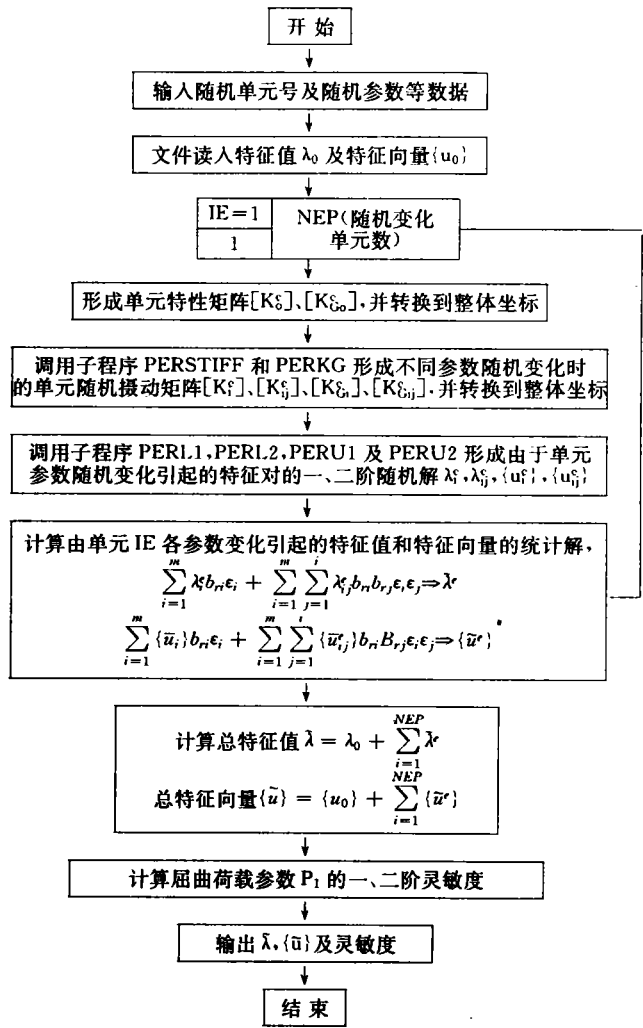


图 3 随机结构稳定分析灵敏度计算程序框图

矩 I_x 、惯性矩 I_y 、 I_z 、截面积 $Area$ 及长度 L 均考虑为随机参数的稳定分析结果。

第一阶随机特征值(屈曲荷载的一半)

$$\lambda_1 = \bar{\lambda}_1 + \sum_{i=1}^m \bar{\lambda}_{1,i} b_{ri} \epsilon_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \bar{\lambda}_{1,ij} b_{ri} b_{rj} \epsilon_i^2 + O(\epsilon^3) \tag{10}$$

其中:均值 $\bar{\lambda}_1 = 0.219 \times 10^7$

一阶灵敏度 $\bar{\lambda}_{1,i}$ 由表 1 所列,二阶灵敏度 $\lambda_{1,ij}$ 由表 2 所列。

表 1 A 形井架随机稳定分析一阶灵敏度

参 数: E G ρ I_x I_y I_z $Area$ L							
参数代码:1 2 3 4 5 6 7 8							
摄 动 单元号	摄 动 参数码	灵 敏 度 $\lambda_{1..}$		摄 动 单元号	摄 动 参数码	灵 敏 度 $\lambda_{1..}$	
20.	1.	4650.138184		20	2.	0.252050	
20.	3.	0.000000		20.	4.	0.252050	
20.	5.	91.920067		20.	6.	4556.707031	
20.	7.	1.512017		20.	8.	-9703.416016	
22.	1.	268.404785		22.	2.	21.627167	
22.	3.	0.000000		22.	4.	21.627167	
22.	5.	186.720749		22.	6.	81.666977	
22.	7.	0.017102		22.	8.	-635.061157	
21.	1.	1310604.125000		21.	2.	-0.024005	
21.	3.	0.000000		21.	4.	-0.024005	
21.	5.	127509.125000		21.	6.	35507.070313	
21.	7.	-0.175505		21.	8.	-1863798.625000	
23.	1.	1049.088989		23.	2.	509.215912	
23.	3.	0.000000		23.	4.	509.215912	
23.	5.	1016.495789		23.	6.	0.868421	
23.	7.	31.724720		23.	8.	-2687.982422	
9.	1.	1441.514160		9.	2.	291.577759	
9.	3.	0.000000		9.	4.	291.577759	
9.	5.	1405.750610		9.	6.	16.833139	
9.	7.	18.931400		9.	8.	-6369.115723	
5.	1.	1897.550171		5.	2.	0.915030	
5.	3.	0.000000		5.	4.	0.915030	
5.	5.	1882.964233		5.	6.	8.465116	
5.	7.	6.119575		5.	8.	-2216.166504	
27.	1.	127.944389		27.	2.	1.591998	
27.	3.	0.000000		27.	4.	1.591998	
27.	5.	61.030933		27.	6.	66.640450	
27.	7.	0.273004		27.	8.	-290.077148	
28.	1.	79.523064		28.	2.	18.242613	
28.	3.	0.000000		28.	4.	18.242613	
28.	5.	79.148064		28.	6.	0.005583	
28.	7.	0.369223		28.	8.	-160.155136	

表 2 A 形井架随机稳定分析二阶灵敏度

摄 动 单元号	摄 动 参数码	灵 敏 度 $\lambda_{1,j}$	摄 动 单元号	摄 动 参数码	灵 敏 度 $\lambda_{1,j}$
20.	1.	6184.457520	20.	2.	-4.545444
20.	3.	0.000000	20.	4.	-4.545444
20.	5.	521.964111	20.	6.	6112.743652
20.	7.	10.433305	20.	8.	-7408.202148
22.	1.	401.212982	22.	2.	29.063564
22.	3.	0.000000	22.	4.	29.063564
22.	5.	343.568359	22.	6.	88.540001
22.	7.	-0.081558	22.	8.	-718.183350
21.	1.	983894.500000	21.	2.	-792.680359
21.	3.	0.000000	21.	4.	-792.680359
21.	5.	960968.625000	21.	6.	153193.687500
21.	7.	-792.853210	21.	8.	-1457164.625000
23.	1.	806.014526	23.	2.	410.198120
23.	3.	0.000000	23.	4.	410.198120
23.	5.	834.002625	23.	6.	143.395660
23.	7.	12.324904	23.	8.	-1934.905396
9.	1.	1273.038208	9.	2.	260.483002
9.	3.	0.000000	9.	4.	260.483002
9.	5.	1293.367310	9.	6.	184.625626
9.	7.	-8.193154	9.	8.	-5767.524414
5.	1.	1786.750122	5.	2.	0.685305
5.	3.	0.000000	5.	4.	0.685305
5.	5.	1774.817749	5.	6.	197.065140
5.	7.	5.276882	5.	8.	-1926.759521
27.	1.	115.830978	27.	2.	1.276032
27.	3.	0.000000	27.	4.	1.276032
27.	5.	65.568886	27.	6.	63.041668
27.	7.	0.135521	27.	8.	-237.671021
28.	1.	64.931152	28.	2.	13.629530
28.	3.	0.000000	28.	4.	13.629530
28.	5.	66.499809	28.	6.	6.668032
28.	7.	-2.866967	28.	8.	-201.972336

从表 1 和表 2 可以看出,21 单元的杆长对稳定分析的灵敏度影响最大,所以安装井架时,应注意其精确性。

4 结束语

本文对 A 形井架结构稳定性进行了分析,利用有限元方法计算结构的屈曲荷载,可以研究多种参数对结构屈曲荷载的影响,概念清楚,计算简单,结果可靠。随机有限元法用于结构屈曲荷载的灵敏度分析,理论正确,特别是对大型复杂结构进行分析更显示出其优越性,为工程实际结构的模型修改和优化设计提供了一种可靠的计算方法。

参 考 文 献

- 1 李杰. 随机结构分析,北京:科学出版社,1996 年 5 月
- 2 陈塑寰. 随机参数结构的振动理论,长春:吉林科学技术出版社,1992 年 12 月
- 3 胡少伟. 石油钻井井架力学行为分析及承载能力研究,郑州工业大学硕士学位论文,1996 年 4 月

STABILITY ANALYSIS OF OILFIELD 'A' FORM DERRICK

Wang Wei Hu Shaowei Chen Huai

(Department of the scientific research,
Zhengzhou University of Technology, 450002)

Abstract In this paper, the stability analysis of oilfield 'A' form derrick are analysed using the stochastic finite element method. The one -order and two-order sensitivities are calculated when the serevel structural parameters of elements are changed randomly. The random structural ultimate load formula of the derrick are given out. All results and conclusions in the paper are quite valuable for designing a new type oilfield derrick in future.

Key words 'A' form derrick, random structure, stability analysis