

# 注塑模流动分析\*

王利霞 刘春太 刘晓峰 申长雨

(郑州工学院)

**摘 要:** 本文基于流变学基本方程, 采用合理简化, 得到注塑模三维薄壁型腔充填过程中的非弹性, 非牛顿流体在非等温状态下的 *Hele-shaw* 模型及浇注系统充填过程中的数学模型, 并采用混合有限元/有限差分数值方法, 进行注塑模流动分析。

**关键词:** 注塑模, 注射成型, 塑料, 流动分析

**中图分类号:** TG241

流变行为是注塑成型加工的基本特征之一, 塑料熔体在型腔中的流变行为极其复杂, 且直接影响塑件质量。因而, 流动模拟软件的开发, 使设计人员在模具制造之前对设计的合理性进行验证 (即计算机模拟试模), 找出潜在的缺陷, 从而缩短了生产周期, 降低成本。

本文基于流变学的基本方程, 分析作为整个流动模拟基础的园柱管和平行板的流动过程, 并将流变学普遍方程应用于注塑成型的流动过程, 通过适当简化, 建立注塑流动过程的控制方程。采用有限元/有限差分混合数值方法, 耦和求解能量方程和压力方程, 并自动跟踪熔体流动前沿。从而实现充填过程的模拟仿真。

## 1 流变学基本方程

塑料熔体在加工过程中的流动, 首先表现为连续介质的性质。因此, 其流变场在一定意义上同连续介质力学有密切的关系。应首先遵循物质不灭定律、动量定律及能量守恒定律。

### 1.1 连续性方程

连续性方程是物质不灭定律在流动场中的具体应用。在流动场中, 取一控制元, 根据质量守恒, 应有:

$$\text{输入量} = \text{输出量}$$

---

\* 收稿日期: 1994-05-20

由此导出连续性方程:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \left( \frac{\partial \rho v_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho v_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho v_z}{\partial z} \right) \quad (1)$$

其中  $v_x$ 、 $v_y$ 、 $v_z$  分别为沿  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的速度分量。

## 1.2 Navier-stokes 运动方程

在注塑成型过程中, 塑料的流动伴随着动量的变化, 用动量守恒定律对流动速率进行分析, 可得到熔体流动的运动方程。式 (2)、(3) 和 (4) 分别为在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴上运动方程的分量表达式:

$$\rho \frac{dv_x}{dt} = \eta_t \nabla^2 V_x + \eta_t \frac{\partial}{\partial x} \nabla \cdot \vec{V} + \rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2)$$

$$\rho \frac{dv_y}{dt} = \eta_t \nabla^2 V_y + \eta_t \frac{\partial}{\partial y} \nabla \cdot \vec{V} + \rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} \quad (3)$$

$$\rho \frac{dv_z}{dt} = \eta_t \nabla^2 V_z + \eta_t \frac{\partial}{\partial z} \nabla \cdot \vec{V} + \rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} \quad (4)$$

式中, 第一, 二项为粘性对动量的影响, 第三项为重力对动量的影响, 第四项为静压力对动量的影响。

## 1.3 能量守恒方程:

在注塑成型中, 塑料由固态经加热变为液态, 又从液态经冷却转化为固态, 这个过程始终伴随着能量的交换, 根据能量守恒定律:

$$\begin{aligned} \text{总能量}(E) &= \text{内能}(u) + \text{动能}(K) \\ &= \text{流动能量}(\vec{V} \text{ 方向}) + \text{热传能量}(Q) + \text{应力作功能量}(\sigma \text{ 方向}) \\ &\quad + \text{重力作功能量}(g \text{ 方向}) \end{aligned}$$

由此推出能量守恒方程:

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} = - \nabla \cdot (\rho E \vec{V} - \nabla \cdot \vec{q} + \nabla \cdot (\vec{\sigma} \cdot \vec{V}) + \rho \vec{g} \cdot \vec{V}) \quad (5)$$

$$\text{经变换得} \quad \rho C_p \frac{dT}{dt} = K \nabla^2 T - T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_p (\nabla \cdot \vec{V}) + \tau : \nabla \vec{V} \quad (6)$$

式中:  $\rho C_p \frac{dT}{dt}$  反映了单位时间内流动场某一点因温度变化而引起的热量变化量,  $K \nabla^2 T$

表示随空间位置变化而引起的温度变化及其相应能量的变化,  $T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_p (\nabla \cdot \vec{V})$  是由于随温度变化而引起的膨胀或压缩能量的变化, 对塑料熔体, 该项一般较小, 可忽略不计。

$(\tau : \nabla \vec{V})$  表示机械应力作用于流体时温度的变化及相应的摩擦粘性热效应。

## 1.4 流变本构方程

塑料熔体的流动过程, 除粘性流动外, 还伴随着弹性变形及一系列松弛现象, 仅用以上的守恒定律, 加上边界条件和初始条件, 不足以确定其流动和变形, 还必须找出应力和应变的本构方程。流变本构方程一般有三种类型: ① 表征松弛时间谱的流变本构方程 (积分型)。② 表征三维空间的流变本构方程 (微分型)。③ 基于因果关系的流变本

构方程。对于所有的普遍流体, 剪切应力是由剪切速率唯一确定的, 即本构关系为:

$\tau = f(\dot{\gamma})$ 。但就具体表达式而言, 对不同的流体, 流变本构方程不同, 对同一性质的流体, 其流变本构方程目前也存在着不同的模型。因此, 在进行注塑过程的流变分析时, 应首先根据问题的复杂程度及精度要求选用一合适的流变本构方程, 例如: 对圆柱管中的塑料熔体流动, 通常采用指数形式的方程

$$\tau = K\dot{\gamma}^n \quad (7)$$

## 2 数学模型的建立

注塑模的流动问题是一个粘弹、非稳态及非等温的复杂问题, 加上模腔内流动几何状态的复杂性, 要想精确描述其流动过程是非常困难的。因此, 在实际应用中必须做适当简化和假定。

2.1 在工程实际中, 用注塑加工的塑件一般都是薄壁件, 壁厚方向的尺寸远小于其它两个方向的尺寸, 因此可假定熔体是在扁平型腔中的流动。在此假定基础上, 将流动过程做以下简化:

①传热过程: 腔壁以热传导为主, 忽略沿壁厚方向的对流传热, 而型腔内的流动则以对流传热为主, 忽略沿流动方向的热传导。

②受力: 模腔内流动以粘滞力为主, 忽略惯性力的影响。仅考虑熔体的剪切应力, 忽略正应力的影响。假定压力沿厚度方向不变, 忽略因冷凝层和前沿膜作用而在壁厚方向产生的压力梯度。

③假设熔体为不可压缩流体, 即  $\nabla \cdot \vec{v} = 0$ , 并设熔体前沿位置在厚度方向不变。

2.2 将以上假设用于流变学基本方程, 可得到注塑模三维薄壁型腔充填过程的控制方程:

①连续性方程

$$\frac{\partial}{\partial x}(h v_x) + \frac{\partial}{\partial y}(h v_y) = 0 \quad (8)$$

$v_x$ 、 $v_y$  分别为  $x$ 、 $y$  方向的流速分量,  $h$  为型腔狭缝厚度的一半。

②运动方程

$$\frac{\partial}{\partial z}(\eta \frac{\partial v_x}{\partial z}) - \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(\eta \frac{\partial v_y}{\partial z}) - \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (10)$$

③能量守恒方程

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) = K \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \eta \dot{\gamma}^2 \quad (11)$$

④流动本构方程:

$$\dot{\gamma} = \left[ \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_y}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

2.3 对于浇注系统, 可假定为圆柱体内的塑料熔体的流动, 其它非圆截面浇注系统, 采用形状因子。根据圆柱管的特点, 可进行如下简化:

- ①  $\vec{v}_x = 0, \vec{v}_y = 0.$
- ② 不可压缩液体,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}$
- ③ 在同一截面上压力恒定。

利用以上条件, 对流变学的基本方程进行简化, 可得浇注系统流动分析的数学模型:

$$\textcircled{1} \text{ 运动方程: } \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \quad (13)$$

$$\textcircled{2} \text{ 能量方程: } \rho C_p \left( \frac{dT}{dt} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} q_r = \eta \dot{\gamma}^2 \quad (14)$$

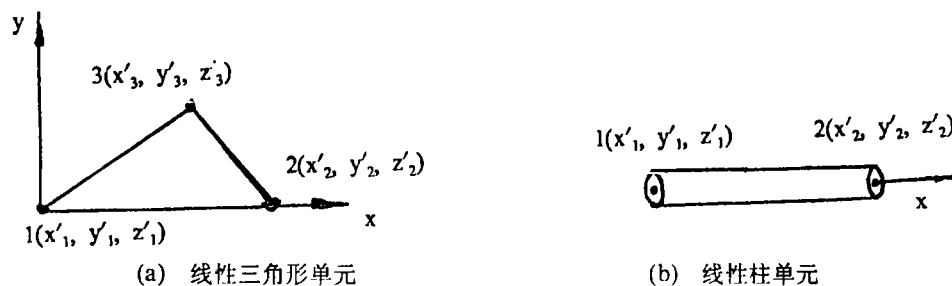
$$\textcircled{3} \text{ 传热方程: } q_r = -K \frac{\partial T}{\partial r} \quad (15)$$

$$\textcircled{4} \text{ 由构方程: } \dot{\gamma} = \frac{\partial v_z}{\partial r} \quad (16)$$

由以上所得到的流变控制方程, 借助于有限元/有限差分方法, 即可求得塑料熔体流动的压力场、速度场和温度场。并跟踪流动前沿从而实现三维流动的模拟仿真。

### 3 数值实现

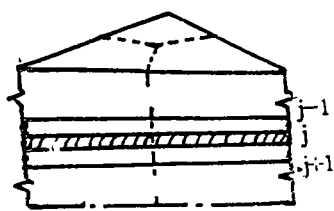
采用中面模型, 塑件平面离散为二维三角形单元, 浇注系统离散为一维柱单元。



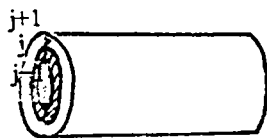
• 顶点结点,  $(x, y)$  表示局部坐标、 $(x', y', z')$  表示整体坐标

图 1

沿厚度方向及沿柱单元径向方向划分差分网格, 对时间亦采用有限差分。由控制体积法跟踪熔体流动前沿。



(a) 平板的差分网格



(b) 柱体的差分网格

图 2

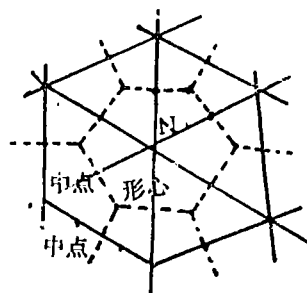


图 3 控制体积

对压力  $p$ , 选用线性形函数, 因而, 每个单元  $L$  上的, 压力场可表示为下述形式:

$$p^{(l)}(x, y, t) = \sum_{k=1}^3 N_k^{(l)}(x, y) p_k^{(l)}(t) \quad (17)$$

由质量守恒原理, 控制体积  $N$  的净流率应为 0 (前沿结点除外), 即

$$\sum_l q_l^{(l)} = \sum_{l'} S^{(l')} \sum_{m=1}^3 D_{im}^{(l')} P_{N'} + \sum_{l''} S^{(l'')} \sum_{m=1}^2 R_{im}^{(l'')} P_{N'} = 0 \quad (18)$$

其中  $l'$  表示结点  $N$  周围的所有三角形单元,  $l''$  为终点  $N$  周围的一维柱单元,  $D_{im}^{(l')}$  和  $R_{im}^{(l'')}$  是结点压力对单元  $l$  的净流率的影响系数。

方程 (18) 为非线性方程, 因为  $S^{(l')}$  依赖于压力场。

对温度场, 亦采用线性形函数。因而, 对每个单元  $l$ , 温度场可表示为:

$$T^{(l)}(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^3 L_k^{(l)}(x, y) T_k^{(l)}(z, t) \quad (19)$$

对方程 (11),  $t$  和  $Z$  取差分, 在  $Z$  方向取均匀差分网格

$$Z_j = (j-1)\Delta Z, \quad j = 1, 2, \dots, N_3, N_3 + 1 \quad (20)$$

和可变时间增量

$$t_1 = 0, \quad t_{k+1} = t_k + \Delta t_k \quad (k \geq 1) \quad (21)$$

从而, 在每个顶点结点的能量方程为:

$$\begin{aligned} & \rho C_p \left\{ \frac{T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}}{\Delta t_k} + \frac{1}{\sigma_{i,k}} \sum_{l'} \theta_i^{(l')} \sum_{m=1}^3 E_{m,j,k}^{(l')} T_{i,j,k} \right\} \\ &= \frac{k_{rh}}{\Delta Z^2} (T_{i,j+1,k+1} - 2T_{i,j,k+1} + T_{i,j-1,k+1}) + Z_j \left( \frac{Z_j}{m_o g_{i,j,k}} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\sigma_i} \sum_{l'} \theta_i^{(l')} \{ \wedge_k^{(l')} \}^{\frac{1}{n} + \frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (22)$$

其中  $L$  为该顶点结点周围的三角形单元。

同理, 对一维控制方程 (14), 也可采用同样方法进行差分离散。

对于浇注系统与塑件的连接点, 采用 (11)、(14) 两个方程耦合求解温度场。

根据方程 (18) 和 (22), 并假定流动开始时第一个控制体积已被熔体充满, 此时, 可近似认为, 熔体仍处于等温状态, 这样便获得初始时刻熔体的前沿位置和温度场, 因此可计算出此时刻的剪切粘度  $\eta$ , 流通率  $S$  和平均体积流率  $Q_{\text{平均}}$ , 然后用迭代法求压力场, 在

获得压力场数据后, 计算下一时间间隔和熔体的新前沿位置, 以便计算下一时刻的温度场和压力场。如此循环, 直到整个型腔被熔体充满。其流程简图如图 4 所示。

本系统输入数据和功能:

程序输入数据包括形腔, 网格数据, 注塑材料及流动性能等, 本系统具有如下功能:

- ① 预测熔体前沿位置。
- ② 在所选时间步长上的压力、温度、剪切速率的分布
- ③ 在所选结点上的压力、温度、剪切速率的分布
- ④ 所选时间步长上的速度分布
- ⑤ 预测熔接线的位置。

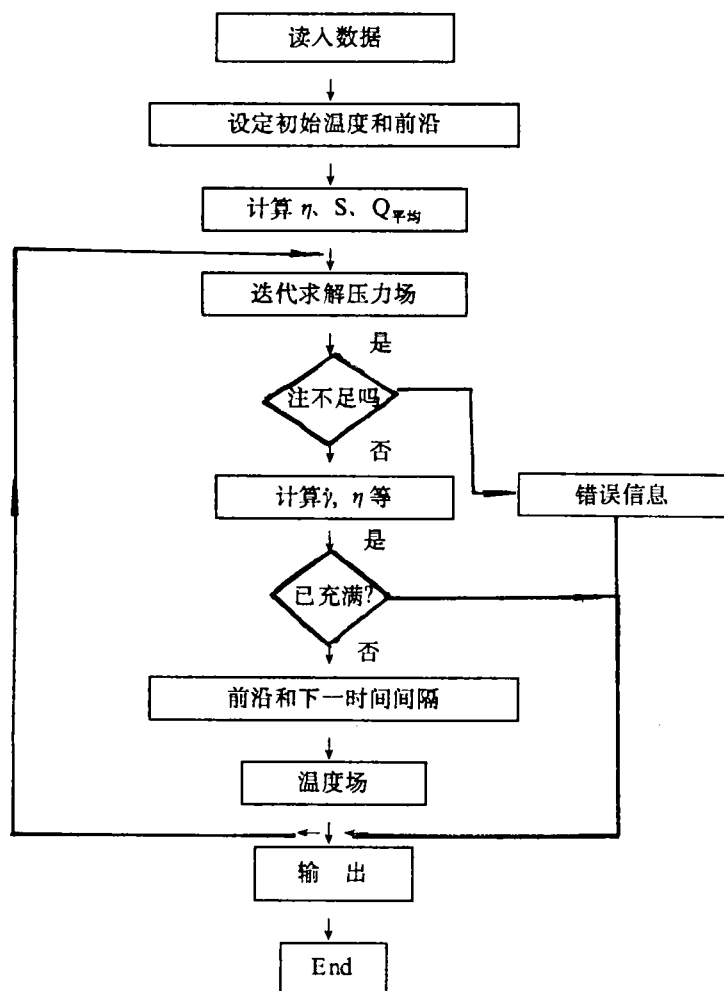


图 4 流动分析技术路线

## 4 数值算例

作为上述方法的应用, 这里考虑多种类型塑件充模行为, 其计算结果均与实际相符。

这里, 给出所分析过的洗衣机盖板的充模行为。图5为洗衣机盖板的几何模型, 其中, 选用材料ABS, 密度  $\rho=1020\text{kg}/\text{m}^3$ ; 等压比热  $C_p=2400\text{J}/\text{kg}\cdot\text{K}$ , 热传导系数  $k_{th}=0.18$ , 粘度常数  $n=0.3253$ ,  $\alpha^*=0.0052/\text{K}$ ,  $m_o=8.5\times 10^4(\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s})(1/\text{s})^{0.677}$ ,  $T_b=378\text{K}$ 。

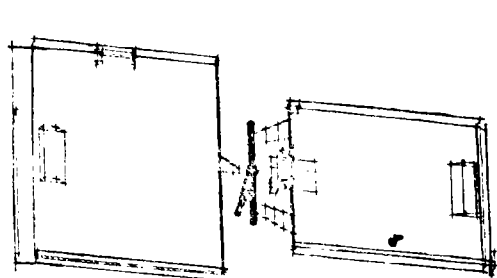


图5 几何模型

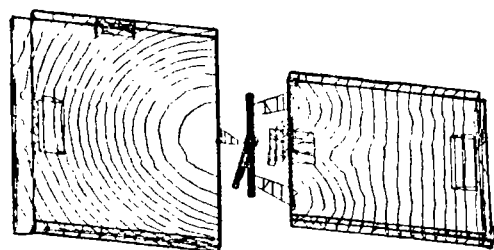


图6 充填过程模拟(充填时间  $t=2.494\text{s}$ )

图6给出了充模过程, 其等值线为前峰面形状和位置及其随时间的变化。图7、图8分别为充模最后时刻的压力场和温度场。

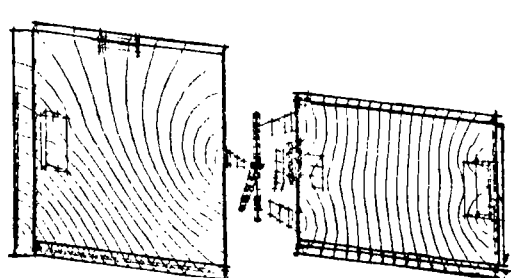


图7  $t=2.494\text{s}$  时刻的压力场

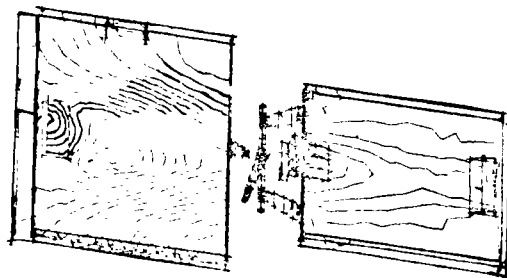


图8  $t=2.494\text{s}$  时刻的温度场

## 5 结 论

本文研究了塑料熔体在三维薄壁型腔及浇注系统中的流动行为, 数值结果表明数学模型的可靠性及数值离散模式的可行性。

### 参 考 文 献

- 1 C. A. HIBER and S.F.Shen, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 7,1.(1980)
- 2 H. H. CHIANG, C. A. HIEBER and K. K. WANG, POLYMER ENGINEERING AND SCIENCE, JANUARY 1991, Vol, 31, No. 2, 116, 138,(1991)
- 3 V. W. Wang, C. A. Hieber and K. K. Wang, Journal of polymer Engineering, Vol, 7, No. 1,21 (1986)
- 4 Z. TADMOR, E. BROYZR, and C. GUTFINGER, Polymer Engineering and Science, September, 1974, Vol, 14, No. 9,660, 665(1974)

## 3D Flow Analysis of Plastic Injection Molding

Wnag Lixia   Liu Chuntai   Liu Xiaofeng   Shen Changyu  
(Zhengzhou Institute of Technology)

**Abstract:** The simulation of the injection-molding filling of thin cavities, together with the delivery system in three dimensions has been presented in this paper. Based on the molding filling principle and rheological flow of an inelastic and Non-Newtonian fluid under non-isothermal conditions. A hybrid finite element / finite difference numerical scheme is applied to solve the flow problem and a control-volume approach is used to advance the melt front.

**Keywords:** Injection mold, Injection molding, Plastic, Flow analysis